

---

# BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

---

UMBERTO PUPPINI

## Analogie formali fra moti di acque filtranti e flussi di correnti elettriche

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana,*  
*Serie 1, Vol. 1 (1922), n.1, p. 6–8.*

Unione Matematica Italiana

<[http:](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1922_1_1_1_6_0)  
[//www.bdim.eu/item?id=BUMI\\_1922\\_1\\_1\\_1\\_6\\_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1922_1_1_1_6_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

*SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

**Analogie formali  
fra moti di acque filtranti e flussi di correnti elettriche.**

Nota di UMBERTO PUPPINI.

Le leggi formali sul deflusso di un liquido filtrante entro un mezzo poroso sono le stesse di quelle del flusso di corrente elettrica continua entro un mezzo conduttore.

Le leggi relative al primo caso, infatti, possono riassumersi nella considerazione della funzione scalare « carico piezometrico » (somma della quota di altezza con l'altezza data dalla pressione divisa per il peso specifico del liquido) e della funzione vettoriale « portata per unità di superficie di ugual carico piezometrico » proporzionale in ogni punto al gradiente cambiato di segno del carico piezometrico secondo un « coefficiente di filtrazione » che nell'intorno del punto caratterizza la natura del mezzo filtrante, e nella considerazione del fatto che a questo vettore « portata » deve riconoscersi natura solenoidale, traduzione geometrica della proprietà fisica di incompressibilità del liquido.

E così le leggi relative al secondo caso possono riassumersi nella considerazione della funzione scalare « potenziale elettrico », della funzione vettoriale « intensità di corrente per unità di superficie equipotenziale » proporzionale in ogni punto al gradiente cambiato di segno del potenziale secondo un « coefficiente di conducibilità », e nel fatto che a questo vettore « intensità di corrente » deve riconoscersi natura solenoidale in relazione colla insignificante capacità elettrostatica del mezzo.

Ne segue:

1° - che tutte le particolari deduzioni e proprietà che a mezzo del calcolo potranno ricavarsi per uno dei due gruppi di fatti fisici, moto di liquidi filtranti entro ammassi permeabili, moto di correnti elettriche entro mezzi conduttori, dovranno ritenersi valide pure per l'altro gruppo:

2° - che, ove un esperimento ci conduca a riconoscere particolari rapporti per un fatto di filtrazione, l'esperimento stesso getterà pure luce su quanto accada per analoghe condizioni di correnti elettriche; e viceversa: un'esperienza su correnti elettriche entro un mezzo conduttore sarà densa di significato qualitativo e quantitativo per analoghe condizioni di moto di acque filtranti.

Con riferimento al primo punto, mi limito a richiamare l'attenzione sul teorema che chiamai « principio di reciprocità per le acque filtranti in pressione »; anzi per semplicità riporterò quel corollario di esso teorema che si può enunciare dicendo: « la depressione piezometrica che una portata unitaria defluente da un pozzo attingente a una falda artesianiana genera su un altro pozzo è uguale alla depressione che una portata unitaria defluente da questo secondo pozzo genera sul primo ».

Il teorema di reciprocità, identico nella forma ad altro ben noto per i corpi elastici (teorema del Betti), per reti di fili conduttori (teorema del Donati), fu già indicato anche per i rapporti tra flussi di calore e cadute di temperatura. Esso teorema risulta pure valido, per la ricordata identità di leggi formali generali, nel caso del flusso di correnti elettriche entro mezzi conduttori a tre dimensioni. Si dirà pertanto, con riguardo al corollario su richiamato: « la caduta di potenziale, che una corrente di intensità unitaria derivata da un punto di un mezzo conduttore genera su un altro punto del mezzo, è uguale alla caduta di potenziale che una corrente di intensità unitaria derivata da questo secondo punto genera sul primo ». Questo fatto è stato da me recentemente verificato sperimentalmente in collaborazione coll'ingegner Vittorio Gori.

Con riferimento al secondo punto, osservo che talvolta il ritrovare la legge che esprime la portata totale di un sistema filtrante in funzione delle dimensioni del sistema e dei coefficienti di filtrazione del mezzo poroso può richiedere operazioni troppo ardue dal punto di vista analitico, troppo ardue e troppo costose dal punto di vista sperimentale.

In tal caso, costruito un modello di forma in tutto simile a quello del sistema filtrante e in cui al mezzo poroso sia sostituito un mezzo conduttore, ad esempio un elettrolita, la relazione che

scaturisce da misure sperimentali fra intensità di corrente e dimensioni e forma del modello può essere trasportata al caso del sistema filtrante, tenendo il debito conto del rapporto di similitudine geometrica fra il sistema filtrante e il modello elettrico.

Modelli elettrolitici furono già proposti per lo studio di capacità di condensatori servendosi a tal fine sulla identità formale di leggi del campo di corrente in un mezzo conduttore e del campo di forza in un dielettrico. Tali modelli furono, ad esempio, utilizzati per la determinazione della capacità del sistema terra-antenna nella telegrafia senza filo. Analogamente qui si prospetta la possibilità che modelli elettrici (o in particolare, per realizzare discrete resistenze, modelli elettrolitici) possano giovare allo studio di casi un po' complessi di moto di liquidi filtranti.

*Bologna, maggio 1922.*