UMI

Recensioni:

* F. Severi: Vorlesungen über algebraische Geometrìe (Geometrie auf einer Kurve-Riemannsche Flächen-Abelsche Integrale)
* G. Castelnuovo: Sulla teoria della relatività
* H. Villat: Aperçus théoriques sur la résistance des fluides
* Umberto Ricci: Il fallimento della politica annonaria

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **1** (1922), n.2-3, p. 85–92.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1922_1_1_2-3_85_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 1922.

RECENSIONI

F. Severi: *Vorlesungen über algebraische Geometrie (Geometrie auf einer Kurve-Riemannsche Flächen-Abelsche Integrale).* Versione tedesca di E. Löffler con prefazione di A. Brill [B. G. Teubner, Leipzig-Berlin 1921] 1 vol. in 8° di pp. XV+408 con 20 figure.

In queste *Vorlesungen* l'A. ci ripresenta, nell'accurata veste teubneriana, e con più largo ed elaborato disegno, le sue *Lezioni di Geometria algebrica*, così favorevolmente note al pubblico degli studiosi. L'edizione, preparata per il settembre 1914, e sospesa a causa della guerra, vede la luce con un forte ritardo, di cui l'A. ha approfittato per arricchirla di un'Appendice, dedicata a questioni fondamentali di alta portata. Il traduttore ha fatto opera precisa ed intelligente, ed ha aggiunto di proprio qualche breve chiarimento di carattere prevalentemente linguistico.

Col nome di *Geometria algebrica* si suol designare quella disciplina che ha per oggetto lo studio degli enti algebrici (curve, superficie, varietà, corrispondenze, ecc.) in senso invariantivo per *trasformazioni birazionali.* Poichè queste sono, nel campo analitico, le trasformazioni biunivoche più generali che conservano l'algebricità dell'ente, esso vien così collocato nel suo *ambiente* più naturale, sorpassando concezioni più restrittive e men feconde, a cui la subordinazione conferisce pur tuttavia nuovo e vigoroso impulso. L'insieme delle proprietà che in tal senso spettano a un determinato ente algebrico (definito, s'intende, a meno di trasformazioni birazionali) costituisce la *Geometria sull'ente* (geometria sopra una curva, sopra una superficie, ecc.).

Nel caso delle *curve* (o più in generale degli enti algebrici semplicemente infiniti) le proprietà predette sono essenzialmente collegate alla considerazione delle *funzioni razionali* del punto ivi variabile, o dei loro equivalenti geometrici, cioè delle *serie lineari* di gruppi di punti (o più in generale di elementi).

La teoria delle serie lineari culmina in alcune proposizioni classiche, fra le quali emerge un celebre teorema di RIEMANN completato da un'osservazione di ROCH. Ad esso si può pervenire per diverse vie maestre, collegate ad altrettanti indirizzi ben caratterizzati, che, nello stato attuale della scienza, posson così classificarsi:

a) L'*indirizzo funzionale* di RIEMANN del quale lo strumento fecondo son gl'integrali delle funzioni razionali predette (*integrali abeliani*).

b) L'*indirizzo algebrico-geometrico.* In esso si segnalano tre correnti, cioè i risultati predetti posson raggiungersi per tre vie principali:

1) la via di BRILL e NÖTHER, che poggia sopra un teorema di carattere algebrico, del NÖTHER, noto sotto il nome di *teorema* $Af + B\varphi$;

2) la via (così detta *iperspaziale*) di CASTELNUOVO e SEGRE che s'impernia sostanzialmente sopra una formula numerativa dello SCHUBERT;

3) la via di SEVERI, che si riattacca ad una definizione di WEIERSTRASS e in parte al metodo di BRILL e NÖTHER, evitando però il teorema $Af + B\varphi$.

c) L'*indirizzo algebrico-aritmetico* di KRONECKER, DEDEKIND, WEBER e della loro scuola.

Il trattato di SEVERI è dedicato principalmente ai due primi indirizzi, seguendo nel secondo la via di BRILL e NÖTHER opportunamente semplificata in base ai risultati delle ricerche più recenti [1]. La trattazione algebrico-geometrica precede quella funzionale, e ciascuna di esse può a sua volta suddiversi in due parti: teoria delle serie lineari e teoria delle corrispondenze per la prima, superficie di RIEMANN e integrali abeliani per la seconda.

Poichè l'A. presuppone nel lettore conoscenze limitate ai primi elementi della teoria delle curve piane e della geometria iperspaziale, la teoria delle serie lineari è preceduta dalla trattazione di argomenti fondamentali, cioè da una specie di introduzione generale a tutto il libro, che culmina nella *riduzione delle singolarità di una curva* per trasformazioni birazionali, fondamento d'ogni trattazione geometrica invariantiva.

Dopo ciò l'A. espone la teoria delle serie lineari nell'indirizzo algebrico-geometrico, valendosi di eleganti e sostanziali semplificazioni dell'ENRIQUES e di una propria dimostrazione

[1] Escluse le più notevoli e brillanti semplificazioni apportatevi dall'A. col proprio metodo sopra citato, perchè posteriori alla composizione definitiva del libro (maggio 1920).

del teorema $Af + B\varphi$. Segue la teoria delle trasformazioni birazionali di una curva in sè con particolare riguardo all'importante questione dei moduli: indi la teoria delle corrispondenze algebriche fra curve, che l'A. sviluppa in gran parte con metodo proprio, corredandola di importanti applicazioni.

Ricordate le proprietà fondamentali delle funzioni algebriche d'una variabile nel campo complesso, l'A. introduce il concetto di superficie di RIEMANN, valendosi d'una costruzione di LÜROTH-CLEBSCH completata da BERTINI, e ne fa importanti applicazioni a questioni di realtà: indi espone, secondo l'indirizzo classico ma con notevoli semplificazioni ispirate a concetti geometrici, la teoria degl'integrali abeliani. È particolarmente degno di nota un Capitolo sugl'integrali riducibili, che raccoglie importanti ed elevati contributi recenti, taluni dei quali hanno la loro applicazione in questioni fondamentali per la teoria delle superficie algebriche.

Infine l'*Appendice* è dedicata a problemi elevati inerenti alla classificazione delle curve algebriche e a questioni d'esistenza: il *teorema d'esistenza di Riemann*, notoriamente collegato nella trattazione analitica alla soluzione del problema di DIRICHLET sulla riemanniana, vi è per la prima volta stabilito con mezzi algebrico-geometrici, cioè per la via più adeguata alla natura del risultato [1].

L'esposizione è chiara, suggestiva ed attraente: numerosi, eleganti ed istruttivi gli esempî e le applicazioni particolari: opportunissimi i commenti storico-bibliografici.

Raccomandare quest'opera ai nostri studiosi ci sembra superfluo, tanto parlano in suo favore la notorietà della precedente edizione italiana, e la chiara fama dell'Autore. Sarà lecito leggervi una promessa, o quanto meno esprimere l'augurio ch'essa segni l'inizio dello sviluppo di un più vasto programma? Questo augurio crediamo risponda ad un desiderio della gioventù studiosa, ed alla situazione presente della Geometria italiana, che, dopo la rigogliosa fioritura dell'ultimo trentennio, sta forse per avviarsi verso una fase altrettanto feconda di raccoglimento. La *geometria sopra una superficie algebrica*, titolo di gloria della scuola italiana, attende ancora dalla mano d'uno dei nostri Maestri il suo grande trattato: opera quanto mai ardua, ma

[1] L'indole di questa rassegna non ci consente di trattenerci di più sui temi trattati, con vedute e metodi quasi del tutto nuovi, nell'Appendice: rinviamo perciò il lettore desideroso di maggiori indicazioni ad una nostra recente e più approfondita analisi (*Bull. des Sc. Math.*, janvier, 1922).

oserei dire patriotticamente doverosa. Nutrite dal succo di que tronco vigoroso, altre opere minori, corrispondenti a vaste rami ficazioni, potranno innestarvisi e prosperare: citiamo, tra altre la teoria delle superficie razionali e quella delle superficie iperel littiche (inclusa nel più vasto quadro delle funzioni abeliane ciascuna delle quali ha nel nostro paese una storia gloriosa. Sar quest'ultimo un compito per la più giovane generazione? Si lecito ad un suo modesto rappresentante di dichiarare che a essa non manca nè la buona volontà, nè l'entusiasmo.

a.

G. Castelnuovo: *Sulla teoria della relatività.* (In *Elettrotecnic* anno IX, n°. 19).

Sono due conferenze tenute alla Sezione dell'Associazio elettrotecnica di Roma: una tratta dei fondamenti della teori ristretta della relatività, l'altra della relatività generale. Fr tanti scritti e discorsi di carattere divulgativo su questo arg mento, esse meritano speciale menzione per la chiara forma del immagini illustrative.

p.

H. Villat: *Aperçus théoriques sur la résistance des fluides.* (*Scienti* n°. 38).

Premessi alcuni teoremi classici intorno alla teoria dei fluid considerati come corpi continui, ed esposta la soluzione del pro blema di Dirichlet nel cerchio e nella corona circolare, con l'A. stesso la diede nel 1912 in una Memoria del Circ. Mat. Palermo, viene discusso il noto paradosso di D'Alembert (res stenza nulla, da parte del fluido ambiente, sul corpo mobile) este in vario senso da Cisotti e da Brillouin. Per togliere ques paradosso, rimanendo nell'ipotesi del moto irrotazionale, bisogn ammettere la formazione d'una scia di lunghezza infinita. L'A tratta allora in due dimensioni il problema dello scia, secon il metodo ormai classico di Levi-Civita, e ne ritrova la solu zione generale nel caso del fluido occupante l'infinito pian Discute l'accettabilità di cotesta soluzione quando il profilo d corpo (ostacolo) presenta dei punti angolosi; riassumendo co con sufficienti particolari i suoi proprî studi sull'argomento. Con sidera poi il problema più complesso del movimento d'un solid in un canale; dapprima in qualche caso particolare e indi n caso generale delle pareti e del profilo di forma qualunque, espo nendo le ricerche proprie e del Cisotti. Difficoltà maggiori pr senta il problema nel caso che il fluido sia limitato da una sola parete fissa. Ma anche questo è felicemente risoluto dall'A.

Questa teoria, benchè non traduca esattamente il fenomeno fisico, dà bene spesso dei risultati conformi all'esperienza. Ma presenta una seria difficoltà, che l'A. pose in evidenza fin dal 1914. La soluzione che offre la teoria in discorso non è unica in ogni caso; possono esisterne infinite. L'A. lo dimostra con un esempio. La scelta della soluzione migliore dal punto di vista fisico è una questione ancora da risolvere.

Questi *Aperçus* e i due pregevoli volumi del CISOTTI *Idrodinamica piana* si illustrano e si completano a videnda. *p. b.*

UMBERTO RICCI: *Il fallimento della politica annonaria.* Un volume di pag. VIII-494. Società editrice « La Voce », Firenze, 1921.

Il volume è diviso in sei parti, e, come è facile arguire dallo stesso titolo, contiene una critica piuttosto vivace della politica seguita in Italia, durante la guerra e nei primi anni della pace, in materia di approvvigionamenti e consumi alimentari.

Sotto l'aspetto matematico interessa la prima parte del volume (pagg. 1-100), la quale può considerarsi uno studio per sè stante e di essa ci limiteremo a render conto.

Questa prima parte s'intitola: *L'aumento generale dei prezzi* e tratta delle varie questioni connesse con la *misura* dell'aumento, le cause dell'aumento, gli effetti dell'aumento.

Vi si fa largo uso dei *numeri indici* e si illustrano i principali sistemi di numeri indici adottati dagli statistici per misurare il *livello generale dei prezzi*, il quale, come è noto, varia in ragione inversa al *valore* o *potere di acquisto* della *moneta.*

In altre parole, chiamati $\pi_0 = 100$, $\pi_1, \ldots \pi_r, \ldots \pi_n$ i *numeri indici* dei livelli dei prezzi nel momento iniziale 0, e nei momenti successivi 1, 2, ... r, ... n (numeri indici tutti riferiti al termine fisso π_0), e chiamati $\mu_0 = 100$, $\mu_1, \ldots \mu_r, \ldots \mu_n$ i *numeri indici* dei corrispondenti valori della moneta, si deve avere:

$$\mu_r = \frac{100^2}{\pi_r}, \quad \mu_n = \frac{100^2}{\pi_n}$$

da cui:

$$\frac{\pi_n}{\pi_r} = \frac{\mu_r}{\mu_n}.$$

Se nell'intervallo di tempo da n a r il livello generale dei prezzi ha variato della percentuale

$$\varepsilon = 100 \frac{\pi_n - \pi_r}{\pi_r}$$

la corrispondente variazione percentuale del valore della moneta è:

$$\theta = 100 \frac{\mu_n - \mu_r}{\mu_r} = 100 \frac{\pi_r - \pi_n}{\pi_r} = - \frac{100\varepsilon}{100 + \varepsilon}.$$

Cosicchè, calcolati, con l'aiuto di particolari accorgimenti statistici, i livelli $\pi_r \dots \pi_n$, si ha una maniera facile per dedurne la variazione avvenuta nel valore della moneta.

L'A. dimostra che l'aumento del livello generale dei prezzi (ossia la diminuzione del valore della moneta) in Italia dipese non dall'avidità dei negozianti, come generalmente si crede, ma dall'aumento della circolazione cartacea. Posti uguali a 100 i dati del 1° semestre 1914, l'A. calcola due serie di numeri indici, una per il livello generale dei prezzi, l'altra per l'ammontare della circolazione cartacea, e traduce poi in due curve le due serie statistiche. Le due curve corrono vicine e s'intrecciano per tutto il periodo considerato; l'unico distacco sensibile si avverte nel periodo che succede all'armistizio, ma già nel marzo 1920 le curve tornano a intersecarsi.

Tuttavia l'A., per arrivare alla conclusione anzidetta, doveva accertarsi che non fosse cresciuta la quantità complessiva delle merci scambiate in Italia, e a tal fine ha escogitato un *indice del movimento degli affari*, che, sebbene limitato e parziale, costituisce il primo tentativo di simil genere attuato in Italia. Converrà quindi darne un cenno.

I. L'A. comincia col calcolarsi un *indice della produzione agraria*, che, in un paese come il nostro, offre, con le sue variazioni, un elemento di significato notevole per giudicare della prosperità della nazione. Prese dunque le quantità metriche dei *venti principali prodotti* dell'agricoltura italiana negli anni dal 1911 al 1919, egli ha calcolato l'indice *ponderato* della produzione di ciascun anno dal 1914 al 1919, assumendo come *termine fisso di raffronto* (=100) la produzione media aritmetica del triennio 1911-1913, e come peso costante il prezzo medio dell'anno 1916.

In altre parole, chiamando a_θ, a_1, $a_2 \dots$ le produzioni rispettivamente ottenute da una determinata cultura (frumento) nella media del triennio 1911-1913, nell'anno 1914, nel 1915... e analogamente b_θ, b_1, $b_2 \dots$ le produzioni ottenute da un'altra coltura (segale), e così via; e chiamando p_a, p_b, $p_c \dots$ i prezzi medi dei singoli prodotti (frumento, segale, ecc.) in un anno centrale o mediano, l'indice della produzione agraria del 1914 diventa:

$$i_{A1} = 100 \frac{a_1 p_a + b_1 p_b + c_1 p_c + \dots}{a_\theta p_a + b_\theta p_b + c_\theta p_c + \dots} = 100 \frac{V_{A1}}{V_{A\theta}}.$$

Gl'indici così ricavati possono vedersi nella 2ª colonna della tabellina qui sotto riprodotta.

II. Analogamente l'A. ha proceduto a calcolare una serie di indici ponderati della *produzione mineraria* italiana. Gl'indici si vedono nella 3ª colonna della tabellina.

III. L'A. ha poi calcolati gl'indici del *movimento commerciale* con l'estero adattando opportunamente il metodo DE FOVILLE-BENINI. E cioè ha diviso il valore *provvisorio* V'_{C2} del movimento commerciale di *un anno*, per il valore *definitivo* V_{C1} del movimento commerciale dell'*anno precedente*.

In altre parole, chiamate α_1, α_2, α_3... le quantità di una certa merce (A) importate in Italia durante gli anni 1, 2, 3,... e a_1, a_2, a_3,... le quantità della medesima merce (A) esportate dall'Italia durante gli anni 1, 2, 3; chiamati infine $p_{\alpha 1}$, $p_{\alpha 2}$, $p_{\alpha 3}$ i rispettivi valori d'importazione e p_{a_1}, p_{a_2}, p_{a_3} i rispettivi valori di esportazione, l'indice del [volume del] movimento commerciale con l'estero nell'anno 2 espresso in termini del [volume del] movimento commerciale con l'estero nell'anno 1 diventa:

$$i_{C1} = \frac{\alpha_2 p_{\alpha 1} + \beta_2 p_{\beta 1} + \dots + a_2 p_{a1} + b_2 p_{b1} + \dots}{\alpha_1 p_{\alpha 1} + \beta_1 p_{\beta 1} + \dots + a_1 p_{a1} + b_1 p_{b1} + \dots}.$$

Questi numeri indici vengono poi *riportati* alla comune misura dell'*anno medio* del *triennio 1911-1913* e si ottengono così i numeri che figurano nella 4ª colonna della tabellina.

IV. Infine l'A. procede a calcolare una media ponderata dei tre indici ponderati, e ottiene così i numeri che figurano nell'ultima colonna della tabellina.

INDICI DEL MOVIMENTO DEGLI AFFARI IN ITALIA
(100 = media annua del triennio 1911-1913)

Anno	Produzione agricola	Produzione mineraria	Commercio con l'estero	In complesso
1914	95	106	85	90
1915	84	101	92	88
1916	88	108	98	93
1917	93	112	86	90
1918	86	118	82	85
1919	82	82	92	87
Media	88	105	89	89

Questo *indice del movimento degli affari* (colonna 5) abbraccia tanto la parte essenziale della *produzione nazionale di materie* *prime* (colonne 2 e 3) quanto il *movimento commerciale con l'estero*, cosicchè costituisce un indice di ampio significato. Non riassume tutto il movimento degli affari, ma ne condensa una gran parte. Ci avverte che il volume della produzione di materie prime e del commercio con l'estero durante il periodo 1914-1919 ha raggiunto, in media, in Italia, i *nove decimi* del volume anteriore allo scoppio della guerra in Europa. E consente di affermare che l'aumento generale dei prezzi fu provocato indubbiamente e fondamentalmente dal moltiplicarsi dei biglietti in circolazione e probabilmente aggravato da una certa diminuzione nella quantità delle merci.

È ancora degna di nota l'appendice al capitolo terzo della prima parte del volume. Essa contiene varie formule relative a un *numero indice dei consumi, o del reddito reale.* *a. b.*