UMI

Sunti di lavori italiani

* Lavori di: Giuseppe Usai, Francesco Tricomi, Beniamino Segre, G. A. Maggi, Vittoria Notari

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **2** (1923), n.4, p. 140–145.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1923_1_2_4_140_0>

SUNTI DI LAVORI ITALIANI

GIUSEPPE USAI: *Sugli esponenti nelle ripartizioni.* « Giornale di Matematiche di Battaglini ». Vol. LVIII, 1920.

Il maggiore ed il minor numero di volte che un elemento i può entrare come addendo (massimo e minimo esponente) nelle ripartizioni di classe α di un numero s, era stato studiato solo per $i = 1$ dal prof. Ugo Amaldi e ciò in riguardo alla determinazione algebrica delle successive derivate di una funzione di funzione.

Nella Nota attuale invece sono trattati anche gli altri casi, tenendo presente che i può assumere i valori $1, 2, \ldots, s - \alpha + 1$, e quindi al più il valore s quando sia $\alpha = 1$, intendendosi per ripartizione di classe α, come è ovvio, il numero stesso.

Tutti i risultati sono infine riassunti in tre quadri in corrispondenza ai valori:

$$i = 1, \quad i = 2, \quad i \geq 3$$

ed illustrati con un esempio pratico in cui si fanno le verifiche sulle ripartizioni del numero 12 ottenute colla regola di HINDEMBURG.

Idem: *Relazioni tra i simboli del Pascal e i simboli dell'Amaldi nella teoria delle derivate di ordine superiore delle funzioni composte.* « Giornale di Matematiche di Battaglini ». Vol. LIX, 1921.

Le espressioni simboliche $\begin{pmatrix} j_1, & \ldots j_m \\ h_1, & \ldots h_r \end{pmatrix}$, $S^{(r)}_{j_1 \ldots j_m}$ usate dal prof. Ernesto Pascal nei suoi magistrali studi sulle forme differenziali di ordine e grado qualunque, vengono ora confrontate con le formazioni $H^{s_1 \ldots s_m}_{\alpha_1 \ldots \alpha_n}$ che compaiono in due pregevoli Note del prof. Ugo Amaldi, riguardanti lo studio delle derivate di ordine superiore.

La questione principale dipende dalla determinazione effettiva di certi fattori numerici e l'importanza della ricerca attuale era stata pur messa in luce dallo stesso Amaldi.

I risultati ottenuti nei due casi distinti di funzioni composte in cui il numero delle variabili intermedie sia uguale o diverso dal numero delle variabili indipendenti, sono anche controllati ed illustrati con opportuni esempi pratici.

Idem: *Sulle soluzioni in termini finiti di equazioni integrali col nucleo $x - y$.* Rend. Circolo Matem. Palermo, XLV, 1921.

Idem: *Processi riduttivi su equazioni integrali.* Rend. Istituto Lombardo, vol. LIV, 1921.

Idem: *Processi di riduzione su Equazioni Integrali di prima specie.* Note e Memorie del Circolo Matem. di Catania, vol. I, 1921.

Nella prima Nota vien dato un procedimento molto semplice, (al quale seguono numerosi esempi) per integrare in termini finiti le equazioni di nucleo:

$$K(x, y) = x - y$$

senza far uso dei metodi delle approssimazioni e dei nuclei iterati.

Nella Nota seconda sono riconfermati e generalizzati i risultati della prima, vengono determinati tutti i nuclei $K(x, y)$ ai quali possono applicarsi i procedimenti indicati per il nucleo $x - y$ ed infine viene fissato un nuovo metodo che permette di determinare comode formule risolutive per vastissime classi di equazioni integrali di seconda specie.

Lo stesso principio applicato nella terza Nota a speciali equazioni di prima specie dà risultati pratici preferibili a quelli che si hanno col passaggio ad equazioni di 2ª specie.

Idem: *Sull'indipendenza di un integrale dai parametri nel caso più generale.* « Annali di Matematica Pura ed Applicata », Milano, tomo XXXI, 1923.

La ricerca delle condizioni di indipendenza di un integrale dai parametri si era basata sino al 1921 sullo studio di sistemi di equazioni a derivate parziali e le difficoltà di integrazione non avevano permesso la soluzione del problema che in casi particolari.

Con un geniale cambiamento di rotta il prof. Vivanti, nel 1922, arriva a trattare il caso dell'integrale semplice, evitando la risoluzione di equazioni: l'estensione invece al caso più completo e generale si trova in questa Memoria, la quale contiene anche speciali confronti dai quali viene bene in luce la superiorità del nuovo metodo sul precedente.

Equazioni integrali. — FRANCESCO TRICOMI: *Su di un' equazione integrale di prima specie.* (Rend. Circ. Matematico di Palermo, t. XLVI, 1922).

Il prof. LEVI-CIVITA, in una sua recente Nota, ha fatto vedere come il problema della determinazione dell'*armonica viciniore* u ad un'assegnata funzione U, data in un campo S, possa ricondursi all'inversione dell'equazione integrale di 1ª specie

$$\int_\sigma N(Q, Q')\mu(Q')d\sigma_{Q'} = V(Q), \tag{1}$$

dove σ è il contorno di S, μ la funzione incognita, V una funzione conosciuta, e il nucleo N, se il campo è a due dimensioni, ha la seguente espressione:

$$N(Q, Q') = \int_S \lg \frac{1}{r(P, Q)} \lg \frac{1}{r(P, Q')} dS_P.$$

Poichè, d'altro lato, la determinazione di u può ridursi ad un *problema biarmonico*, e compiersi per questa via, se ne inferisce che l'equazione integrale (1) deve essere invertibile, il che, a prima vista, appare strano essendo il suo nucleo sempre finito. Nasce così la questione di trovare l'intima ragione dell'invertibilità della (1), e di compiere direttamente tale inversione.

Ho trovato — esaminando prima il caso del campo circolare e facendo poi vedere come la proprietà sussiste anche nel caso generale — che tale ragione è da ricercarsi nel fatto che le derivate terze di N sono dotate di infiniti del prim'ordine per $Q \equiv Q'$. Invero, appoggiandosi su questa circostanza, si vede che la (1), con una triplice derivazione, può ricondursi all'equazione integrale singolare, *agevolmente invertibile*:

$$\int_0^{*\,l} \operatorname{cotg} \frac{\pi}{l}(s - s')\cdot\mu(s')ds' = \frac{2l}{\pi^2}\nu(s),$$

dove $\nu(s)$ denota una funzione conosciuta, l è la lunghezza della curva σ, e l'asterisco sta ad indicare che, dell'integrale improprio (divergente), bisogna considerare il *valor principale*, nel senso di CAUCHY.

f. t.

Equazioni differenziali. — FRANCESCO TRICOMI: *Su di un teorema di Painlevé relativo alle equazioni differenziali a punti critici fissi.* (Due Note in Rend. R. Acc. Nazionale dei Lincei, s. 5ª, v. XXXII-1, 1° sem. 1923).

PAINLEVÉ, in una sua classica Memoria pubblicata nel t. 25 (1902) dell'*Acta Mathematica*, ha enunciato due fondamentali teoremi relativi alle equazioni differenziali di 2° ordine *a punti critici fissi*, della forma

$$P(x \mid y, y', y'') = 0, \tag{1}$$

dove P denota un polinomio in y, y', y'', con coefficienti funzioni analitiche di x; dichiarando di non possederne dimostrazioni soddisfacenti, ma di ritenerli « *très vraisemblables* ».

Avvalendomi dei recenti progressi fatti, specie in Italia, dalla geometria su di una superficie algebrica, ho potuto dimostrare il 1° teorema, il quale asserisce che *se la* (1) — *in cui, in luogo di* x, *sia posto un valore fisso, generico,* x_0 — *si riguarda come l'equazione di una superficie algebrica* σ *dello spazio* (y, y', y''), *questa superficie deve essere necessariamente razionale, o potersi trasformare birazionalmente in una rigata ellittica.*

Per compiere tale dimostrazione, mi servo anzitutto di una classica trasformazione di PAINLEVÉ, deducendo così dalla (1) un'equazione differenziale più semplice che, dovendo essere anche essa a punti critici fissi, implica che una certa curva algebrica sia di genere *zero* od *uno*. Segue da ciò che sulla superficie σ esiste un sistema lineare ∞^2 di curve di genere *zero* od *uno*, epperò, per un teorema di CASTELNUOVO, essa è razionale o birazionalmente equivalente ad una rigata ellittica. *f. t.*

SEGRE BENIAMINO: *Genere della curva doppia per la varietà di* S_4 *che annulla un determinante simmetrico.* (Atti Acc. delle Scienze di Torino, vol. LVIII, 1923).

Si consideri un determinante simmetrico d'ordine s, i cui termini siano forme generiche di grado m in 5 variabili indipendenti. Interpretate queste variabili come coordinate proiettive omogenee in un S_4, uguagliando a zero il determinante di cui sopra, si ha una V_3^{ms} di quel S_4. Questa V_3^{ms} ha una curva doppia di ordine $\binom{s+1}{3} m^3$; di essa l'A. determina il *genere*, che trova essere dato da:

$$\frac{(s+1)s^2(s-1)}{8}m^4 - \frac{5\cdot(s+1)s(s-1)}{12}m^3 + 1.$$

La V_3^{ms} è quindi di *classe*:

$$\frac{1}{3}(s^4+2s^2)m^4 - (2s^3+s)m^3 + 3s^2m^2 - sm.$$

Questi risultati si applicano in particolare alle *varietà Hessiane* di forme qualunque di S_4.

Relatività. — G. A. MAGGI. *Sulle varie interpretazioni della trasformazione di Lorentz.* (Rendiconto della R. Accademia dei Lincei, vol. XXXII, serie 5ª, 4 marzo 1923).

Il prof. SOMIGLIANA, nella sua nota « Sulla trasformazione di LORENTZ » (1), da un esame del procedimento del VOIGT per spiegare il principio di DOPPLER, fondato sopra una trasformazione delle coordinate e del tempo, donde mostra come si ricavi la nota trasformazione di LORENTZ, trae la conclusione che tutte le proprietà, che, nella teoria della relatività, risultano dalla trasformazione lorentziana, siano generalmente suscettibili di una interpretazione di carattere newtoniano: perciò qualunque eventuale verifica di tali proprietà non potrà, in via generale, essere citata come decisiva a favore dell'una piuttosto che dell'altra interpretazione. A questa conclusione, per la quale scemerebbe l'importanza della teoria della relatività in ragione che essa perderebbe di individualità, l'A. obbietta che le interpretazioni che la stessa trasformazione delle coordinate e del tempo riceve dal VOIGT, cioè colla teoria newtoniana, e dell'EINSTEIN, cioè colla teoria della relatività, non sono paragonabili tra loro, nè pel concetto informativo, nè per la loro applicazione alla spiegazione dei fenomeni. Poichè le due quaderne di valori corrispondenti colla prima interpretazione appartengono a due fenomeni sostanzialmente indipendenti, mentre, colla seconda, appartengono a due distinti aspetti che offre lo stesso fenomeno, giudicato dall'uno piuttosto che dall'altro di due spazii in relativo movimento.

Questo nesso, che figura come chiave della spiegazione relativistica del fenomeno di DOPPLER, della aberrazione della luce, del coefficiente di trascinamento di FRESNEL, scompare dalla teoria

(1) V. Questo *Bollettino*, n. 1 del corrente anno, pag. 20.

newtoniana, e la trasformazione in discorso, con questa teoria, la quale è pure usata utilmente dal VOIGT (che vi precedette il LORENTZ) non comporta più che un significato puramente formale.

L'A. si afferma infine non alieno dal far voto che la teoria newtoniana, più conforme alle esigenze dell'intuizione, estenda il suo dominio a quelle regioni che sembra attualmente contenderle la teoria della relatività: ma non trova che, pel momento, possa competere con questa nell'uso efficace e fecondo della trasformazione di LORENTZ.

Geometria Numerativa. — VITTORIA NOTARI. *Sulla risoluzione di due fra i più notevoli problemi numerativi della Geometria sopra la curva algebrica* (Atti del Reale Istituto Veneto, 1922-23, t. LXXXII, parte II).

L'A. in questa nota risolve i due seguenti problemi caratteristici di Geometria Numerativa.

I. Ricerca dei gruppi con r punti doppi di una serie lineare g_n^r definita su di una curva di genere $p > 0$.

II. Ricerca dei gruppi con $r + s$ punti comuni a due serie lineari g_n^r e g_m^s definite su di una curva di genere $p > 0$.

Seguendo il metodo di degenerazione modificato dall'ENRIQUES come segue: interpretato il problema numerativo come problema di serie lineari, si lascia invariata la curva, indifferentemente piana o sghemba, e si fa variare la serie lineare. Questo metodo, illustrato nella presente nota, offre il vantaggio, su quello di degenerazione della curva di DE-JONQUIÈRES e di CASTELNUOVO, di evitare la dimostrazione (che non può essere data all'inizio dello studio della Geometria sulla curva) del principio che le curve di genere $p > 0$ formano un sol sistema continuo, per cui le curve degeneri di DE-JONQUIÈRES e di CASTELNUOVO si ottengono come casi particolari di curve qualunque.