UMI

Sunti di lavori italiani

* Lavori di: Giuseppe Belardinelli, E. Fermi

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **2** (1923), n.5, p. 177–181.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1923_1_2_5_177_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 1923.

SUNTI DI LAVORI ITALIANI

Analisi. — GIUSEPPE BELARDINELLI: *Sulle serie di funzioni.* Rend. Accad. Linc. Vol. XXXII, 1923.

In seguito alle due note precedenti [1] l'A. in questa tratta della trasformazione delle serie

$$(1) \qquad f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{P_n(x)},$$

ove $P_n(x) = (x - \alpha_1)(x - \alpha_2) \dots (x - \alpha_n)$, in serie della forma

$$(2) \qquad \varphi(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{x - \alpha_n}.$$

Dimostra inoltre per le serie (1) il teorema seguente, analogo al teorema di POINCARÉ-GOURSAT per le serie (2):

« Dato un aggregato di punti α_1, α_2, $\alpha_3, \dots$, $\alpha_n, \dots$ denso su « una circonferenza con centro nell'origine e raggio uno, ed « una successione ologena di numeri c_n, la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{P_n(x)}$$

« rappresenta nell'area interna alla circonferenza una funzione « analitica $\psi(x)$, nell'area esterna un'altra funzione analitica $\psi_1(x)$, « e la circonferenza per $\psi(x)$ e $\psi_1(x)$ è linea singolare essenziale ».

Ed accenna a delle generalizzazioni.

— — Idem: *Su alcune serie di funzioni razionali.* Rendic. Circolo Mat. di Palermo, 1923.

Nel § I di questa memoria l'A. studia le serie

$$(1) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} c_n P_n(x)$$

[1] Accad. Lincei, vol. XXXI (1922), pp. 178-180.

e quelle della forma

$$(2) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{P_n(x)},$$

ove $P_n(x) = (x - \alpha_0)(x - \alpha_1) \dots (x - \alpha_{n-1})$, con $P_0(x) = 1$, facendo le seguenti ipotesi sui numeri $\alpha_n = r_n e^{i\varphi_n}$:

a) che sia $\lim\limits_{n \to \infty} r_n = \infty$;

b) che per tutti gli n sia:

$$-\frac{\pi}{2} < -\varphi < \varphi_n < \varphi < \frac{\pi}{2};$$

c) che $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{1}{c_n}$ sia divergente;

d) che i numeri α_n siano radici di una funzione intera di genere finito $p \geq 1$.

Caso non trattato dagli autori precedenti: FROBENIUS, BENDIXSON, LANDAU, SCHNEE, PINCHERLE, ecc.

Nel § II per le serie (1) nelle ipotesi ammesse costruisce *gli sviluppi dello zero.*

L'esistenza degli sviluppi zero è stata dimostrata da FROBENIUS per le serie procedenti secondo funzioni della forma

$$(x - \alpha_0)(x - \alpha_1), \dots \quad (x - \alpha_n)$$

nel caso che $\sum\limits_{n=0}^{\infty} |\alpha_n|$ sia convergente, senza darne l'effettiva costruzione; costruzione data dal prof. PINCHERLE per le serie della forma

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n \binom{x}{n}.$$

SCIPIONE R. TREVES: *Sul problema dei solidi caricati di punta* (« L'Industria », 1923, v. XXXVII, nn. 6, 7 e 10).

In questa memoria l'A. discute criticamente le più recenti teorie stabilite per il calcolo dei solidi cimentati a carico di punta.

Dopo un'esposizione generale delle caratteristiche del fenomeno della flessione laterale e degli inconvenienti presentati dalle formole teoriche o sperimentali attualmente in uso, vengono accuratamente considerati i varî tentativi diretti a trovare, mediante la generalizzazione delle formole di EULERO e di

Rankine, una nuova espressione del carico critico valida per qualunque eccentricità iniziale ed anche oltre i limiti di elasticità; e l'A. giunge alla conclusione, che tali trattazioni non possono avere alcun interesse pratico, sia perchè in esse vengono spesso trascurati dei fattori essenziali del fenomeno, sia per l'eccessiva complicazione dei risultati e per la difficoltà di esprimere numericamente le grandezze considerate. L'A. consiglia invece di studiare separatamente i singoli casi; e, soffermandosi in particolare sul metodo approssimato di Timochenko per lo studio dei corpi in equilibrio instabile, lo applica alla risoluzione del problema di Yasinski e al calcolo delle travi reticolari da ponte, senza controventamento superiore.

Fisica teorica. — E. Fermi: *Principio delle adiabatiche e meccanica statistica.* « Nuovo Cimento ».

I sistemi meccanici olonimi a vincoli e potenziale indipendenti dal tempo possono essere classificati come segue. Consideriamo la traiettoria uscente da un punto qualunque dello spazio delle fasi, cioè dello spazio a $2n$ dimensioni che ha per coordinate le coordinate del sistema ed i momenti ad esse coniugati. Per ogni punto di questo S_{2n} passerà una e una sola traiettoria del sistema. Tale traiettoria riempirà densamente una certa varietà in S_{2n}, che in particolare si potrà ridurre ad una linea, se il moto è semplicemente periodico; quando però ciò non sia, la traiettoria riempirà densamente una effettiva varietà a più di una dimensione. Per esempio, nel notissimo caso dei sistemi che ammettono la separazione delle variabili, si sa che in generale viene riempita densamente una varietà di S_{2n} ad n dimensioni.

Classificheremo dunque i sistemi da studiare secondo il numero delle dimensioni della varietà che è riempita densamente dalla traiettoria. Osserviamo ancora che, siccome la traiettoria deve, per il principio della conservazione dell'energia, esser tutta contenuta sopra una superficie energia = costante (chiameremo tali superfici E) che ha $2n-1$ dimensioni, la nostra varietà potrà al massimo avere $2n-1$ dimensioni. Se la varietà ha m dimensioni, occorrono per caratterizzarla $2n-m$ parametri i quali, agli effetti statistici, caratterizzeranno completamente la traiettoria.

Nella nota « Dimostrazione che un sistema meccanico normale è in generale quasi ergodico » si dimostra che in generale per ogni sistema meccanico la traiettoria riempie densamente tutta la superficie E che passa dal suo punto iniziale, e vengon date delle condizioni sufficienti perchè ciò accada. La dimostrazione si spezza in due parti; nella prima, generalizzando un teorema di POINCARÉ, si dimostra che in generale non esiste nello spazio delle fasi, all'infuori delle E, nessun' altra ipersuperficie che abbia con esse a comune la proprietà di contenere tutte le traiettorie uscenti dai suoi punti; ottenuto tale risultato, una semplice considerazione geometrica permette di dimostrare che il sistema è quasi ergodico.

Nelle altre note viene studiato principalmente il seguente problema: supponiamo di far variare il meccanismo di un sistema meccanico assai lentamente, ad ogni istante lo stato del sistema si potrà ritenere caratterizzato statisticamente dai parametri della varietà che viene descritta dalla traiettoria del sistema, corrispondente al meccanismo che il sistema ha a quell' istante.

I parametri di tale varietà verranno dunque a variare col tempo, in modo però assai lento in confronto ai moti propri del sistema. Un tale tipo di variazione si chiama variazione adiabatica; e come è noto tali trasformazioni sono assai spesso usate nella teoria dei quanta, poichè esse, in virtù del principio di EHRENFEST, trasformano un moto quantisticamente privilegiato per il meccanismo iniziale, in uno pure quantisticamente privilegiato per il meccanismo finale. Perchè però questo principio di EHRENFEST possa esser utilizzato in un senso determinato, è necessario studiare se il movimento finale dipende solo dal moto iniziale e dai meccanismi iniziale e finale del sistema, poichè se risultasse che esso dipende anche dalla via seguita nella trasformazione del meccanismo iniziale in quello finale, l' applicazione del principio di EHRENFEST, non dando più un risultato determinato, diverrebbe illusoria.

Nelle note accennate vengono per ciò ricercate le condizioni nelle quali il moto finale non dipende dai meccanismi intermedii. Nel caso dei sistemi meccanici che ammettono la separazione delle variabili, tale problema era già stato risolto da BURGERS, che dimostrò che i così detti integrali delle fasi, che si possono considerare come parametri della traiettoria, sono invarianti adiabatici. Nel caso generale si giunge invece alla conclusione che il moto finale è indipendente dai meccanismi intermedii per i sistemi quasi ergodici, ma che in generale non lo è per i sistemi per i quali la traiettoria empie una varietà di un numero di dimensioni inferiore a $2n-1$.

Il metodo seguito per giungere a questo risultato è, per sommi capi, il seguente: consideriamo un sistema il cui meccanismo, anzicchè di uno solo, sia funzione di due parametri. Si trova un sistema di equazioni ai differenziali totali che esprime come variano i parametri del movimento variando adiabaticamente i due parametri del meccanismo. La condizione che il moto finale non dipenda dai meccanismi intermedii coincide naturalmente con le condizioni di integrabilità illimitata di questo sistema, e può quindi facilmente trovarsi. Si trova appunto che per i sistemi quasi ergodici tale condizione è effettivamente verificata, mentre negli altri casi in generale non lo è.