
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

ENRICO ZONDADARI

Sulla ricerca dei punti doppi apparenti di una quartica di prima specie

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1,
Vol. 3 (1924), n.4, p. 154–156.

Unione Matematica Italiana

http:

[//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1924_1_3_4_154_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1924_1_3_4_154_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

Sulla ricerca dei punti doppi apparenti di una quartica di prima specie.

Nota di E. ZONDADARI

La nota costruzione dei punti doppi apparenti di una quartica di prima specie, fondata su considerazioni che trovansi esposte per disteso in due Note di L. LEFÈVRE ⁽¹⁾ e H. PICQUET ⁽²⁾ ed in vari trattati di Geometria descrittiva, riesce assai laboriosa nella pratica, eccettuato il caso studiato dal PICQUET in cui la quartica è data come intersezione di due coni (o cilindri).

Mi propongo in questa Nota di far vedere, per mezzo di una facile dimostrazione fondata sulle proprietà della proiezione stereografica di una quadrica, come la semplice e rapida costruzione data dal PICQUET, nel solo caso particolare suddetto, sia valida invece in generale.

1. Date due quadriche Q_1 e Q_2 , è noto che i punti doppi G e D della proiezione C' della quartica di prima specie C_4 intersezione di Q_1 e Q_2 , fatta da un punto generico O sopra un piano π , appartengono alla traccia t su π del piano τ tangente in O alla quadrica Q del fascio determinato da Q_1 e Q_2 che passa per O e sono i punti fondamentali della proiezione stereografica di Q da O su π .

(1) « Nouv. Ann. Mathém. » (3), III, 1884, 5-7.

(2) Id., V, 1886, 163-8.

È noto che la t si ottiene facilmente come proiezione da O su π della retta comune ai piani polari di O rispetto a Q_1 e Q_2 .

Riferendoci alla proiezione stereografica di Q da O su π , segue dunque che se $A_1A_2A_3A_4$ e $B_1B_2B_3B_4$ sono le quaterne di punti segate da due piani generici α e β sulla C_4 , le coniche s_α ed s_β , segate da α e β sulla quadrica Q , dovendo passare per $A_1A_2A_3A_4$ e $B_1B_2B_3B_4$ rispettivamente, avranno proiezioni s'_α e s'_β passanti per $A'_1A'_2A'_3A'_4$ e $B'_1B'_2B'_3B'_4$ rispettivamente e che dovranno tagliare t negli stessi punti (fondamentali) G e D .

Ma allora i punti G e D sono forniti dalla coppia comune alle involuzioni segate sulla t dalle coniche dei due fasci aventi rispettivamente per punti base $A'_1A'_2A'_3A'_4$ e $B'_1B'_2B'_3B'_4$; queste involuzioni restano immediatamente determinate segnando con t una coppia di coniche degeneri di ciascuno dei due fasci.

2. La dimostrazione esposta vale in generale e conduce nel modo più semplice alla costruzione dei punti doppi G e D di C_4 ; nella pratica infatti il disegno di C_4 si ottiene appunto, col metodo dei piani secanti ausiliari, per quaterne di punti complanari di C_4 : trovata dunque la retta t dei punti doppi col metodo sopra ricordato, e operando come si è detto sulla t e sulle proiezioni $A'_1A'_2A'_3A'_4$ e $B'_1B'_2B'_3B'_4$ delle quaterne $A_1A_2A_3A_4$ e $B_1B_2B_3B_4$, ottenute con due qualunque piani ausiliari, si hanno immediatamente i punti G e D di C_4 .

3. Se le quadriche Q_1 e Q_2 sono coni (o cilindri) ed $A_1A_2A_3A_4$ e $B_1B_2B_3B_4$ sono le quaterne di punti di C_4 appartenenti a due piani ausiliari α e β passanti per la retta congiungente i vertici, due delle tre coppie di coniche degeneri passanti per $A'_1A'_2A'_3A'_4$ e $B'_1B'_2B'_3B'_4$ rispettivamente coincidono colle proiezioni delle generatrici segate su Q_1 e Q_2 da α e β . La costruzione dei punti doppi di C_4 non differisce allora da quella data dal PICQUET, il quale, però, l'aveva ottenuta con dimostrazione diversa, valida soltanto nel caso dei coni e cilindri.

4. Si osservi anche che in questo caso in cui C_4 è data come intersezione di coni (o cilindri) la retta t dei punti doppi si costruisce con grande rapidità sempre approfittando di rette già tracciate nel disegno per trovare punti della C_4 .

Infatti le tracce v, w sui piani delle direttrici \mathfrak{D}_v e \mathfrak{D}_w dei piani polari ω_1, ω_2 di O rispetto a Q_1 e Q_2 hanno per immagini le polari v', w' delle proiezioni V', W' dei vertici rispetto alle immagini $\mathfrak{D}'_v, \mathfrak{D}'_w$ delle direttrici stesse. Se quindi consideriamo

le rette p', q' immagini delle intersezioni p, q d' un piano α ausiliario per la congiungente i vertici coi piani delle direttrici $\mathfrak{D}_v, \mathfrak{D}_w$ rispettivamente, e i punti $P' \equiv p'v', Q' \equiv q'w'$, le rette $v'P'$ e $w'Q'$ si tagliano in un punto X' della proiezione della retta comune a ω_1 e ω_2 , cioè di t .

Ragionando analogamente per un altro piano ausiliario β si ottiene un altro punto Y' di t , che rimane così determinata.

Se le direttrici \mathfrak{D}_v e \mathfrak{D}_w appartengono ad uno stesso piano allora un punto di t è dato da $S' \equiv v'w'$ e basta trovare soltanto un altro punto X' nel modo indicato (in questo caso $p' \equiv q'$).

Roma 7 giugno 1924.