
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

UMI

Sunti di lavori italiani

* Lavori di: F. Cecioni, G. Belardinelli

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie
1, Vol. 3 (1924), n.4, p. 168–170.*

Unione Matematica Italiana

[http:
//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1924_1_3_4_168_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1924_1_3_4_168_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

SUNTI DI LAVORI ITALIANI

F. CECIONI: *Sopra un tipo di algebre prive di divisori dello zero.* —
« Rendiconto del Circolo Matematico di Palermo », t. XLVII,
1923.

Nella teoria generale delle algebre (lineari associative), definite in un campo di razionalità arbitrario, è d'importanza fondamentale la determinazione delle algebre primitive, cioè prive di divisori dello zero. Se ne conosce solo un tipo (escluse, naturalmente, le algebre commutative) trovato da DICKSON e studiato poi anche da WEDDERBURN, il quale pone anche la questione se esistano algebre del seguente altro tipo, analogo a quello di DICKSON ma più generale: *Algebre di ordine n^2 , primitive in un dato campo di razionalità K , che contengono un elemento i la cui equazione minima è un'equazione abeliana di grado n , $f(i) = 0$, coi coefficienti in K (ed irriducibile in K).* Se $f(x) = 0$ è ciclica, si ottengono le algebre di DICKSON.

L'A., nel presente lavoro, studia appunto le algebre di tale tipo più generale, che chiama (per brevità) *algebre di tipo P*.

Sostituendo alla ipotesi della primitività un'altra ipotesi meno restrittiva, l'A. studia anzitutto le proprietà delle algebre che così si ottengono (algebre *del tipo φ*), specialmente allo scopo di ottenere una scelta opportuna della loro base; e quindi, per mezzo di una conveniente rappresentazione di tali algebre φ per mezzo di matrici, inverte il risultato ottenuto, dando un metodo per la costruzione delle algebre φ , che applica in particolare a quelle di 16^{esimo} ordine ($n = 4$).

Passa dipoi allo studio delle algebre P , cioè delle algebre φ primitive. Determinata in generale una prima condizione necessaria affinché un'algebra φ sia primitiva (condizione che nell'ultima parte della Memoria è poi dimostrato non essere sufficiente), l'A. si limita al caso $n = 4$, stabilendo in tal caso un'altra condizione che unita alla precedente dà un sistema di condizioni necessarie e sufficienti perchè un'algebra φ di 16^{esimo} ordine sia primitiva. Sulla base di queste condizioni, e per mezzo della risoluzione di

questioni di analisi indeterminata di 2° e 4° grado, giunge a dare un esempio di algebra di 16°^{esimo} ordine del tipo richiesto, dimostrando così l'esistenza di algebre di tal tipo. Con la risoluzione di altre questioni di analisi indeterminata, stabilisce infine l'indipendenza delle suddette condizioni che definiscono le algebre P di 16°^{esimo} ordine.

G. BELARDINELLI: *La rappresentazione delle funzioni analitiche mediante la formula d'interpolazione di Newton.* « Note e Memorie » Circolo Mat. di Catania, vol. II, fasc. 1° e 2° (1924), pp. 53-72.

Data una funzione analitica $f(x)$ per la quale si abbia

$$f(x_v) = A_v, \quad (v = 0, 1, 2, 3, \dots, n, \dots)$$

la serie

$$(1) \quad \sum_{n=0}^{\infty} P_n(x) f_n(\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n),$$

ove $P_n(x) = (x - \alpha_0)(x - \alpha_1) \dots (x - \alpha_n)$, $P_0(x) = x$ ed $f_n(\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n)$ simbolo di funzione interpolare ennesima, è una estensione all'infinito della formula d'interpolazione di NEWTON ed una generalizzazione della serie di TAYLOR. Il campo di convergenza nel caso che $\alpha_1 = \alpha_3 = \alpha_5 = \dots = a$ e $\alpha_0 = \alpha_2 = \alpha_n = \dots = b$ risulta, come ha determinato il prof. PEANO, di cassinoidi ordinarie; BENDIXSON ha supposto che $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = \alpha$, α_n ed α reali o complessi, ed in questo campo il campo di convergenza è un cerchio di centro α . In questo lavoro, nella prima parte, ho determinato i campi di convergenza delle (1) sulle ipotesi che i numeri α_n abbiano un numero finito $a_1, a_2, a_3, \dots, a_p$ di punti limiti a distanza finita. Se indichiamo con $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ la frequenza dei punti attorno ai punti limiti, si ha che i campi di convergenza sono chiusi dalle curve

$$\rho_1^{\lambda_1} \rho_2^{\lambda_2} \dots \rho_p^{\lambda_p} = c$$

essendo $\rho_r = |x - a_r|$, e c la costante di convergenza. Per la determinazione di questa costante enuncio un teorema analogo a quello di HADAMARD per le serie di potenze, sul $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{(c_n)}$: cioè essendo $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{(c_n)} = \gamma$, si ha che la costante di convergenza sarà data da

$$\lambda: \gamma^{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_p},$$

e faccio delle applicazioni.

Nella seconda parte tratto degli sviluppi dello zero per le serie (1); la possibilità che una serie di questa forma, nel caso che $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0$, possa rappresentare lo zero era stata già riscontrata da FROBENIUS.

Nell'ultima parte, mediante la formula integrale di CAUCHY, sviluppo una funzione analitica regolare in una area semplicemente connessa in serie della forma (1); generalizzando poi il metodo di HILBERT, posso rappresentare una funzione analitica regolare mediante la serie di interpolazione di NEWTON in un campo interno e prossimo quanto si vuole al campo di regolarità della funzione.

Determino infine che, date più funzioni analitiche regolari in campi esterni l'uno all'altro, esiste una unica serie di interpolazione di NEWTON che rappresenta le singole funzioni nei singoli campi.