Bollettino
Unione Matematica
Italiana

UMI

Corrispondenza

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **4** (1925), n.1, p. 38–39.

Unione Matematica Italiana

¡http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1925_1_4_1_38_0¿

CORRISPONDENZA

DOMANDE

19. Ovviamente, condizione necessaria e sufficiente, affinchè una funzione reale e continua di una variabile reale, definita in un intervallo (a, b), sia ivi monotona è che, comunque si fissi un intervallo limitato in (a, b), il massimo e il minimo assoluti della funzione in quell'intervallo si verifichino sempre agli estremi.

Tale circostanza conduce ad introdurre anche nel modo seguente il concetto di monotonia per le funzioni reali e continue di più variabili reali: Una tale funzione, definita in un dominio D, si dirà ivi monotona se, comunque si fissi in D un dominio limitato, il massimo e minimo assoluti della funzione in questo dominio, si verificano sempre in punti della frontiera. Così, le funzioni armoniche sarebbero funzioni monotone, tali sarebbero pure le funzioni di due variabili a hessiano negativo... Si sa che:

Condizione necessaria e sufficiente affinchè una funzione reale e derivabile di una sola variabile sia monotona nell' intervallo (a, b) è che ivi la sua derivata sia priva di valori di segno opposto.

Ora si domanda, ammettendo per la funzione una conveniente derivabilità parziale, è possibile — considerando una certa espressione composta di derivate parziali della funzione — caratterizzare le funzioni monotone di più variabili in modo analogo a quanto compie il teorema ora ricordato per le funzioni di una variabile?

π.

20. Essendo α un' assegnata quantità reale, si consideri il sistema di infinite equazioni lineari

$$(1) \qquad \sum_{k=0}^{i} \binom{i}{k} \alpha^k x_{i+k} = 0 \qquad (i = 1, 2, \ldots),$$

nelle infinite incognite $x_1, x_2, \ldots$ Si domanda di stabilire, con trattazione diretta, per quali valori di α non esistono soluzioni del sistema, con valori non tutti nulli delle incognite, per le quali la serie

(2) $$|x_1|^2 + |x_2|^2 + \ldots + |x_n|^2 + \ldots$$

è convergente.

Ovviamente, se $|\alpha| > 1$, di tali soluzioni esistono di certo. Come caso particolare di un teorema enunciato da M. PICONE nella nota *Nuovo metodo d'approssimazione per la soluzione del problema di Dirichlet* [Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, 1° semestre 1922], dalla completezza sull'ellisse dei polinomii armonici in due variabili, si deduce che il sistema (1), per $|\alpha| < 1/2$, non possiede le soluzioni indicate. Ma cosa si può dire per $1/2 \leq |\alpha| \leq 1$? π.

21. In un mezzo coibente sono immersi ed isolati una sfera conduttrice ed un polo, esterno alla sfera, nel quale è concentrata una massa elettrica. Si domanda: nell'elettrizzazione per influenza della superficie sferica, il cerchio minore su questa, luogo dei punti di densità elettrica nulla, ha effettivamente una posizione dipendente dalla natura del dielettrico, secondo quanto si dovrebbe dedurre dalla teoria matematica dell'elettrostatica? Si sa se sono state mai fatte esperienze in proposito? π.

22. *Sull'elettrizzazione per influenza.* In un mezzo coibente di costante dielettrica k sono immersi una sfera conduttrice S di raggio R ed un polo P, esterno alla sfera e alla distanza a del centro di questa, nel quale polo può essere concentrata la massa elettrica m. La teoria matematica dell'elettrostatica conduce assai facilmente alle conclusioni seguenti:

a) Se la sfera S è in comunicazione col suolo, nella sua elettrizzazione per influenza del polo P, essa riceve una totale carica elettrica data da

$$-\,km(R/a).$$

b) Se la sfera S è isolata e primitivamente allo stato neutro, nella sua elettrizzazione per influenza del polo P, il luogo dei punti della superficie di densità elettrica nulla è il cerchio minore i cui punti distano da P della costante

$$\sqrt[3]{a(a^2 - R^2)}.$$

Si domanda se tali quantitative conclusioni siano stati mai con sufficiente approssimazione verificate sperimentalmente. π.