
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

ETTORE CAVALLI

Un nuovo problema balistico

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie
1, Vol. 4 (1925), n.1, p. 3–5.*

Unione Matematica Italiana

[http:
//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1925_1_4_1_3_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1925_1_4_1_3_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione
Matematica Italiana, 1925.

Un nuovo problema balistico.

Nota del Generale ETTORE CAVALLI

Il problema balistico si è finora basato sull'integrazione dell'equazione differenziale del 1° ordine:

$$(1) \quad g d(\gamma \cos \tau) = \gamma \delta_v v F(\gamma) d\tau$$

nella quale v è la velocità, θ l'inclinazione sull'orizzonte della tangente in un punto qualunque della traiettoria (piana); γ è un

coefficiente costante dipendente dal proietto, δ_y è la densità dell'aria all'altitudine y , g è la gravità, ed $F(y)$ è una funzione sempre positiva di y , detta funzione resistente, data da una tabella numerica.

Dell'integrazione di questa equazione si sono occupati, per citare solo i principali, NEWTON, GIO. BERNOULLI, EULERO, D'ALEMBERT, LEGENDRE ed in ultimo SIACCI, il quale trovò ben 19 forme della $F(y)$ che riducono la (1) alle quadrature.

Tutte le soluzioni studiate da questi autori supponevamo però la δ_y costante; ora se ciò poteva bastare in un certo tempo, oggi in molti casi non basta più, per cui occorre affrontare un altro problema analitico, più complesso.

Se la δ_y non è costante, alla (1) bisogna aggiungere l'altra equazione

$$(2) \quad g dy = -v^2 \operatorname{tg} \theta \cdot d\theta$$

e studiare il sistema costituito dalle due equazioni, o l'equazione del 2° ordine che nasce dall'eliminazione di y tra esse. Se per la δ_y si adotta la formula di BESSEL

$$\delta_y = \delta_0 e^{-\alpha y}$$

ove δ_0 e α sono due costanti, è notevole che nell'equazione del 2° ordine ora detta sparisce ogni traccia del coefficiente $\gamma \delta_0$ del proietto. Prendendo come variabile indipendente u definita da

$$(3) \quad v \cos \theta = u \cos \varphi$$

essendo φ costante, si perviene alla seguente equazione:

$$(4) \quad \frac{d^2 \theta}{du^2} + ku^2 \frac{\operatorname{tg} \theta}{\cos^2 \theta} \left(\frac{d\theta}{du} \right)^2 + \tau \psi(u) \left(\frac{1}{u} + \operatorname{tg} \theta \frac{d\theta}{du} \right) \frac{d\theta}{du} = 0$$

ove

$$\psi(u) = n(u) + 1 = \frac{u F'(u)}{F(u)} + 1, \quad k = \frac{\alpha \cos^2 \varphi}{g}$$

e

$$\tau = \frac{\psi(u)}{\psi(u)}$$

è un rapporto che oscilla lungo la traiettoria intorno al valore medio 1, dal quale si discosta poco. La funzione $n(u)$ varia tra limiti assai più ristretti che non la $F(u)$, mantenendosi sempre tra 1 e 6, i limiti esclusi. Se in questa equazione si pone $\tau = 1$,

e la si trasforma assumendo come nuove variabili

$$\xi = \operatorname{tg} \theta \quad \text{e} \quad \zeta = - \int \frac{2gdu}{uF(u)} = J(u) \quad (1)$$

essa diventa:

$$(4') \quad \frac{d^2 \xi}{d\zeta^2} + [ku^2(1 + \xi^2) + n(u) - 1] \frac{\xi}{1 + \xi^2} \left(\frac{d\xi}{d\zeta} \right)^2 = 0$$

la quale si riduce facilmente alle quadrature quando sia $n(u) = 1$. Si riduce anche a quadrature quando sia $z = 0$ ed $n(u) = \text{costante}$.

La z è una piccola quantità dell'ordine di 10^{-4} circa, ma essa è moltiplicata per u^2 che assume valori sensibilmente superiori a 10^4 ; per cui ku^2 può assumere valori più grandi di quelli di $n(u)$ che, come si è detto, non è neppur molto grande. Ne risulta che il termine moltiplicato per k non può essere considerato come piccolo.

Si presenta ora, dopo queste premesse, agli analisti il problema di studiare l'integrazione dell'equazione (4) o della (4') o di quell'altra che si voglia dedurre dal sistema costituito dalle (1) e (2). Non pare che il problema sia indegno degli analisti moderni, visto che gli uomini sommi di sopra citati non disdegnarono di occuparsi dell'integrazione della (1) più semplice. Perciò mi auguro che gli analisti non vorranno negare il concorso della loro scienza a vantaggio degli artiglieri, che tanto aspettano da loro.

(1) Così denominata da STACCI e data dalla tavola balistica generale da lui calcolata.