
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

UMI

Sunti di lavori italiani

* Lavori di: C. Rosati, Giuseppe Belardinelli

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1,
Vol. 4 (1925), n.3, p. 114–117.

Unione Matematica Italiana

[http:](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1925_1_4_3_114_0i)

[//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1925_1_4_3_114_0i](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1925_1_4_3_114_0i)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

SUNTI DI LAVORI ITALIANI

C. ROSATI: *Sui sistemi regolari di integrali abeliani riducibili e sulle reti di corrispondenze ad essi associate.* (In corso di stampa negli « Annali di Matematica »).

Son ben noti gli importanti progressi che ha fatto in questi ultimi anni la teoria degli integrali abeliani riducibili, mercè i lavori di SEVERI, di SCORZA e di altri geometri. In questa Memoria, riferendomi particolarmente agli integrali riducibili appartenenti ad una curva algebrica, mi sono proposto di porre la teoria in più stretta relazione con quella delle corrispondenze fra i punti della curva; ed, oltre a ritrovare per altra via alcuni dei risultati di SCORZA, altri ne aggiungo, che qui espongo succintamente, i quali mi sembra debbano presentare qualche interesse.

Dato sopra una curva C del genere $p > 1$ un sistema regolare riducibile ∞^{g-1} , vengono definite due reti M, N di corrispondenze speciali; l'una (*rete di 2ª specie*) costituita dalle corrispondenze di livello costante per il sistema, l'altra (*rete di 1ª specie*) dalle corrispondenze appartenenti al sistema, cioè tali che la somma di un qualsiasi integrale di 1ª specie della curva nei punti del gruppo omologo di un punto variabile dà luogo a un integrale del sistema. Se l, m sono i numeri delle corrispondenze indipendenti in esse contenute, si ha $l + m = \mu$, essendo μ il numero base per la totalità delle corrispondenze della curva; i numeri l, m diconsi *gl'indici* (1° e 2°) del sistema regolare. Due sistemi complementari hanno, salvo l'ordine, i medesimi indici. Dati due sistemi regolari, le reti di 1ª specie associate ai sistemi intersezione e congiungente, sono rispettivamente l'intersezione e la rete congiungente le reti di 1ª specie associate ai sistemi dati; per le reti di 2ª specie vale la proprietà analoga purchè si scambino le parole « intersezione » e « congiungente ». Se le due reti M_{l-1}, N_{m-1} associate ad uno stesso sistema A si intersecano in una rete di dimensione $\lambda - 1$, il numero λ dicesi *coef-*

coefficiente d'immersione del sistema, ed il sistema dicesi *isolato e non isolato* secondochè è $\lambda = 0$, ovvero $\lambda > 0$. Nel 1° caso non esistono sistemi regolari infinitamente vicini ad A , nel 2° caso A fa parte di una infinità discontinua ovunque densa di sistemi analoghi, aventi comuni la dimensione, gl'indici e il coefficiente d'immersione; ed il *minimo continuo* cui appartengono (come elementi) i detti sistemi è una varietà algebrica di dimensione λ (1).

Nello studio della configurazione dei sistemi regolari appartenenti alla curva occorre partire dai sistemi *ad assi puri*. Gli assi puri si distribuiscono su t varietà algebriche V_1, V_2, \dots, V_t ($t \geq 1$) di dimensioni $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_t$ appartenenti a t assi isolati indipendenti $R_{2Q_1-1}, R_{2Q_2-1}, \dots, R_{2Q_t-1}$ ($Q_1 + Q_2 + \dots + Q_t = p$); se $\lambda_i = 0$, la varietà V_i riducesi all'asse isolato R_{2Q_i-1} .

Indicando con m_1, m_2, \dots, m_t i 2° indici degli assi appartenenti a V_1, V_2, \dots, V_t , il numero $k_i + 1 = \frac{m_i}{m_i - \lambda_i}$ è un intero che rappresenta il numero degli assi indipendenti appartenenti a V_i , e si ha la relazione

$$\frac{m_1^2}{m_1 - \lambda_1} + \frac{m_2^2}{m_2 - \lambda_2} + \dots + \frac{m_t^2}{m_t - \lambda_t} = \mu.$$

Il coefficiente d'immersione di un qualsiasi asse della curva è espresso dalla formula

$$\lambda^* = \sum_{i=1}^{t-1} (r_i + 1)(k_i - r_i)(m_i - \lambda_i)$$

essendo $r_i + 1$ il numero degli assi puri indipendenti contenuti nell'asse dato ed appartenenti a V_i .

Di qui si deduce la disuguaglianza $\lambda^* \leq \frac{\mu}{4}$, avendosi l'uguaglianza quando e solo quando la varietà definita dall'asse coincide con quella definita da un qualsiasi complementare.

Faccio infine alcune considerazioni sui sistemi regolari associati ad una involuzione irrazionale, soffermandomi in particolare sulle curve possedenti involuzioni ellittiche.

Pisa, 11 maggio 1925.

(1) La importante nozione di *coefficiente d'immersione* di un sistema regolare è dovuta allo SCORZA, il quale giunge pure, per altra via, alla varietà algebrica di dimensione λ .

Analisi. — GIUSEPPE BELARDINELLI: *Sur la résolution des équations algébriques*. « Comptes Rendus », t. 179 (2° semestre 1924), pag. 432.

In seguito ad una nota ⁽¹⁾ del BISKELAND, l'A. riassume i risultati ottenuti dal CAPELLI e da lui stesso sullo sviluppo in serie delle radici di una equazione algebrica secondo le potenze dei coefficienti. E mostra come da questi risultati si possono ottenere quelli del BISKELAND.

— — *Su alcuni sviluppi dello zero*. In corso di stampa nei Rend. del Circ. Mat. di Palermo.

La determinazione degli sviluppi dello zero ⁽²⁾ « Nullentwickelungen » in serie di funzioni che soddisfano ad un sistema ricorrente è di grande interesse sia per le matematiche pure che per le applicate, ed è un problema che fa parte del problema più generale della determinazione degli sviluppi dello zero in serie di funzioni date; problema che è appena iniziato.

Indichiamo alcune ricerche relative all'argomento.

Il FROBENIUS ha dimostrato l'esistenza degli sviluppi dello zero per le serie che procedono secondo polinomi $P_n(x) = (x - \alpha_n) P_{n-1}(x)$, essendo $P_0(x) = 1$, e $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = 0$.

L'A. ⁽³⁾ determina effettivamente gli sviluppi dello zero nel caso che, essendo $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = \infty$, i numeri α_n siano radici di una funzione intera di genere finito, e poi nel caso che questi numeri abbiano un numero finito di punti limiti a distanza finita.

Così, PINCHERLE ⁽⁴⁾ ha trattato gli sviluppi dello zero per le serie che procedono secondo un sistema di funzioni analitiche $f_n(x)$ definite dallo sviluppo di una funzione di due variabili

$$F(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} x^n f_n(x).$$

Oltre ai casi su detti, FROBENIUS, basandosi sugli studi del THOMÉ, si è occupato degli sviluppi dello zero che procedono secondo i denominatori delle ridotte della frazione continua

⁽¹⁾ « Comptes Rendus », t. 177, 1923, pag. 23

⁽²⁾ G. FROBENIUS: « Journal de Crelle », B. 73, pag. 1.

⁽³⁾ G. BELARDINELLI: Rend. Circ. Mat. Palermo, t. 67, 1923, pag. 1; Note e Memorie Circ. Mat. di Catania, t. II, 1923, pag. 54.

⁽⁴⁾ Annali di Matematica, S. II, T. 12, 1884.

algebraica che si ottiene sviluppando in frazione continua il rapporto

$$F\left(\alpha, \beta + 1, \gamma + 1, \frac{1}{x^2}\right) : xF\left(\alpha, \beta, \gamma, \frac{1}{x^2}\right),$$

essendo F simbolo della funzione ipergeometrica di GAUSS.

In questo lavoro l'A. costruisce gli sviluppi dello zero per le serie che procedono secondo i denominatori ed i numeratori delle successive ridotte della frazione continua che si ottiene sviluppando l'integrale

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{\lambda} \frac{\sigma(x)}{y-x} dx,$$

essendo l'integrale esteso ad un contorno λ .

Dimostra così l'unicità degli sviluppi dello zero per le serie che procedono secondo noti polinomi, quali funzioni sferiche, polinomi di JACOBI, ecc.