UMI

Sunti di lavori italiani

* Lavori di: G. Sansone, G. Mignosi, A. Signorini

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **4** (1925), n.5, p. 207–210.

Unione Matematica Italiana

¡http:
//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1925_1_4_5_207_0¿

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione
Matematica Italiana, 1925.

SUNTI DI LAVORI ITALIANI

Teoria dei numeri. – G. SANSONE: *Sulle equazioni indeterminate delle unità di norma negativa nei corpi quadrati reali.* Riassunto di due note in pubblicazione nei « Rendiconti della R. Accademia dei Lincei ».

Nella prima nota l'A. studia la risolubilità in numeri interi razionali delle equazioni di PELL-FERMAT:

$$x^2 - Dy^2 = -1 \tag{1}$$

$$x^2 - 2Dy^2 = -1 \tag{2}$$

$$x^2 - Dy^2 = -4, \tag{3}$$

con D intero razionale positivo privo di fattori quadrati.

In una sua memoria, DIRICHLET trovò delle condizioni sufficienti per la risolubilità di queste equazioni [1]; l'A. si è proposto invece di assegnare delle condizioni necessarie per la risolubilità delle equazioni stesse.

Così per la equazione (1) si dimostra che *condizione necessaria perchè la* (1) *abbia soluzioni è che esista una decomposizione del numero* $D = \mathfrak{p}_1 \mathfrak{p}_1^0 \mathfrak{p}_2 \mathfrak{p}_2^0 \dots \mathfrak{p}_k \mathfrak{p}_k^0$, *in fattori primi primari di primo grado, per la quale valgano le condizioni*

$$\left[\frac{i\, \mathfrak{p}_1 \mathfrak{p}_2 \dots \mathfrak{p}_k}{\mathfrak{p}_h}\right] = 1, \quad \text{per} \quad h = 1, 2, \dots, h,$$

essendo $\left[\frac{m}{n}\right]$ il simbolo relativo ai residui quadratici nel campo di GAUS.

Per l'equazione (2) si ha invece: *condizione necessaria perchè la* (2) *abbia soluzioni è che esista una decomposizione del numero* $D = \mathfrak{p}_1 \mathfrak{p}_1^0 \mathfrak{p}_2 \mathfrak{p}_2^0 \dots \mathfrak{p}_k \mathfrak{p}_k^0$, *in fattori primi primari di primo grado,*

[1] L. DIRICHLET'S WERKE, I B., p. 221 e seg. « *Einige neue Sätze über unbestimmte Gleichungen* ».

per la quale valgano le condizioni

$$\left|\frac{i^{\rho}(1+i)\,p_1 p_2 \dots p_k}{p_h{}^0}\right| = 1,$$

$$h = 1, 2, \dots, k \quad \text{con} \quad \rho = 0 \quad \text{oppure} \quad \rho = 1 .$$

Resultati analoghi si trovano per l' equazione (3).

Nella seconda nota l' A. studia l'equazione

$$(1) \qquad x^2 - 2py^2 = -1$$

con p primo. Egli stabilisce i seguenti risultati:

1) *Delle tre equazioni*

$$\alpha^2 - 2p\beta^2 = -1, \qquad p\alpha^2 - 2\beta^2 = -1, \qquad 2\alpha^2 - p\beta^2 = -1$$

ne è possibile sempre una (DIRICHLET) *e una soltanto* (A.).

2) *a*) Per $p = 8n + 5$ *l' equazione* (4) *è sempre possibile* (DIRICHLET).

b) Per $p = 16n + 9$, *condizione necessaria* (A.) *e anche sufficiente* (DIRICHLET) *per la risoluzione dell' equazione* (4) *è che si abbia*

$$2^{\frac{p-1}{4}} \equiv -1 \qquad (\text{mod. } p).$$

c) Per $p = 16n + 1$, *condizione necessaria perchè l' equazione* (4) *sia possibile è che il numero* p *abbia la forma*

$$p = (1 + 8\alpha)^2 + (8\beta)^2 \qquad (\text{A.}).$$

Termina la nota un teorema sul numero negativo intero $-k^2$ (k intero) di minor valore assoluto rappresentabile con la forma quadratica (principale) $(1, 0, -D)$ con D dispari, positivo, privo di fattori quadrati e di fattori primi della forma $4n + 3$.

Con queste ipotesi si ha il risultato: *Se* $-k^2$ *è il numero negativo di più piccolo valore assoluto rappresentabile con la forma principale* $(1, 0, -D)$ ed è $|k| > 1$, *qualunque eventuale divisore* l^2 *di* k^2 *diverso dall' unità non è rappresentabile propriamente con la forma* $(1, 0, -D)$ *a meno che non sia* $l = 2$.

Firenze, agosto 1925.

Analisi algebrica. — G. MIGNOSI: *Teorema di Sturm e sue estensioni.* (Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, t. 49, pp. 1-167, 1925).

La relazione di questo lavoro, premiato dall'Accademia Pontaniana di Napoli (concorso al premio « Tenore ») nell' adunanza del 24 febbraio 1924, è pubblicata nelle *Esercitazioni matematiche del Circolo matematico di Catania* (a. 1924, p. 151) e da essa estragghiamo il seguente breve riassunto.

La Memoria s'inizia con una introduzione storico-critica sui lavori intorno al teorema di STURM. In essa son presi in esame i tentativi e le ricerche anteriori alla scoperta dello STURM, tra cui è notevole la Memoria di CAUCHY del 1813, che risolve completamente il problema della enumerazione degli zeri d'una funzione razionale intera, interni ad un intervallo dato. Però il calcolo effettivo delle funzioni occorrenti secondo il metodo di CAUCHY è così complicato che i matematici del tempo non apprezzarono la soluzione, che fu presto relegata nell'oblio. Seguono: la nota scoperta di STURM (1829) fondata sull'algoritmo euclideo delle divisioni successive, le questioni di priorità secondo TERQUEM e MOIGNO, la polemica DUHAMEL-PROUHET sulle cause della scoperta, gli inconvenienti delle funzioni proposte dallo STURM, e le osservazioni di FRANCOEUR, BINET, HOUSEL, TRUDI e MOLLAME tendenti ad attenuarne la portata. Due ordini di lavori tengon dietro quasi immediatamente alla scoperta di STURM: taluni aventi di mira l'estensione del problema sturmiano ai polinomi a coefficienti complessi e, più generalmente, ai sistemi di funzioni intere di più variabili reali (CAUCHY, STURM, LIOUVILLE, HERMITE...), altri numerosi rivolti alla costruzione generale delle funzioni di STURM (SILVESTER, CAYLEY, TRUDI, BAUR, CIPOLLA,...). A tal proposito sono ben messi in luce i notevolissimi contributi del TRUDI, rimasti per lungo tempo ignorati; è restituita a quest' Autore la priorità in confronto al BAUR per lo studio del caso degli zeri multipli; son pure rilevate le interessanti ricerche del CIPOLLA sulla successione di CAYLEY-BORCHARDT in ordine al caso non regolare, ed è fatto anche cenno dell'impiego della teoria delle forme (SCHRAMM, PETR,....) per la risoluzione del problema della enumerazione degli zeri.

Si passa, poi, al metodo algebrico di HERMITE, indipendente da ogni nozione di continuità, fondato sulla considerazione di quadriche associate a polinomi, al quale si riconnettono importanti lavori di BRIOSCHI, KRONECKER e DARBOUX.

Le notizie sull'indirizzo trascendente di KRONECKER, istituito sulla nozione fondamentale di caratteristica di un sistema di funzioni di più variabili, sui notevoli perfezionamenti di PICARD, sulla polemica KRONECKER-PICARD, sui contributi del DYCK, del PHRAGMÉN, di DAVIDOGLOU e dello TZITZÉICA intorno al caso delle soluzioni multiple, completano l'introduzione storica, la quale si chiude inneggiando al genio immortale del sommo CAUCHY, quale precursore di STURM e spirito animatore di tutte le successive ricerche sul problema sturmiano.

La monografia è divisa in tre parti con i titoli rispettivi:

Successioni sturmiane, Il metodo algebrico di HERMITE e *L'indirizzo trascendente di* KRONECKER. Essa comprende, senza alcuna preoccupazione d'ordine cronologico, l'esposizione sistematica degli argomenti e dei metodi accennati nella introduzione, non esclusa la soluzione di CAUCHY, anteriore allo STURM, che è fatta derivare da talune semplici formule posteriori di KRONECKER.

La composizione monografica è redatta con criterio prevalentemente metodico, l'autore essendosi prefisso di conferire ad essa la maggiore organicità e uniformità possibile. Per tale motivo non fu possibile dar luogo alle applicazioni che in vario senso furono fatte del metodo di STURM, come, ad esempio, quelle notevoli del NICCOLETTI.

Secondo l'espressione della Commissione giudicatrice del Concorso al premio « Tenore » contenuta nella suddetta relazione, la Memoria « è un'opera omogenea ed esauriente sull'argomento, ricca di acume critico e di osservazioni originali, la cui pubblicazione farà onore all'Autore, alla Raccolta che la accoglierà e alla Scienza italiana in genere ». G. M.

A. SIGNORINI: *Sulla pressoflessione del cemento armato.* (In corso di stampa negli « Annali di Matematica »).

Nella sua conferenza « Sulla statica del cemento armato » [V. Rendiconti del Seminario matematico della R. Univ. di Roma (1925)] l'A. ha esposto i risultati di alcuni suoi studi sulla pressoflessione del cemento armato, aventi il triplice scopo di

α) consolidare i fondamenti della teoria ordinaria, attraverso un completo sviluppo della teoria più generale che deriva dalla rinunzia allo schema di carattere semplicista universalmente adottato dai tecnici per la rappresentazione dei risultati delle prove di resistenza delle murature e conglomerati;

β) ricondurre le verifiche di stabilità relative alla teoria più generale nell'ambito della teoria ordinaria, in modo semplice e servendosi soltanto di elementi facilmente e sicuramente deducibili dai diagrammi delle prove di resistenza;

γ) portare un contributo ai procedimenti di calcolo della teoria ordinaria. Una succinta trattazione del caso particolare delle murature semplici è in corso di stampa nei Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, in due note dai titoli « Un teorema di esistenza ed unicità nella statica dei materiali poco resistenti a trazione » e « Sulla pressoflessione delle murature ». L'attuale memoria contiene la dimostrazione completa dei teoremi del gruppo α).