
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

FRANCESCO SBRANA

Sull'integrazione delle equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti.

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie
1, Vol. 5 (1926), n.4, p. 179–180.*

Unione Matematica Italiana

<[http:
//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1926_1_5_4_179_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1926_1_5_4_179_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione
Matematica Italiana, 1926.

Sull'integrazione delle equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti.

Nota di FRANCESCO SBRANA (a Genova).

Per integrare l'equazione differenziale

$$(1) \quad \frac{d^n y}{dx^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dx} + a_n y = f(x),$$

con a_1, a_2, \dots, a_n costanti, ed $f(x)$ funzione nota, si conosce, oltre al metodo di LAGRANGE, un procedimento dovuto a CAUCHY. Esso consiste nel determinare una funzione, integrale dell'equazione omogenea corrispondente, che per un valore α di x si annulli, con le sue prime $n-2$ derivate, mentre la sua derivata $(n-1)$ esima si riduce ad $f(x)$; detta $\varphi(x, \alpha)$ tale funzione, un integrale particolare della (1) è dato da

$$(2) \quad y(x) = \int_{x_0}^x \varphi(x, \alpha) d\alpha,$$

dove x_0 è un limite fisso ⁽¹⁾. Crediamo utile rilevare che la φ dipende da α in maniera molto semplice. Basta osservare che se $z(x)$ è un integrale dell'equazione omogenea, lo è anche $z(x-\alpha)$; se poi $z(x)$ si annulla per $\alpha=0$, con le sue prime $n-2$ derivate, mentre la sua derivata $(n-1)$ esima si riduce ad uno, si dovrà avere

$$z(x-\alpha) = \frac{\varphi(x, \alpha)}{f(\alpha)}.$$

Con ciò l'integrale (2) diviene

$$(3) \quad y(x) = \int_{x_0}^x f(\alpha) z(x-\alpha) d\alpha.$$

⁽¹⁾ Ved. CAUCHY *Oeuvres*, II.e serie, tome VII, p. 40; cfr. anche: GOURSAT, *Cours d'Analyse mathématique*, tome II, 1905, p. 420.

[Occorrerà, naturalmente, che x_0 sia distinto dagli eventuali punti singolari di $f(x)$].

Con questa formula ci sembra si pervenga alla integrazione della (1) assai più speditamente che col metodo di LAGRANGE.

Genova, 29 maggio 1926.