UMI

Recensioni

* L. E. Dickson, Ph. D.: Modem Algebraic Theories
* L. P. Eisenhart: Riemannian Geometry
* Ch. Michel: Compléments de Géométrie moderne

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **6** (1927), n.1, p. 32–35.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1927_1_6_1_32_0>

RECENSIONI

L. E. DICKSON, Ph. D.: *Modern Algebraic Theories.* (Chicago, B. H. Sanborn e C., 1926) p. IX-275.

Questa opera del noto e distinto professore dell'Università di Chicago si propone di dare nel modo più semplice le nozioni fondamentali dell'Algebra moderna.

Essa tratta nei suoi vari capitoli, della teoria delle matrici e delle trasformazioni lineari cui si connette la teoria degli invarianti, senza fare uso della notazione simbolica; delle forme quadratiche, bilineari ed Hermitiane; della teoria di GALOIS, cui viene premessa una esposizione delle teorie dei gruppi di sostituzioni: della teoria dei gruppi lineari, che riassume in forma notevolmente semplice i risultati contenuti nell'*Icosaedro* di KLEIN, e, in connessione con questo argomento, della risoluzione dell'equazione di quinto grado, dove è fatta larga menzione dei risultati del nostro BRIOSCHI. Il carattere essenzialmente didattico dell'opera la rende particolarmente utile per gli studenti dei Corsi di matematica pura, ai quali essa va raccomandata, e questa utilità viene corroborata da una accurata raccolta di 180 esercizi. (*u*).

L. P. EISENHART: *Riemannian Geometry.* Princeton, 1926 (262 pag.).

In quest'opera l'A. svolge, con l'uso sistematico del calcolo differenziale assoluto, la geometria differenziale degli spazi riemanniani a più dimensioni. La trattazione è condotta con modernità di vedute, e con chiarezza, semplicità e sovratutto spigliatezza veramente notevoli. Nella piccola mole del libro si trovano sviluppati, e assai bene coordinati tra loro, molti dei principali risultati, sia delle ricerche classiche di BELTRAMI, CHRISTOFFEL, BIANCHI, RICCI, ecc., sia degli studi più recenti che hanno avuto origine dalla memoria di LEVI-CIVITA sul parallelismo e dalle ricerche sulla relatività. Una novità specialmente è degna di nota: l'A., avendo in vista appunto le applicazioni che lo studio delle V_n riemanniane riceve nella teoria della Relatività, non limita le sue investigazioni al caso di una metrica dipendente da un ds^2 definito, ma suppone sempre che la forma fondamentale possa anche essere indefinita. Sebbene in molti punti la trattazione che così ne risulta appaia sostanzialmente analoga a quella ordinaria, pure vi sono anche delle notevoli differenze. Ricorderò, ad es., che in tali ipotesi più generali, *« quando la prima curvatura di una curva è nulla in tutti i punti, la curva o è una geodetica, e ha la normale principale indeterminata, o essa à una curva per la quale la normale principale è un vettore nullo »* (pag. 61).

Seguendo l'esempio dello SCHOUTEN, l'A. propone al lettore numerosi e svariati esercizi, che in parte sono di applicazione immediata delle teorie sviluppate nel testo, ma nella maggior parte costituiscono estensioni e complementi di quelle teorie, e contengono, semplicemente enunciati ma corredati da opportune indicazioni bibliografiche, molti interessanti risultati di ricerche classiche o recenti la cui esposizione non aveva trovato luogo nel testo.

Senza dubbio, in quest'opera l'essenza geometrica delle questioni non è così profondamente sviscerata come ad esempio nel *Calcolo differenziale Assoluto* di LEVI-CIVITA, o ne *La Géométrie des espaces de Riemann* di CARTAN; nè lo strumento analitico è così perfezionato come nel *Ricci-Kalkül* di SCHOUTEN: ciò del resto non sarebbe conforme al carattere di semplicità e di praticità a cui l'opera dell'EISENHART è improntata. Quest'opera risulta senz'altro accessibile a chiunque, sia pur nuovo ai metodi di calcolo assoluto, voglia iniziarsi allo studio degli spazi riemanniani: e costituisce una buona preparazione alla lettura delle memorie originali.

Darò un breve sommario degli argomenti sviluppati:

Cap. I. *Analisi tensoriale.* Contiene gli elementi del calcolo differenziale assoluto, e le nozioni fondamentali circa le forme differenziali quadratiche, svolte in modo puramente analitico.

Cap. II. *Introduzione di una metrica.* Qui l'A. sviluppa gli elementi di geometria differenziale metrica in una V_n riemanniana (a forma definita o indefinita). Tra l'altro egli introduce la nozione di parallelismo secondo LEVI-CIVITA, e dà un cenno di alcuni risultati della scuola Americana (EISENHART, VEBLEN, THOMAS, SYNGE) relativi specialmente ai *campi di vettori paralleli.*

Cap. III. *Ennuple ortogonali.* L'argomento è trattato con una certa ampiezza: accanto ai classici risultati del RICCI troviamo, fra l'altro, lo studio delle direzioni principali rispetto a un tensore simmetrico del 2° ordine, e un cenno sugli spazi che ammettono un sistema n-plo ortogonale di superficie; segue un'interessante trattazione assoluta del *problema del* BELTRAMI (della rappresentabilità geodetica su di uno spazio a curvatura costante), che vien posta in relazione col *tensore di curvatura proiettiva del* WEYL.

Cap. IV. *La geometria degli spazi subordinati.* Anche lo studio delle proprietà metriche differenziali dalle V_m in V_n qualunque viene esposto ampiamente, utilizzando i recenti risultati di BOMPIANI, di SCHOUTEN e STRUIK.

Cap. V. *Gli spazi subordinati di uno spazio piano* (¹). Qui sono esposti vari risultati interessanti, e in parte poco noti, che si connettono specialmente con la nozione di *classe* di una V_n. (Ricorderò che la *classe* di una V_n è il minimo numero p tale che V_n risulti immersa in una spazio piano R_{n+p}). Poi sono svolti alcuni studi relativi agli spazi a curvatura costante.

Cap. VI. *Gruppi di movimenti.* In quest' ultimo capitolo sono contenuti vari risultati di KILLING, BIANCHI, FUBINI relativi alle trasformazioni e specialmente ai movimenti infinitesimi.

L'opera termina con un indice analitico, e con un utile elenco bibliografico.

ENEA BORTOLOTTI

CH. MICHEL: *Compléments de Géométrie moderne.* Un volume di pag. 319. Paris, Vuibert, 1926.

Questo libro, destinato dall'Autore agli allievi di « mathématiques spéciales » ed ai candidati alla licenza e all'aggregazione, sembrerà ad un lettore italiano, assuefatto alla trattazione organica della geometria proiettiva e alla visione di questa scienza da un punto di vista più elevato, alquanto slegato. Tuttavia, per quanto il difetto di un piano organico vi si manifesti a prima vista, pure l'opera del MICHEL può recare un contributo non trascurabile alla coltura dei nostri giovani, ai quali però dovrà apparire non come un trattato, ma come una appendice ricca di nozioni varie e come una guida ad esercitazioni, giustificando così il titolo di « complementi ». L'elenco degli argomenti trattati potrà persuadere dell'utilità del libro, nonostante questo suo carattere prevalente di miscellanea. Un primo capitolo, ponendo a base il teorema di STEINER (dall'A. attribuito allo CHASLES dà varie di quelle proprietà delle coniche che si fondano sul ca-

(¹) *Spazio piano* (flat space) è per l'A. uno spazio riemanniano a *ds* euclideo definito o indefinito: caratterizzato dall'annullarsi del tensore di RIEMANN-CHRISTOFFEL.

rattere di unicursalità di queste curve. Il secondo dà numerose proprietà dei triangoli coniugati, iscritti e circoscritti ad una conica; il terzo tratta dei fasci e delle schiere di coniche; il quarto capitolo è dedicato alla trasformazione quadratica, ma anche qui, più che una teoria organica, troviamo numerose proprietà il cui legame non è sempre messo in evidenza. Dopo un capitolo che tratta dei poligoni di PONCELET, limitatamente però ai quadrilateri e dopo un altro capitolo dedicato a proprietà delle coniche (che l'A. dice metriche, sebbene fra queste si trovi il teorema di PASCAL), due capitoli sono dedicati alle curve piane di terzo ordine o di terza classe, uno ai coni quadrici, uno alle involuzioni binaria, ternaria e quadernaria; seguono capitoli che trattano delle quadriche, dei loro fasci e reti, dei tetraedri coniugati, della cubica gobba, della superficie di STEINER, delle rigate cubiche e della superficie di CAYLEY. Terminano l'opera due note, l'una sul quadrilatero armonico, l'altra sui cerchi e le sfere, entrambe di carattere elementare, ed una raccolta di 92 esercizi, fra cui non pochi presentano un reale interesse. (*u*).