
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

UMI

Sunti di lavori esteri

* Lavori di: M. Légant, A. Rosenblatt, M. Gambier, G. Cerf, A. Demoulin, R. Jacques, E. Merlin, J. Drach, P. Mentré, P. Appell, E. Goursat, S. Creanga, E. Laura, A. Myller, P. Copel, E. Grinaeus, E. Vessiot, G. Tzitzéica, L. Tonelli, R. Thiry, E. Bortolotti, O. Mayer, E. Bompiani, A. Rosenblatt, G. Koenigs, G. Y. Rainich, H. Eyraud, B. De Kerékjartó, A. Eynell, A. Weil, J. Sudhia, A. Sainte-Lague

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1,
Vol. **6** (1927), n.3, p. 148–154.

Unione Matematica Italiana

<[http:](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1927_1_6_3_148_0)
[//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1927_1_6_3_148_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1927_1_6_3_148_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

SUNTI DI LAVORI ESTERI

Note di *Geometria* comparse nei tomi 178, 179, 180, 181 e 182 dei « Comptes Rendus » de l'Académie des Sciences, dal 1° giugno 1924 al 30 giugno 1926.

Geometria Algebrica. — M. LÉGANT (T. 178, pag. 2157; T. 179, pag. 17, T. 180, pag. 718).

Dà un sistema di formole per il calcolo della *singularità* di un sistema di punti di un piano per le curve di ordine l , che definisce come l'eccesso del numero dei punti sul numero delle condizioni indipendenti imposte dal sistema alle curve di ordine l .

Nella seconda nota completa i risultati della prima e passa ad estenderli ai sistemi di punti dello spazio, ove però si va incontro a nuova difficoltà.

Nella terza nota applica la teoria precedente allo studio del difetto dei sistemi lineari tagliati su di un piano dalle superficie passanti per una curva data.

— A. ROSENBLATT (T. 178, pag. 2216; T. 181, pag. 1260).

Applicando dei teoremi di COMESSATTI, studia le varietà algebriche ∞^3 che non contengono fasci irregolari di superficie e i cui generi soddisfano la relazione $P_g \leq 3(p_g - p_n - 3)$.

— B. GAMBIER (T. 180, pag. 897).

Espone alcune generalizzazioni della teoria delle aggiunte delle curve piane, supponendo specialmente che in un punto doppio di ordine i l'aggiunta passi con la molteplicità $i - 1 + \omega$, ω potendo anche essere *negativo*; allora i risultati classici si estendono con alcune modificazioni e, così estesi, consentono di completare la teoria dei gruppi di punti sovrabbondanti.

Geometria infinitesimale. — G. CERF (T. 178, pag. 1875).

Da una trasformazione di contatto dello S_3 deduce una nuova trasformazione che ad una curva fa corrispondere un'altra curva, e ne segnala varie proprietà.

Geometria infinitesimale. — A. DEMOULIN (T. 179, pag. 20; T. 182, pag. 1008).

Nella prima nota, riferendosi a due anteriori (del 1908) contenenti proprietà affini o proiettive delle superficie, dà le formole che gli consentirono di asserire che esistono superficie le cui quadriche di LIE hanno due soli punti caratteristici (per es. quelle di TZITZÈICA).

Nella seconda nota mostra l'utilità che si può trarre dalla considerazione della pentasfera mobile nella geometria conforme delle superficie e dei sistemi ortogonali.

— B. GAMBIER (T. 179, pag. 745, pag. 878 e pag. 1241; T. 180, pag. 107, pag. 248, pag. 1195, pag. 1567 e pag. 1817; T. 181, pag. 931 e pag. 1313; T. 182, 1440 e pag. 1513).

Nelle prime tre note considera i *poligoni di Poncelet generalizzati*, ossia iscritti in una conica C_2 e circoscritti a una curva Γ_n di classe $n > 2$, e si occupa della ricerca delle Γ_n che con una data C_2 danno origine a infiniti dei detti poligoni di p lati ($p = 3$ nelle prime due note).

Nella quarta nota, dopo alcune considerazioni generali sulla classificazione degli invarianti di GAUSS, di BELTRAMI e di MINDING di una superficie, dimostra la formola $mm_1 - t^2 = I$, ove I è la curvatura di GAUSS in un punto P , t , la torsione geodetica corrispondente ad una tangente in P , m e m_1 le curvature normali corrispondenti alla stessa tangente e alla coniugata.

E. E. LEVI aveva dimostrato che due superficie *isometriche* (aventi cioè lo stesso ds^2) sono *applicabili* (cioè trasformabili l'una nell'altra con una catena continua di superficie isometriche) se hanno curvatura negativa, mentre non sempre lo sono se questa è positiva. L'A. nella quinta nota fa osservare che la dimostrazione del LEVI per il secondo caso, ha bisogno di un complemento (che egli arreca) per essere del tutto rigorosa.

Nella sesta nota completa i suoi precedenti risultati sulla costruzione delle superficie di traslazione algebriche che ammettono due modi di generazione.

Nella settima nota ritrova le proprietà delle curve considerate da PICARD nello studio delle rigate appartenenti a un complesso lineare, con un nuovo metodo che porta a un collegamento con la trasformazione asintotica di BIANCHI per le curve.

Nella ottava nota dà esempi di superficie aventi un numero finito o infinito di asintotiche appartenenti a un complesso lineare.

Nella nona nota dimostra principalmente che passa una stessa relazione lineare tra la flessione e la torsione in un punto per tutte le curve di un complesso lineare che siano tangenti nel punto.

Nella decima nota arreca dei complementi ai risultati di TZITZÈICA sulle superficie tetraedali, considerandone le deformazioni con conservazione di un sistema coniugato e rigidità di una asintotica.

Nella undecima nota perviene a delle nuove deformazioni di una superficie conservanti un sistema coniugato.

Nella dodicesima nota riconduce la determinazione delle superficie di VOSS-GUICHARD alla integrazione di una equazione che si incontra nella teoria delle superficie a curvatura totale costante.

Geometria infinitesimale. — R. JACQUES (T. 179, pag. 813).

Considera i sistemi coniugati di una superficie tali che le congruenze descritte dalle loro tangenti e le loro trasformate col metodo di LAPLACE appartengano (due a due) a complessi lineari.

— — E. MERLIN (*Ibid.* pag. 875).

Dà una relazione geometrica relativa a un quadrilatero curvilineo su di una superficie i cui lati opposti appartengono ad asintotiche di uno stesso sistema; ne deduce fra l'altro una proprietà caratteristica delle superficie di TZITZÈICA.

— — J. DRACH (*Ibid.*, pag. 1020).

Ricerca tutti i casi in cui il problema del rivestimento di una superficie mediante una rete di TCHEBYCHEF può ricondursi a quello della deformazione di una superficie (l'unico caso noto essendo quello della sfera); e mostra che tutti i progressi realizzati nella deformazione delle quadriche, corrispondono a rivestimenti di superficie.

— — P. MENTRÉ (*Ibid.*, pag. 22 e pag. 1131).

Nella prima nota espone proprietà delle congruenze W per le quali il complesso lineare osculatore dipende da un sol parametro e gli invarianti fondamentali di deformazione proiettiva son nulli.

Nella seconda nota espone una serie di risultati sui complessi non speciali a fuoco inflessionale multiplo.

Geometria infinitesimale. — P. APPELL (T. 180, pag. 780).

Estende un teorema di MONGE su certe congruenze normali di rette che si presentano in un problema di minimo.

— — E. GOURSAT (T. 180, pag. 1303; T. 182, pag. 1433).

Nella prima nota dimostra che tutte le equazioni alle derivate parziali di 2° ordine da cui il metodo di WEINGARTEN fa dipendere la determinazione delle superficie aventi un dato ds^2 possono ricondursi a una sola con delle trasformazioni di contatto.

Nella seconda nota indica soluzioni particolari del problema (di DARBOUX) di trovare coppie di punti del piano tangente di una superficie descriventi superficie in rappresentazione conforme.

— — S. CREANGA (T. 179, pag. 586; T. 180, pag. 1310).

MOLINS aveva trovato due superficie sviluppabili che, per uno sviluppo opportuno sul piano, trasformano una loro curva data in un cerchio. Nella prima nota l'A. generalizza in un certo senso il risultato, concedendo che i punti della curva stiano soltanto sui piani tangenti della sviluppabile.

Nella seconda nota dà alcune proprietà delle curve di una superficie aventi la curvatura normale costante.

— — E. LAURA (T. 180, pag. 1315).

Considera le superficie le cui linee di massima pendenza sono asintotiche, e mostra che si determinano con quadrature ed operazioni algebriche.

— — A. MYLLER (T. 182, pag. 253).

Generalizza il problema del rivestimento di una superficie, non supponendo (come TCHEBYCHEF) che le maglie della rete siano rombi.

— — P. COPEL (*Ibid.*, pag. 673).

Dimostra che l'angolo che il piano osculatore di una curva gobba in un punto M_0 forma col piano di tre punti vicini M_i ($i=1, 2, 3$) è proporzionale alla somma delle lunghezze degli archi $M_0 M_i$; ne trae poi varie applicazioni, tra cui una dimostrazione del teorema di BELTRAMI sulla curvatura delle asintotiche.

— — E. GRINAUS (*Ibid.*, pag. 750).

Stabilisce le formole della Geometria differenziale delle ipersuperficie e dei sistemi ortogonali per uno spazio a curvatura

riemanniana costante, partendo da altre che si presentano trattando il problema della trasformazione geodetica di un tale spazio.

Geometria infinitesimale. — E. VESSIOT (*Ibid.*, pag. 752).

Definisce un pentasfera ortogonale covariante in un punto di una superficie, partendo dalle due sfere di curvatura normale principali; e mostra che quando son note le corrispondenti trasformazioni infinitesimali, resta definita una famiglia di superficie equivalenti, dal punto di vista della geometria conforme.

— — G. TZITZÈICA (*Ibid.*, pag. 952 e pag. 1071).

Nella prima nota completa i risultati di KREBS (C. R., T. 182, pag. 548) su di una interpretazione geometrica delle trasformazioni trovate da GOURSAT per una classe speciale di equazioni di LAPLACE.

Nella seconda nota enuncia dei risultati sulle congruenze di GOURSAT e le relative trasformate di LAPLACE.

— — L. TONELLI (T. 182, pag. 1198).

Dimostra che la definizione di area di una superficie data da LEBESGUE conduce in modo pienamente soddisfacente a una teoria delle superficie *quadrabili* che corrisponde a quella ben nota delle curve rettificabili.

Geometria differenziale. — R. THIRY (T. 179, pag. 1390).

Fa alcune considerazioni di confronto tra le due definizioni di trasporto parallelo di un vettore nelle molteplicità a connessione metrica e affine, date da WEYL; ne deduce un processo di derivazione covariante che lo conducono a dimostrare che un noto teorema di RICCI, sul tensore metrico fondamentale, è applicabile, non solo nello spazio di RIEMANN, ma anche in quello di WEYL.

— — E. BORTOLOTTI (T. 180, p. 189).

Estende il teorema di BELTRAMI-ENNEPER ai sistemi coniugati di una varietà V_2 appartenente a una V_3 .

— — P. MENTRÉ (T. 180, pag. 1385; T. 182, p. 1073).

Nella prima nota si trovano, col metodo di CARTAN, nuove proprietà proiettive delle congruenze non W a complesso lineare osculatore non speciale.

La seconda nota verte sulle superficie il cui sistema coniugato di deformazione proiettiva è un sistema di KOENIGS.

Geometria. — O. MAYER (T. 178, pag. 1954).

Interpreta la seconda forma fondamentale metrica di una superficie dello spazio ordinario appoggiandosi sul parallelismo di LEVI-CIVITA.

— — E. BOMPIANI (T. 179, pag. 94).

Fa osservare che tale interpretazione egli l'aveva già data tre anni prima, e più generalmente per una varietà V_m immersa in una V_{nm} e definite da metriche riemanniane qualunque; e che le conseguenze che egli ne trasse sono state poi largamente applicate da varii Geometri.

— — A. ROSENBLATT (T. 179, pag. 810).

Si occupa delle V_3 immerse in un S_{r+1} i cui spazi tangenti soddisfano a certe condizioni differenziali imposte al sistema dei piani secondo cui essi sono segati dallo S_r all'infinito.

— — G. KOENIGS. (T. 180, pag. 621).

In una nota del 1913 l'A. aveva definito i *movimenti a due parametri doppiamente decomponibili* e mostrato il loro legame con la questione delle superficie contenenti più famiglie di curve uguali; nella presente dà le equazioni differenziali da cui essi dipendono.

— — G. Y. RAINICH (*Ibid.*, pag. 803).

Estende la nota rappresentazione mediante integrali delle superficie minime, data da WEIERSTRASS, a superficie (e a ipersuperficie di uno spazio euclideo) qualunque. Con tale rappresentazione le formole di GAUSS e di CODAZZI assumono un semplicissimo aspetto.

— — H. EYRAUD (*Ibid.*, pag. 1090).

Definisce due deformazioni (*assiale ed assonometrica*) che generalizzano la deformazione proiettiva e la conforme; e dimostra che esse sono complementari, nel senso che ogni altra deformazione dello spazio a connessione affine generale è il prodotto di due di esse.

— — B. DE KERÉKJARTÓ (*Ibid.*, pag. 1575).

Estende dal punto di vista topologico i risultati classici di POINCARÉ sulle curve definite da equazioni differenziali; e tratta prima delle famiglie di superficie, e poi di quelle di curve.

Geometria. — G. TZITZÈICA (*Ibid.*, pag. 1715).

Esponde delle proprietà di due classi di curve gobbe che hanno un certo carattere invariante rispetto alle affinità che conservano fisso un punto; tali sono per es. tutte le asintotiche di un conoide.

— — P. MENTRÉ (T. 181, pag. 1362).

Seguendo CARTAN, studia le deformazioni proiettive singolari simultanee di una congruenza e delle superficie focali, specialmente nell'ipotesi che queste siano rigate.

— — A. EYNELL (T. 182, pag. 429).

Dà una formola esprimente la somma delle curvature degli spazî coordinati di ordine $s < p$ in un punto di uno spazio riemanniano a p dimensioni dotato di un sistema p - p lo ortogonale, al quale sia riferito.

— — E. BORTOLOTTI (*Ibid.*, pag. 1067).

Reclama la priorità su di un teorema enunciato da A. MYLLER (in *loc. cit.*) sul rivestimento di una superficie; indi esponde altri risultati, ottenuti con analogo procedimento, sul trasporto parallelo di direzioni lungo una linea.

— — A. WEIL (*Ibid.*, pag. 1069).

Estende alle superficie a curvatura non positiva la relazione $4\pi S \leq L^2$ tra l'area S e il contorno L di una superficie, data da CARLEMAN per le superficie a curvatura nulla.

Calcolo vettoriale. — J. SUDHIA (*Ibid.*, pag. 439).

Dà un teorema che, pur presentando una analogia formale con quello di STOKES, ne differisce essenzialmente.

— — A. EYNELL (*Ibid.*, pag. 747).

Enuncia una serie di teoremi che pongono in evidenza uno stretto legame tra la nozione di curvatura delle figure geometriche e quella di divergenza di vettori appropriati definiti in tutti i punti della figura,

Analisis situs. — A. SAINTE-LAGUE (*Ibid.*, pag. 747).

Considera un reticolato cubico a cammini non intrecciantisi, che distingue in *unicursali* e *bicursali*, ed esponde al riguardo teoremi che si collegano al problema dei quattro colori e alla geometria dei poliedri.

G. S.