UMI

Sunti di lavori italiani

* Lavori di: N. Amoroso, G. Cimmino, M. Piazzolla-Beloch

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **7** (1928), n.2, p. 103–106.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1928_1_7_2_103_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 1928.

SUNTI DI LAVORI ITALIANI

† NICOLA AMOROSO: *Sulla integrazione delle equazioni differenziali lineari di secondo ordine a coefficienti variabili.* (« Annali di Matematica », serie IV, tomo IV, 1926-27).

Sia data l'equazione differenziale

$$\frac{d^2x}{dt^2} + f_1(t)\frac{dx}{dt} + f_2(t)x + f_3(t) = 0, \tag{1}$$

della quale si voglia trovare un integrale particolare. A tale scopo l'A. propone di ricercare due funzioni $\varphi_1(t)$ e $\varphi_2(t)$ ed una costante n, in modo che, dette u_1 e u_2 le due radici dell'equazione di secondo grado:

$$u^2 + \varphi_1(t)u + \varphi_2(t) = 0, \tag{2}$$

posto

$$x = u_1^n + u_2^n, \tag{3}$$

tale x risulti integrale della (1). Egli osserva che da (2) e da (3), segue per x un'equazione differenziale della forma:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + A(t)\frac{dx}{dt} + B(t)x + C(t) = 0,$$

i cui coefficenti dipendono dal numero n, dalle funzioni φ_1 e φ_2 e dalle derivate di queste. Se n, φ_1 e φ_2 possono determinarsi in guisa che si abbia:

$$f_1 = A, \quad f_2 = B, \quad f_3 = C,$$

sarà (3) un integrale della (1). Dopo varî esempi notevoli nei quali a ciò si riesce, si perviene al risultato: *Per ogni equazione omogenea i cui coefficienti* $f_1(t)$ *e* $f_2(t)$ *verificano la relazione:*

$$n\frac{df_1}{dt} + n(n+1)f_1^2 + f_2 = 0. \tag{4}$$

il metodo fornisce un integrale particolare dell'equazione.

L'A. sfrutta in modo geniale tale risultato proponendo di determinare dapprima una funzione λ tale che λf_1 e λf_2 verifichino la (4). ciò che si ottiene, per quadratura, integrando una particolare equazione di RICCATI. Dall'integrale generale dell'equazione

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \lambda f_1(t) \frac{dx}{dt} + \lambda f_2(t) x = 0,$$

conseguibile col metodo precedente, si deduce poi quello dell'equazione proposta col metodo delle variazioni delle costanti arbitrarie.

Come esempio è studiata dall'A. la particolare equazione del tipo di LAPLACE:

$$t \frac{d^2x}{dt} + t \frac{dx}{dt} - x = 0,$$

della quale dà l'integrale generale. Ma è ben presumibile che una ulteriore elaborazione dell'idea dell'A. possa portare all'integrazione della più generale equazione di LAPLACE:

$$\sum_{k=0}^{n} (a_k t + b_k) \frac{d^k x}{dt^k} = 0,$$

per la quale il noto metodo classico non pare soddisfacente dal punto di vista delle applicazioni.

G. CIMMINO: *Nuovo metodo d'approssimazione per la soluzione dei problemi dei valori al contorno, relativi all'equazione del calore.* (Memoria in corso di stampa nel « Giornale di Battaglini »).

In questa Memoria, prendendo a considerare i polinomî parabolici in due variabili

$$Y_n(x, y) = \sum_{k=0} \frac{n(n-1)\dots(n-2k+1)}{k!} x^{M-2k} y^k, \qquad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

i quali sono soluzioni particolari dell'equazione del calore

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0,$$

mi sono proposto di dimostrare che, dette

$$x = \lambda(t), \quad y = \mu(t) \qquad (0 \leq t \leq l)$$

le equazioni parametriche di una curva regolare, del tipo di quelle su cui si assegnano i valori al contorno nel teorema d'esistenza HOLMGREN-LEVI, e poi, fatta la posizione

$$\varphi_n(t) = \nu_n[\lambda(t), \mu(t)],$$

il sistema di funzioni $[\varphi_n(t)]$ che così ne risulta è sempre completo, nell'intervallo $(0, l)$.

Questo teorema è l'analogo, pei polinomii parabolici in due variabili, di quello stabilito dal prof. PICONE pei polinomii armonici enunciato in una Nota pubblicata nei Rendiconti della R. Accademia dei Lincei nel 1922. L'importanza di esso risulta appunto da quanto è detto in tale Nota, in cui si mostra come effettivamente esso possa servire di base a un nuovo metodo d'approssimazione pel calcolo dell'integrale, che verifica le condizioni imposte al contorno.

Nel presente lavoro, riesco, anzitutto, a provare il teorema nel caso dei contorni poligonali, ciò che deduco, valendomi delle soluzioni omogenee di grado intero negativo dell'equazione del calore, dalla completezza del particolare sistema di funzioni

$$e^{-\frac{c^2}{4y}} y^{-n-\frac{1}{2}}, \quad c \neq 0 \qquad (n = 0, 1, 2, \dots),$$

in ogni intervallo finito $(0, l)$, con $l > 0$.

Fondandomi, poi, sulla validità del teorema nel caso particolare dei contorni poligonali, dimostro che esso vale anche pei contorni s. non poligonali e che anzi, più generalmente, non soltanto sarà completo in $(0, l)$ il sistema $[\varphi_n(t)]$, ma si potrà pure approssimare puntualmente ed uniformemente, mediante combinazioni lineari delle funzioni $\varphi_n(t)$, ogni funzione continua, nell'intervallo $(0, l)$.

Questo teorema si può, naturalmente, estendere all'equazione del calore in più variabili, come proverò in un ulteriore lavoro.

M. PIAZZOLLA-BELOCH: *Sulle immagini proiettive delle superficie iperellittiche di rango 2.* (Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, tomo LI, 1927).

Mentre per un teorema dei professori ENRIQUES e SEVERI era noto che ogni superficie iperellittica regolare, di rango 2, si può trasformare in una superficie d'ordine 4δ dello spazio a $2\delta + 1$ dimensioni, a sezioni iperpiane di genere $2\delta + 1$ (δ essendo il divisore o un multiplo del divisore) e dotata di 16 punti doppi, il teorema inverso per $\delta > 1$ non era ancora stato dimostrato. I professori ENRIQUES e SEVERI hanno dato bensì una condizione supplementare, sufficiente per affermare che una tale superficie sia iperellittica, ossia l'esistenza d'una quadrica tangente lungo una curva d'ordine 4δ e passante per i 16 punti doppi, affacciando però il dubbio che l'esistenza di quadriche tangenti passanti per i 16 punti doppi della superficie fosse conseguenza del fatto che la superficie possiede 16 punti doppi.

L'A., fondandosi sui risultati da lei ottenuti nei precedenti lavori, risponde affermativamente a questa domanda, dimostrando che *ogni superficie* Φ *d'ordine* 4δ *dello spazio a* $2\delta + 1$ *dimensioni, a sezioni iperpiane di genere* $2\delta + 1$, *dotate di* 16 *punti doppi, è iperellittica.*

Dimostra inoltre che *ogni superficie algebrica del* 4° *ordine con* 16 — s *punti doppi (conici) che possegga* s *curve razionali di ordini* $2\nu_1$, $2\nu_2$,... $2\nu_s$ ($\nu_1^2 + \nu_2^2 ... + \nu_s^2$ *pari) non passanti per i punti doppi, nè segantisi a due a due, è iperellittica.*

— — *Sur les surfaces hyperelliptiques de rang 2.* (Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, t. 184, séance de 10 Janvier, 1927).

Sunto dei risultati precedenti.