Corradino Mineo

Sulla gravità superficiale d'un pianeta supposto èiiissoidico a tre assi.

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **7** (1928), n.2, p. 80–81.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1928_1_7_2_80_0>

Sulla gravità superficiale d'un pianeta supposto ellissoidico a tre assi.

Nota di CORRADINO MINEO (a Palermo).

Dalle formule del PIZZETTI [1], il prof. SOMIGLIANA ha tratto un'espressione assai semplice ed elegante (e anche d'importanza pratica) della gravità superficiale d'un pianeta, supposto ellissoidico di rotazione [2].

È facile vedere che anche nel caso in cui una superficie di equilibrio esteriore del pianeta sia un ellissoide a tre assi (ruotante intorno all'asse minore) di equazione

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

con $a > b > c$, si può dedurre un'espressione altrettanto semplice ed elegante della gravità superficiale, nonostante la complicazione delle formule che dànno le componenti assiali della gravità e nelle quali entrano cinque integrali ellittici e due costanti che dipendono linearmente da quelli.

Non credo inutile segnalare quest'espressione ora che nel caso della Terra si ricorre anche a ellissoidi *normali* a tre assi (o a superficie molto prossime a essi).

Dalle formule del PIZZETTI [3] si trae per la gravità superficiale g:

$$g = -\frac{4}{\sqrt{abcq}}\left(k_1\frac{x^2}{a^4} + k_2\frac{y^2}{b^4}\right) + \frac{c\sqrt{q}}{\sqrt{abc}}\left(g_e - \frac{fM}{ab} + \frac{fM}{cq}\right), \tag{1}$$

dove k_1, k_2 dipendono dagl'integrali su ricordati, M è la massa totale del pianeta, f la costante di GAUSS, g_e la gravità nell'e-

[1] *Principi della teoria meccanica della figura dei pianeti*, Pisa, Spoerri, 1923, p. 57.

[2] *Sulla determinazione delle costanti geoidiche mediante sole misure di gravità*, Rend. Acc. Naz. Lincei, vol. V, serie 6ª, 1° semestre, fasc. 5, Roma, 1927, p. 320.

[3] PIZZETTI, loc. cit., p. 72.

stremo del semiasse c, e in fine

$$(2) \qquad q = abc\left(\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}\right).$$

Per le gravità g_a, g_b negli estremi dei semiassi a e b, si deduce da (1):

$$(3) \qquad \left\{ \begin{aligned} g_a &= -\frac{4}{abc}\frac{k_1}{a} + \frac{c}{a}\left(g_c + \frac{fM}{ab}\frac{a^2 - c^2}{c^2}\right), \\ g_b &= -\frac{4}{abc}\frac{k_2}{b} + \frac{c}{b}\left(g_c + \frac{fM}{ab}\frac{b^2 - c^2}{c^2}\right). \end{aligned} \right.$$

Eliminando k_1, k_2 tra (1) e (3) e tenendo presente la (2), si trova con semplici trasformazioni:

$$(4) \qquad g = \frac{g_a \frac{x^2}{a^3} + g_b \frac{y^2}{b^3} + g_c \frac{z^2}{c^3}}{\sqrt{\frac{x^2}{a^4} + \frac{y^2}{b^4} + \frac{z^2}{c^4}}}.$$

In coordinate geografiche φ, ω, la (4) si scrive

$$(5) \qquad g = \frac{ag_a \cos^2\varphi \cos^2\omega + bg_b \cos^2\varphi \operatorname{sen}^2\omega + cg_c \operatorname{sen}^2\varphi}{\sqrt{(a^2\cos^2\omega + b^2\operatorname{sen}^2\omega)\cos^2\varphi + c^2\operatorname{sen}^2\varphi}}.$$

Notevole l'espressione g_0 della gravità negli ombelichi della superficie:

$$g_0 = \frac{(a^2 - b^2)cg_a + (b^2 - c^2)ag_0}{b(a^2 - c^2)}.$$

Dalla (5), mettendosi in altri due punti particolari della superficie, si può trarre un sistema di due equazioni di 2° grado nei rapporti $\frac{a}{c}$ e $\frac{b}{c}$, dal quale sistema si potrebbero dedurre i rapporti stessi mediante sole misure di gravità. Ma le formule avrebbero soltanto interesse teorico: nel caso della Terra, esse non sono adatte, come già s'è visto per l'ellissoide di rotazione, a una buona determinazione dei rapporti anzidetti. Ma di questo argomento mi occuperò in altro luogo.

Palermo, febbraio 1928.