Bollettino
Unione Matematica
Italiana

Giuseppe Gherardelli

Sulle corrispondenze cicliche sopra una curva algebrica

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **9** (1930), n.3, p. 176–177.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1930_1_9_3_176_0>

Sulle corrispondenze cicliche sopra una curva algebrica.

Nota di GIUSEPPE GHERARDELLI (a Torino).

Sunto. - *Si dimostra che sopra una curva algebrica ogni corrispondenza simmetrica* [n — 1, n — 1] *a valenza* 1, *dotata di un ciclo di* n *punti distinti, è ciclica, cioè generata da una* g_n^1.

In una Nota recente, B. SEGRE dimostra che sulla retta una corrispondenza [2, 2] simmetrica dotata di un ciclo di tre punti distinti è ciclica (o elementare): associa cioè due punti della retta allorchè appartengono ad un medesimo gruppo di una g_3^1 (1).

Qui aggiungo qualche osservazione in proposito.

La più generale corrispondenza $[n-1, n-1]$ simmetrica sull'ente razionale si ottiene associando come omologhi due punti di una C^n razionale normale di $[n]$, reciproci in una polarità nulla di $[n]$ (2). Se la corrispondenza possiede un ciclo $A_1A_2 \ldots A_n$ di n punti distinti l'iperpiano $A_1A_2 \ldots A_n$ ha n poli distinti e indipendenti ed è perciò totale; la polarità nulla è pertanto singolare con $[n-2]$-asse, e la $[n-1, n-1]$ vien generata dalla g_n^1 segata su C dagli iperpiani del fascio avente come sostegno l'$[n-2]$-asse della polarità.

Ma si può fare un passo ulteriore. *Si abbia su una curva* f *di genere qualunque una corrispondenza* T *simmetrica* [n — 1, n — 1] *a valenza* 1. *Se la* T *possiede un ciclo* $A_1A_2 \ldots A_n$ *di* n *punti distinti si può ancora concludere ch'essa è generata da una* g_n^1.

Se P è un punto di f e Γ_{n-1} il gruppo dei suoi $n-1$ corrispondenti in T, gli ∞^1 gruppi $P + \Gamma_{n-1}$ son tutti equivalenti. Sia r la dimensione della serie lineare completa d'ordine n che li contiene. Se $r = 1$, il teorema è dimostrato; altrimenti si consideri la curva C^n di $[r]$ immagine projettiva della g_n^r, che supponiamo pel momento semplice. Su C i gruppi $P + \Gamma_{n-1}$ son segati dagli iperpiani di un sistema algebrico $\infty^1\Sigma$. Per un punto generico di C escono n iperpiani di Σ, nessuno dei quali tangente a C: dunque Σ è di classe n. È poi chiaro che gli n iperpiani di Σ

(1) B. SEGRE, *Sulle corrispondenze* [2, 2] *ciclicle*. « Boll. Unione Mat. It. », del 15 Febbraio 1930.

(2) E. WAELSCH, *Ueber Binäre Formen....* « Monatshefte für Math. und Physik », (VI), 1895, p. 261.

uscenti da un punto A_i del ciclo coincidono tutti nell'iperpiano $\pi \equiv A_1 A_2 \dots A_n$,

Il sistema Σ si scinde pertanto in n fasci di iperpiani i cui $[r-2]$-sostegni appartengono a π (1). Ma se P è un punto di C i suoi $n-1$ corrispondenti in T son segati su C da un iperpiano per P che, al variare di P su C, descrive il sistema Σ: si conclude che quegli n fasci coincidono in un unico fascio e che la T vien generata dalla g_n^1 segata su C dagli iperpiani di questo fascio.

Se la g_n^r è composta con una γ_μ^1, il ragionamento fatto si applica, con lievi varianti, alla $C^{\frac{n}{\mu}}$ di $[r]$ i cui punti rappresentano i gruppi della γ_μ^1.

(1) Come si vede subito considerandó la figura duale.