UMI

Sunti di lavori italiani

* Lavori di: D. Montesano

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **9** (1930), n.3, p. 178–180.
Unione Matematica Italiana
<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1930_1_9_3_178_0>

SUNTI DI LAVORI ITALIANI

D. MONTESANO: *Le iperomografie dello spazio con indici eguali*. (« Atti della R. Accademia delle Scienze Fisiche e Matematiche di Napoli », vol. XVIII, serie 2ª, n. 2).

Le corrispondenze birazionali fra i punti di due piani dati hanno, com'è noto, una genesi ben definita: esse si possono tutte ottenere mediante prodotto di successive trasformazioni quadratiche. Per l'insieme di tutte le corrispondenze birazionali fra i punti di due spazi S, S' non sussiste un teorema simile: esistono peraltro certi particolari insiemi di corrispondenze birazionali spaziali, che presentano una genesi affatto analoga, in quanto che ogni corrispondenza dell'insieme si può ottenere come prodotto di successive trasformazioni tutte dello stesso tipo.

Oggetto della presente Memoria è un compiuto studio di un nuovo insieme cosiffatto (¹) di corrispondenze birazionali spaziali, il quale si ottiene assumendo come trasformazione generatrice quella, in cui al sistema dei piani di ognuno dei due spazi corrisponde nell'altro spazio il sistema omaloidico delle superficie di 3° ordine passanti per quattro rette date sghembe due a due e quindi passanti anche per le due rette incidenti a queste quattro: tali ultime due rette risultano fendamentali di 2ª spacie, mentre invece le prime quattro sono fondamentali di 1ª specie.

Dette $K^{(1)}$, $K^{(2)}, \ldots, K^{(i)}$ delle corrispondenze $|3, 3|$ tutte del tipo ora indicato, intercedenti fra i punti degli spazi $SS^{(1)}$, $S^{(1)}S^{(2)}, \ldots, S^{(i-1)}S'$ rispettivamente, e supposto che in ogni spazio $S^{(h)}$ (per $h = 1, 2, \ldots, i-1$) coincidano, per la $K^{(h)}$ e per la $K^{(h+1)}$, le due rette fondamentali di 2ª specie e una o più delle quattro di 1ª specie senza che si presentino ulteriori particolarità, vien provato che la trasformazione K, prodotto delle $K^{(1)}, K^{(2)}, \ldots, K^{(i)}$,

(¹) Soltanto due altri, di tali insiemi, erano stati sinora studiati: uno dal KANTOR (« Acta Mathematica », t. 21, 1889), l'altro dal nostro A. (« Rend. Acc. delle Scienze Fis. e Mat. di Napoli », serie 3ª, vol. XXVII, 1921).

intercedente fra gli spazi S, S', risulta di ordini eguali e dispari $2\nu+1$, è di genere ν, presenta due coppie uu', vv' di rette fondamentali omologhe di 2ª specie, con coefficiente di corrispondenza eguale a ν, fa corrispondere ad ogni punteggiata (r) appoggiata in due punti P, Q ad u, v una punteggiata (r') appoggiata in due punti P', Q' ad u', v' con una proiettività non mai degenere in cui sono omologhi i punti P, P' e i punti Q, Q', ha infine come linee fondamentali di 1ª specie, esclusivamente dei raggi r_1, r_2,... incidenti alle u, v in S e dei raggi r_1', r_2',... incidenti alle u', v' in S'.

Gli ordini di multiplicità ρ_1, ρ_2,... (o ρ_1', ρ_2',...) delle r_1, r_2,... (o delle r_1', r_2',...) costituiscono quello che vien chiamato il *gruppo caratteristico della* K (o della K^{-1}): i due gruppi son detti *coniugati* e il numero ν è l'*indice* del gruppo o della corrispondenza.

La corrispondenza K così costruita, per $\nu \geq 1$, si può considerare come una estensione della omografia spaziale, alla quale ci si ridurrebbe per $\nu=0$; e ciò giustifica il nome di *iperomografia* dato alla K.

Le iperomografie a indici eguali vengono messe in relazione con le corrispondenze birazionali piane dal seguente teorema:

In una iperomografia a indici eguali, i due gruppi caratteristici contengono un egual numero p *di termini e due gruppi di numeri* $\rho_1, \rho_2, \ldots, \rho_p$; $\rho_1', \rho_2', \ldots, \rho_p'$ *sono gruppi caratteristici coniugati di un'iperomografia, quando e solo quando i due gruppi di numeri* $2\nu, 2\nu, 2\rho_1, \ldots, 2\rho_p$; $2\nu, 2\nu, 2\rho_1', \ldots, 2\rho_p'$ *sono gruppi caratteristici coniugati di una corrispondenza birazionale piana* H *di ordine* $4\nu+1$.

Da questa proposizione discende subito che gli elementi del gruppo caratteristico di un'iperomografia di indici ν devon esser legati dalle due relazioni

$$\Sigma\rho = 4\nu, \quad \Sigma\rho^2 = 2\nu(\nu+1),$$

necessarie affinchè esista la H.

Altre condizioni necessarie affinchè $\rho_1, \ldots, \rho_p$ sia gruppo caratteristico di un'iperomografia di indici ν sono stabilite con le seguenti proposizioni:

La somma dei quattro maggiori termini del gruppo $\rho_1, \ldots, \rho_p$ *dev'essere* $> 2\nu+1$. *La somma dei termini 2º, 4º e 6º in ordine di grandezza dev'essere* $> \nu$.

Queste proprietà sono in tutto analoghe a note proprietà del gruppo caratteristico di una corrispondenza birazionale piana; ma ancora numerosissime analogie fra queste corrispondenze e le omografie son messe in luce nel seguito.

Così si ha che ogni gruppo caratteristico G di una iperomografia ammette un *gruppo di origine* Γ, e viceversa da ogni gruppo Γ *discendono* più gruppo *G*.

Le leggi di questa discendenza sono messe in luce dall'A. insieme con molte altre proprietà, fra le quali è da notarsi un teorema sulle corrispondenze regolari del tipo più generale dello spazio, il quale afferma che *per i due determinanti che hanno per matrici il quadro caratteristico di superficie ed il quadro caratteristico di curve di uno qualunque dei due spazi, ogni elemento dell'un determinante è eguale al valore assoluto del complementare algebrico dell'elemento di egual posto nell'altro.*

G. Cimmino