UMI

Corrispondenza

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **10** (1931), n.3, p. 175–176.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1931_1_10_3_175_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 1931.

CORRISPONDENZA

DOMANDE

44. Se, essendo ν un fissato numero intiero, positivo o nullo, nell'intervallo aperto (r', r'') del semiasse reale positivo x $(r' \geqq 0, r'' \leqq +\infty)$, la funzione (reale o complessa) $f(x)$ è suscettibile del seguente sviluppò in serie:

$$(1) \qquad f(x) = \sum_{n=0}^{\infty}\left(a_n x^n + \frac{b_n}{x^{n+\nu}}\right),$$

le costanti a_n e b_n riescono ben determinate. Ed infatti si ha allora la separata convergenza delle due serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n, \qquad \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^{-n-\nu},$$

la prima per $|x| < r''$ e la seconda per $|x| > r'$. Posto dunque

$$z = x + iy, \qquad A(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n, \qquad B(z) = \sum_{n=0}^{\infty} b_n z^{-n-\nu},$$

si definiscono le due funzioni $A(z)$ e $B(z)$ della variabile complessa z, olomorfe, la prima per $|z| < r''$ e la seconda per $|z| > r'$. Pertanto $f(x)$ è la funzione di x cui si riduce, nell'intervallo (r', r'') dell'asse reale, la funzione

$$F(z) = A(z) + B(z),$$

olomorfa nella corona circolare $r' < |z| < r''$. Data $f(x)$, riesce ben determinata $F(z)$ e si ha:

$$a_n = \frac{1}{2\pi i}\int_{+C} \frac{F(z)}{z^{n+1}}\,dz, \qquad b_n = \frac{1}{2\pi i}\int_{+C} F(z) z^{n+\nu-1}\,dz,$$

ove C è un cerchio, comunque fissato, concentrico alla detta corona ed in questa contenuto.

Sia (r', r'') il massimo intervallo aperto $(r' \geqq 0,\ r'' \leqq +\infty)$ del semiasse positivo x in cui vale la (1).

Se, per esempio, le b_n son tutte nulle si ha: $r' = 0$,

$$a_n = \frac{1}{n!} f^{(n)}(0),$$

e si domanda: *definire le* $\mathrm{a_n}$ *e* $\mathrm{b_n}$, *anche quando le une e le altre non nulle sono in numero infinito, mediante esplicite operazioni, differenziali o integrali, sulla funzione* $\mathrm{f(x)}$. (π)

45. Dove si può trovare una completa e recente bibliografia dei lavori sulla proprietà di minimo del cerchio e della sfera?

(*m. c.*)

46. Si chiede una soluzione compresa fra 0 e $\frac{\pi}{2}$ e sufficientemente approssimata, dell'equazione

$$\operatorname{cotg} x = \frac{3\pi}{2} - x.$$

(*v*)