Bollettino Unione Matematica Italiana

Beppo Levi

L'opera matematica di Giuseppe Peano

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **11** (1932), n.5, p. 253–262.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1932_1_11_5_253_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 1932.

L'OPERA MATEMATICA DI GIUSEPPE PEANO

GIUSEPPE PEANO nacque a Cuneo il 27 agosto 1858: laureatosi in matematica nell'Università di Torino nel 1880, compiè a Torino tutta la sua carriera accademica, dapprima assistente all'Università, poscia professore alla R. Accademia Militare ed infine, dal 1890, professore nell'Università in quella stessa cattedra di Calcolo infinitesimale alla quale era stato assistente dal 1881, essendo titolare ANGELO GENOCCHI. Negli ultimi anni, sempre a Torino, passò alla Cattedra di Matematica Complementare, divenuta più conforme alla evoluzione avvenuta col tempo nel Suo pensiero; morì improvvisamente a Torino il 20 aprile di questo anno (1932) (1).

Un'ottima bio-bibliografia, redatta da uno dei Suoi ultimi e più affezionati scolari, il prof. UGO CASSINA, in massima parte tenendo presenti appunti del PEANO medesimo, fu pubblicata nel fascicolo di maggio-giugno di *Schola et Vita (Organo de academia pro interlingua)* anno VII (1932) (2). Credo tuttavia possa essere concesso a me e al « Bollettino dell'Unione Matematica » di ren-

(1) Fu socio residente della R. Accademia delle Scienze di Torino, socio nazionale della R. Accademia dei Lincei, corrispondente del R. Istituto Lombardo di Scienze e Lettere e membro di parecchie Società Scientifiche straniere (Soc. sc. de Mexico, Institut national de Genève, Soc. phys-math. de Kasan).

(2) Essa non differisce che per qualche piccola aggiunta da quella pubblicata dal CASSINA, vivente il PEANO, come opuscolo festivo per il 70° anno di esso (1898). Tanto all'una quanto all'altra pubblicazione è unito un particolareggiato elenco delle pubblicazioni del PEANO, naturalmente leggermente aumentato il più recente per l'aggiunta di quelle posteriori al 1928. Nell'elenco del 1928 le pubblicazioni sono divise in due gruppi « Pubblicazioni scientifiche » in numero di 133 e « Pubblicazioni pro interlingua » in numero di 63. L'elenco del 1932 consta di 212 pubblicazioni disposte complessivamente per ordine di data. Riteniamo inutile riprodurre alcunchè di detti elenchi, che il lettore può ritrovare facilmente.

dere onore alla memoria dello Scienziato con l'animo e il pensiero di più antico discepolo; e che non possa ciò esser giudicato opera vana o superflua al fine di illuminare taluno dei lati più importanti e notevoli della produzione scientifica del Maestro.

Il tratto caratteristico del genio del PEANO fu la spontanea ed immediata profondità nell'analisi delle idee, che a Lui si presentavano ridotte spesso ad una schematica semplicità, ed in questa forma soltanto erano da Lui apprezzate: e se, in progresso di tempo, questa disposizione di spirito lo portò quasi a trascurare gli sviluppi maturi della Sua scienza, a farsi in parte estraneo al movimento matematico contemporaneo, forse anche in rami di cui Egli poteva noverarsi fra i fondatori, e a concentrare la Sua attenzione su minuti particolari elementari e sopra studii glottologici diretti ad estrarre, a scopo di linguaggio scientifico, il fondamento comune alle parlate europee [1], fu invece questa sua peculiare disposizione critica intuitiva e semplificatrice ad un tempo, l'origine, nei primi anni della Sua attività scientifica, di contributi che gli assicurano un posto eminente nella storia dell'analisi matematica.

Rammento l'interesse quasi entusiastico che, giovane principiante, mi prese alla lettura del *Calcolo geometrico* secondo l'*Ausdehnungslehre* di H. GRASSMANN: e ricordo, all'opposto, l'impressione di malsicura astrattezza che il medesimo principiante ricevette volendo affrontare la fonte, l'*Ausdehnungslehre* del 1844. Giudica il PEANO medesimo il suo *Calcolo geometrico* « meno potente di quello del GRASSMANN, esposto da PEANO in modo tutto nuovo » [2]: è da stimare rara umiltà il modo preminente in cui l'opera ispiratrice è posta in evidenza nel titolo del volumetto del 1886? Meno forse di quanto invece si presenti in ciò un altro dei lati caratteristici della mentalità del PEANO: che sempre gli piacque di vedere, non divinazioni, ma invece continuità del pensiero scientifico; e si compiacque di riattaccare il suo pensiero non al GRASSMANN soltanto, ma più indietro, a LEIBNIZ, MOEBIUS, BELLAVITIS, HAMILTON. Comunque il contributo notevole che il *Cal-*

[1] Di questo lato dell'attività scientifica del PEANO, che divenne per lui la principale a cominciare dal 1909, colla fondazione della *Academia pro Interlingua* e con la pubblicazione del *Vocabulario commune ad linguas de Europa*, non sarà qui parlato, a cagione della natura del « Bollettino ». Il lettore può trovarne discorso da U. CASSINA e da parecchi altri Autori nel citato fascicolo di *Schola et Vita* e nell'opuscolo festivo pure ricordato.

[2] Nota all'*elenco delle pubblicazioni* allegato alle due pubblicazioni bio-bibliografiche del CASSINA, sopracitate.

colo geometrico del PEANO porta all'opera di GRASSMANN esce in rilievo quando si osserva che esso può dirsi la *giustificazione matematica dell'* « *Ausdehnungslehre* » del 1844: poichè quando il GRASSMANN medesimo aveva voluto, coll'*Ausdehnungslehre* del 1862, eliminare le difficoltà provenienti dalla « forma più filosofica che matematica » (1) del primo, non aveva trovato miglior partito che fare una teoria di numeri complessi a più unità, abbandonando la forma sintetica che lo informava inizialmente ed alla quale il PEANO seppe ricondurlo.

Ma le applicazioni geometriche e meccaniche mostrano che nelle operazioni e nei concetti del *Calcolo geometrico* del 1886 ancora esiste una certa sovrabbondanza; ed appartiene pure al PEANO la riduzione al *sistema minimo* colla pubblicazione dell'opuscoletto *Elementi di Calcolo geometrico* (Torino, 1891) immediatamente ripubblicato presso Teubner in traduzione tedesca di A. SCHEPP; nel quale opuscolo si può segnare la nascita del *Calcolo vettoriale*; che, usato dapprima da discepoli del PEANO (BURALI-FORTI, BOGGIO, ecc.), adottato con calore da meccanici italiani non appartenenti alla sua scuola (MARCOLONGO, BURGATTI), può dirsi abbia realizzata l'aspirazione dei varî tentativi cominciati nel 1827 col calcolo baricentrico del MOEBIUS e proseguiti col calcolo delle equipollenze del BELLAVITIS e con quello dei quaternioni di HAMILTON; e che è ormai strumento universalmente diffuso per le ricerche di meccanica, di fisica, di geometria differenziale (2). Fra queste recenti applicazioni (ricordo che molti anni addietro il GRASSMANN già ne aveva pubblicate parecchie partendo dall'*Ausdehnungslehre* nella sua forma originaria) fu pure il PEANO a dare uno dei primi e più notevoli esempi con una bella serie di Note (pubblicate negli « Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino » e nei « Rendiconti dei Lincei ») sulla questione dello *Spostamento del polo della terra*, divenuta di attualità nel 1895-96 in seguito al cosidetto esperimento del gatto eseguito dall'Accademia di Parigi, e ad un felice parallelismo rilevato dal VOLTERRA fra detto esperimento e il fenomeno astronomico.

Gli ulteriori svolgimenti dell'analisi vettoriale col calcolo delle

(1) Cfr. il 2° alinea della prefazione del GRASSMANN all'*Ausdehnungslehre* del 1862.

(2) Meno di quanto converrebbe si è introdotto il calcolo vettoriale per la fondazione degli elementi di geometria analitica: quale semplicità espositiva, maggiore che colle abituali trattazioni, se ne possa ricavare anche in questo campo ho potuto verificare con un mio Corso professato a Parma (1920) e pubblicato soltanto per litografie.

omografie non pare abbiano più molto attratta l'attenzione del PEANO, quantunque, anche come interpretazione dell'algebra e dell'analisi delle sostituzioni lineari, che avremo ancora occasione di ricordare, essi debbansi considerare nella direzione del suo pensiero: forse, come dovremo osservare anche per altri campi, i nuovi sviluppi avevano perduto il carattere di semplicità che soddisfaceva il suo spirito.

Il momento in cui il PEANO entrò nella vita scientifica è quello che si potrebbe chiamare periodo eroico della teoria delle funzioni di variabile reale; quando, dopo che il genio del CAUCHY, raccogliendo i frutti di un secolo aureo nella storia dell'Analisi, aveva suggellato col suo nome una risposta a quasi tutti i problemi dell'Analisi infinitesimale delle funzioni continue, l'attenzione dei matematici, seguendo l'esempio di WEIERSTRASS, RIEMANN, DU BOIS-REYMOND, DINI, CANTOR, si rivolgeva ad esplorare i confini del campo in cui quelle teorie e quelle conclusioni erano da considerarsi valide. A questo movimento prese parte il PEANO dapprima (1883) con una Nota *Sull'integrabilità delle funzioni*, quindi colla pubblicazione (1884) del *Calcolo differenziale e principî di Calcolo Integrale* di ANGELO GENOCCHI: volume che, mentre ha per scopo dichiarato quello di raccogliere le limpide lezioni che il GENOCCHI svolgeva all'Università di Torino, ebbe dal PEANO, mediante chiose critiche e storiche, mediante esempi ed altre aggiunte, un carattere personale: pel quale, pur contenuto in un programma che, lungi dall'avvicinarsi all'ampiezza dei classici trattati del SERRET, del JORDAN, del DINI, può considerarsi ristretto anche per un nostro odierno Corso universitario, passò presto fra i classici di quel periodo critico; onde 14 anni dopo il SCHEPP ne curava una edizione tedesca. Tuttavia, sia nella Nota sulla *Integrabilità*, sia nelle aggiunte al *Calcolo*, il contributo del PEANO è maggiormente didattico che essenziale, più notevole per la chiarezza e l'incisiva semplicità che per novità e originalità di pensiero. Dove invece, nell'accennato indirizzo di ricerca, tale originalità si afferma, è, pochi anni dopo (1886-90) negli studi sull'integrazione delle equazioni differenziali ordinarie e nella scoperta della curva che riempie un'area. È nota l'eco che questa ebbe nella successiva critica della nozione di « dimensione » come primo esempio di corrispondenza univoca e continua in un senso (discontinua e quasi-ovunque univoca in senso inverso) fra due spazii « intuitivamente di dimensioni diverse ».

Nella Nota *Sull'integrabilità delle equazioni differenziali del primo ordine*, presentata alla R. Accademia delle Scienze di Torino il 20 giugno 1886, il PEANO per primo stabilisce la risolvibilità del problema di CAUCHY per l'equazione $y' = f(xy)$ colla sola ipotesi della continuità della funzione $f(xy)$. Non si tratta soltanto di una riduzione di ipotesi mediante una più minuta analisi di un ragionamento fondamentalmente classico, bensì di una concezione al tutto nuova del problema, *in qualche modo analoga* [1] a quella degli integrali riemanniani superiore ed inferiore. Tale novità restava quasi inavvertita anche nella seguente presentazione che ne faceva l'Autore: « Le dimostrazioni finora date dell'esistenza degli integrali delle equazioni differenziali lasciano a desiderare sotto l'aspetto della semplicità. Lo scopo di questa Nota è di dimostrare elementarmente l'esistenza degli integrali dell'equazione $\frac{dy}{dx} = f(xy)$, supposta solamente la continuità della funzione $f(xy)$ »; e sfuggiva così anche l'essenza prevalentemente esistenziale della nuova dimostrazione. La modestia di quella presentazione può additarci una volta di più, con l'appello alla semplicità, uno dei lati della mentalità del PEANO; ma potè contribuire al poco rilievo che il mondo matematico diede alla sua nuova concezione; onde, quando, in tempo relativamente recentissimo (1915), il PERRON, pure seguendo una suggestione che veniva per altra via dall'opera del PEANO, si trovò ricondotto ad essa [2], per vari anni glie ne fu riservato il merito.

Nel 1890 il PEANO riprendeva il medesimo problema da un punto di vista alquanto diverso: anzitutto dallo studio di una sola equazione differenziale passava a quello di un sistema qualunque di equazioni del primo ordine [3]; ma la maggior generalità, pur mantenendo sostanzialmente inalterate le conclusioni, escludeva (per una evidente ragione dimensionale) la possibilità di mantenere inalterato il concetto informatore: questo si riavvicina a quello di CAUCHY, alle semplici considerazioni di *limite superiore* e di *limite inferiore* vengono a sostituirsi quelle di *chiusura di aggregati*: in compenso, anche per il caso di una sola equazione, il ri-

(1) Questa analogia è forse minore dell'apparenza, poichè nell'integrazione riemanniana si maggiora o si minora un'area, che non ha relazione immediata colla derivazione, mentre nel caso dell'equazione differenziale si maggiora o si minora direttamente l'equazione medesima col sostituire il segno $>$ ovvero $<$ all'$=$.

(2) O. PERRON, ***Ein neuer Existenzbeweis für die Integrale der Differentialgleichungen*** $y' = f(xy)$. « Math. Ann., 76-4 Heft ». Qualche maggiore commento comparativo sarebbe non privo di interesse: ne parlerò forse in una Nota seguente.

(3) E quindi, senz'altro di un qualsiasi sistema differenziale ordinario.

sultato si completa, in quanto (sebbene soltanto in modo implicito) lascia vedere il riempimento, per parte delle curve integrali, di un intero spazio angolare. Questo risultato, fondamentale per la interpretazione medesima di quello precedentemente ottenuto. era tuttavia portato in luce esplicita soltanto dal MIE in occasione di una libera riesposizione della Memoria del PEANO fatta tre anni dopo, liberandola dal nuovo ostacolo posto alla lettura dall'uso della ideografia logica che il PEANO aveva introdotto nella propria esposizione, e dalle prolissità derivanti da un eccesso di precisione nella enunciazione di osservazioni introduttorie. Soltanto dopo questo lavoro del MIE il risultato ed il procedimento dimostrativo del PEANO potè essere universalmente stimato al suo giusto valore e provocare altri studii e complementi da parte del DE LA VALLÉE-POUSSIN, dell'ARZELÀ, dell'OSGOOD. Merita di essere ricordata, fra le osservazioni critiche di questo lavoro, una relativa alla necessità — per il rigore matematico — di evitare le « infinite scelte » : la quale se, in confronto coll'argomento, potè allora parere uno degli accennati *eccessi di precisione*, ebbe ed ha tuttavia una così estesa eco di discussioni.

Le difficoltà di lettura della Memoria del 1890, cui abbiamo accennato, originano da un complesso svolgimento del pensiero del PEANO avvenuto in quegli anni : anzitutto da una passione si potrebbe dire didattica, la quale lo portava già allora a dar quasi maggior peso e pregio ad una esattezza quasi puntigliosa nella enunciazione di nozioni elementari, che non al fondamentale risultato analitico della sua ricerca; in secondo luogo, come dicemmo. dall'uso della ideografia logica, di cui occorrerà riparlare; infine dalla estensione data, sull'esempio del GRASSMANN, all'uso dei numeri complessi a quante si vogliano unità. Occorre notare che, mentre i primi due rilievi si possono considerare come debolezze dell'opera del PEANO, deve quest'ultimo riferirsi a merito e ad esso si è largamente adattata in seguito l'abitudine degli analisti. A questo modo di pensare in « numeri complessi » si riannoda la Nota presentata dal PEANO nel 1887 alla R. Accademia delle Scienze di Torino col titolo : *Integrazione per serie delle equazioni differenziali lineari* (ripubblicata l'anno seguente nei Math. Annalen). In essa, considerando un sistema di n equazioni differenziali del primo ordine lineari in n funzioni incognite

$$(1) \qquad \frac{dx_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n} r_{ij} x_j \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

si espone per esso un procedimento di integrazione identico a quello presentato in seguito (1891) dal PICARD, sotto il nome di *metodo delle integrazioni successive*, per il sistema generale

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1 x_2 \dots x_n t) \qquad (i = 1, 2, \dots, n).$$

Il PEANO rivendicò in seguito (1897) la parziale sua priorità: non è facile una congettura circa una possibile connessione concettuale fra i due metodi; è invece interessante ricordare come il PEANO ricolleghi il proprio metodo (cosa possibile solo nel caso lineare da lui considerato) al *calcolo sopra operatori lineari*: ponendo $X = (x_1 x_2 \dots x_n)$, il sistema (1) si può esprimere dicendo che $\frac{dX}{dt}$ è il trasformato del complesso X per mezzo di una certa sostituzione lineare R (funzione della variabile numerica t): in simboli

$$\frac{dX}{dt} = RX.$$

Questa equazione ha per analoga, nel caso di una sola funzione incognita, la semplicissima $\frac{dx}{dt} = rx$: l'integrazione per serie del PEANO si presenta allora come analoga, nel campo delle operazioni sulle sostituzioni lineari, dello sviluppo in serie di $e^{\int r dt}$ nel campo delle operazioni su numeri.

Lo sviluppo preso nella prima metà dell'800 dall'*Algebra della logica* si riattacca direttamente, nell'indirizzo del pensiero, con quello della più generale *algebra degli operatori*; e cioè all'interesse destato dalla estensione di operazioni analoghe alle aritmetiche a campi più vasti di quello numerico. Questa connessione noi vediamo riprodursi nel pensiero del PEANO e indirizzarlo verso un argomento che, profondamente modificato nello scopo e nei metodi, finì per costituirne una nota fondamentale: dico la *Logica deduttiva* (divenuta poi *Logica matematica*). La prima esposizione del PEANO su questo argomento è infatti associata al *Calcolo geometrico* (1886); e nella prefazione l'A. avverte: « Il calcolo geometrico è preceduto da una introduzione che tratta delle operazioni della logica deduttiva; esse presentano grande analogia con quelle dell'algebra e del calcolo geometrico ». Il PEANO si riattacca essenzialmente alle idee e ai metodi del BOOLE e dello SCHROEDER; ma già qui incomincia un lavorìo di perfezionamento dei simboli, cercando di eliminare il doppio uso di segni di significato aritmetico acquisito: il quale doppio uso poco danno faceva presso quegli autori che della logica si interessavano principalmente come *teoria di operazioni*, mentre poteva esser causa di equivoco nel programma, ch' egli incominciava ad attuare, di fare di quelle operazioni e di quelle più proprie della matematica un tutto atto alla esposizione di questa. Il PEANO si fa così banditore ed apostolo della logica matematica, il cui uso egli tenta di diffondere dapprima con l' esempio, prendendo occasione (come sopra abbiamo già dovuto ricordare) dalle Note e Memorie d' argomento analitico che andava pubblicando; quindi (1891) colla fondazione della *Rivista di matematica*; infine (1895–1908) colla pubblicazione del *Formulario matematico* [1].

Tuttavia non credo di venir meno alla giusta interpretazione del pensiero del PEANO, nè di contraddire alla posizione di fondatore che, per la moderna logica matematica, deve riconoscersi a Lui, affermando ch' egli vi compiè maggiormente l' opera del filosofo, o quasi direi del grammatico, che non quella del matematico!

Il PEANO parte dall' osservazione che ad ogni scienza si convenga un suo linguaggio, elemento essenziale per il suo svolgimento: il linguaggio letterario non conviene alla matematica, perchè sovrabbondante nelle sue forme grammaticali e sintattiche e indeterminato nel significato delle parole: il linguaggio della matematica deve essere una ideografia nella quale ogni segno abbia significato costante e le fioriture sintattiche non si prestino a coprire le dubbiezze del pensiero: e questa è, all' infuori dai segni proprii ai singoli rami della matematica, precisamente la *ideografia logica*. Si può riconoscere il LEIBNIZ come lontano precursore in questa veduta; non i logici matematici che al PEANO precedettero immediatamente, i BOOLE, DE MORGAN, SCHRÖDER pei quali si trattò invece di vera *algebra della logica* e cioè gioco di calcolo sul fondamento delle proprietà di combinazione di alcune semplicissime operazioni sulle classi; a tale indirizzo aderì il PEANO soltanto nei suoi primissimi passi nell' argomento. Dopo PEANO, la logica matematica si atteggia a ricerca assiomatica simile a quella dei fondamenti della geometria e dell' analisi; per lui invece è principalmente *ricerca degli schemi generali secondo cui ragiona deduttivamente il comune degli uomini*. Certamente, in qualche articolo del T. I della « Rivista di Matematica » e nel T. I del « Formulario » troviamo del PEANO saggi di dimostrazioni logiche alla foggia di quelle matematiche; ma il vero e principale interesse fu per lui fin da quei primi tempi, e sempre più in seguito, (come contemporaneamente, quantunque con minor successo, per il FREGE) essenzialmente *strumentale: il simbolismo più conveniente alla*

[1] « Formulario » e « Rivista » presero successivamente titolo italiano, francese, latino interlinguistico, continuando la numerazione.

perfetta enunciazione del ragionamento matematico. Si possono forse inserire nella stessa disposizione mentale taluni atteggiamenti eclettici ch'egli ebbe, quasi opposti al formalismo logico: così l'ammissione nel dominio matematico di forme meno ortodosse (operazioni sopra le grandezze, funzioni impulsive); così pure l'accoglimento liberale d'ogni forma di « interlingua ».

Fra le più importanti delle applicazioni che il PEANO credette [1] di fare della ideografia logica sono le due ricerche sui fondamenti della geometria e dell'aritmetica: *Aritmetices principia, novo methodo exposita* e *I principii di geometria, logicamente esposti*, entrambi del 1889. Il secondo lavoro è una riesposizione, con notevoli semplificazioni, dei fondamenti della *Neuere geometrie* del PASCH; il primo invece si deve considerare come uno dei più belli e fondamentali contributi matematici del PEANO: punto di partenza ancora le idee del GRASSMANN e quelle del DEDEKIND [2]: ma il merito del PEANO sta nell'averne saputo estrarre il più semplice sistema di idee primitive e di postulati per la teoria dei numeri interi [3]; e principalmente nell'aver posta in evidenza la natura aritmetica, e non logica, del postulato di induzione completa [4].

« Simbolismo da alas ad mente de homo » afferma il PEANO [5], e giustamente, quando il simbolo è la figura concisa che concreta graficamente una sintesi mentale — tali i simboli abituali dell'analisi matematica —; ma il supporre che il vincolo ideografico possa essere sostegno e propulsione alla creazione ci pare illusione: ammirabile il simbolismo logico del PEANO come risultato di una sottile analisi del pensiero, utile mezzo di espressione nelle ricerche di logica, non certo ad esso, bensì alla penetrazione della Sua mente, si debbono i migliori risultati di cui egli arricchì la scienza; e l'apostolato che egli se ne fece non contribuì certo al

(1) La forma dubitativa ci sia concessa: poichè noi crediamo alla potenza d'indagine dell'A.; assai meno alla virtù strumentale della ideografia logica fuori delle ricerche che riguardano veramente essa logica.

(2) GRASSMANN, *Lehrbuch der Arithmetik* (1861). DEDEKIND, *Was sind und was sollen die Zahlen?* (1888).

(3) Qualche semplificazione fu ancora portata da discepoli del PEANO, particolarmente dal PADOA.

(4) Nulla dice contro questa osservazione il fatto che, come hanno mostrato il PIERI, e poi WHITEHEAD e RUSSELL, una *interpretazione* della successione dei numeri interi si possa ottenere coi soli mezzi della logica.

(5) *Logica matematica*, recensione del Vol. I dei *Principia Mathematica* di WHITEHEAD and RUSSELL, in *Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche*, 1913, scritta in *latino sine flexione*,

pronto riconoscimento di questi: e qui voglio ancora ricordare una caratteristica per così dire pratica del pensiero e dell'insegnamento del PEANO, che potrebbe parere in opposizione colle astrattezze dell'assoluto rigore: chi esamini le *Lezioni di Analisi Infinitesimale* che riproducono il Corso quale egli impartì fra il 1890 e il 1900 nella R. Accademia Militare e nella R. Università di Torino a scolaresche miste di aspiranti alla scienza pura e alla pratica applicazione, non trova nè ricerca di generalità, nè minuzia di condizioni per la validità delle proposizioni; nonostante qualche divagazione attraverso gli argomenti prediletti, notazioni logiche e calcolo geometrico, l'Autore procede rapido ammettendo tutte le condizioni di continuità che nella pratica si verificano e che consentano agli enunciati e alle dimostrazioni la massima semplicità. In compenso, insiste il PEANO sull'applicazione numerica, sul calcolo effettivo, sulla determinazione delle approssimazioni che a questo calcolo si accompagnano. Questi argomenti ai quali già si volgeva il suo pensiero giovanile colle ricerche sulla formola di TAYLOR, sulle formole d'interpolazione, sull'integrazione approssimata, sui resti delle dette formole. finirono per prendere il sopravvento nella sua produzione scientifica degli ultimi tempi e nell'indirizzo che egli diede alle ricerche degli ultimi suoi discepoli.

Vorrei, con questa breve e forzatamente parziale [1] analisi dell'opera matematica di GIUSEPPE PEANO, essere riuscito a presentarne la figura come a me parve, viva ed umana associazione di caratteri solo apparentemente fra loro in opposizione: intuizione matematica prevalentemente geometrica, nonostante il contenuto analitico degli argomenti e nonostante il voluto formalismo dell'espressione; intelligenza eclettica e tuttavia uniformizzatrice ed unitaria: semplicità e rigore. L'apostolo limitò l'opera del matematico e ne impedì talvolta la completa estimazione: ma profonda resterà la sua influenza in molte concezioni sia scientifiche che didattiche.

B. LEVI

[1] Delle numerose pubblicazioni del PEANO elencate dal CASSINA come ricordai in principio ho preso in esame pochissime, quelle sole che mi parvero più importanti per segnare le linee caratteristiche del matematico.