BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

ANGELO FADINI

Una proprietà della rigata gobba di quarto grado con cubica nodale

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie
1, Vol. 14 (1935), n.2, p. 92-93.*

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1935_1_14_2_92_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

Una proprietà della rigata gobba di quarto grado con cubica nodale.

Nota di ANGELO FADINI (a Napoli).

Sunto. - In questa breve Nota si deduce una proprietà non ancora osservata della rigata gobba di quarto grado con cubica nodale, riguardandola come proiezione della V_2^4 rigata di S_5 .

Per un noto teorema di geometria iperspaziale, una superficie rigata razionale dello spazio ordinario si può sempre dedurre per proiezione da una rigata razionale normale di un iperspazio di dimensione convenientemente elevata.

Nell'applicazione di questo teorema allo studio delle rigate razionali di quarto grado dell' S_5 mi sono imbattuto in una proprietà della rigata con cubica nodale che sembra degna di nota e che pertanto mi permetto di indicare qui brevemente.

1. Sia R^4 una rigata razionale dell' S_5 e consideriamola come proiezione della V_2^4 razionale normale di S_5 con infinite coniche direttrici. Il centro di proiezione è una retta r esterna alla V_2^4 .

Per un noto teorema di SEVERI ⁽¹⁾, le corde della V_2^4 riempiono semplicemente l' S_5 e si vede facilmente che quelle fra di esse, le quali si appoggiano ad r , costituiscono una rigata normale W_2^4 per la quale la retta r è la direttrice minima.

Il luogo delle intersezioni delle corde considerate con la V_2^4 è una sestica Γ , che risulta ellittica perchè tanto le corde in discorso quanto le generatrici della V_2^4 segnano su di essa una g_2^1 e le due g_2^1 che si ottengono sono prive di gruppi comuni. Ma anche le coniche direttrici della V_2^4 sono evidentemente bisecanti di Γ , quindi esiste una terza g_2^1 da prendere in esame.

Orbene le tre serie lineari considerate, che indico rispettivamente con Σ , Σ_1 , Σ_2 , hanno ciascuna quattro gruppi formati di un punto contato due volte ed è noto che il birapporto di queste quattro coppie entro la relativa serie lineare non varia al variare della serie sulla curva.

2. Andiamo a vedere a quale conseguenza conducano per la nostra R^4 le osservazioni ora fatte.

⁽¹⁾ Cfr. SEVERI, *Intorno ai punti doppi impropri*. ecc. (« Rend. del Circolo Matematico di Palermo », t. XV, 1901, n. 9).

La sestica Γ è proiettata da r nella cubica nodale Γ' di R^4 . I gruppi della Σ si proiettano nei punti di Γ' , i gruppi della Σ_1 nei gruppi di una g_2^1, Σ_1' , segnata su Γ' dalle generatrici di R^4 ed analogamente i gruppi della Σ_2 nei gruppi di una g_2^1, Σ_2' , segnata su Γ' dalle coniche direttrici di R^4 .

Le quattro coppie formate di un punto contato due volte della Σ hanno per proiezione nell' S_2 quattro punti: A', B', C', D' di Γ' che sono cuspidali per R^4 in quanto che per ognuno di essi passa una sola generatrice di R^4 ; le analoghe quattro coppie della Σ_1 danno per proiezione quattro punti: P', Q', R', S' che sono i punti di contatto di Γ' con le quattro generatrici di R^4 ad essa tangenti. Infine le quattro coppie della Σ_2 formate sempre da un punto contato due volte, si proiettano nei quattro punti di contatto di Γ' con le quattro coniche direttrici di R^4 tangenti alla cubica nodale.

Da quanto precede si deduce che: *Il birapporto dei punti A', B', C', D' , della cubica nodale è uguale tanto al birapporto delle quattro generatrici di R^4 , tangenti a Γ' , quanto a quelle delle quattro coniche direttrici di R^4 anch'esse tangenti alla cubica nodale.* E questa è la proprietà che intendevo porre in rilievo.