
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

ENRICO PERSICO

Dimostrazione rapida di una formula di calcolo combinatorio

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie
1, Vol. 14 (1935), n.5, p. 297–297.*

Unione Matematica Italiana

<[http:
//www.bdim.eu/item?id=BUMI_1935_1_14_5_297_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1935_1_14_5_297_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)*

SIMAI & UMI

<http://www.bdim.eu/>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione
Matematica Italiana, 1935.

Dimostrazione rapida di una formula di Calcolo combinatorio.

Nota di E. PERSICO (a Torino).

Sunto. - Si dà una dimostrazione, alquanto più rapida di quella ordinaria, della formula per le combinazioni con ripetizione.

La nota formula

$$(1) \quad C'_{n,k} = \binom{n+k-1}{k} = \frac{(n+k-1)!}{(n-1)! k!},$$

che dà il numero delle combinazioni con ripetizione di n oggetti distinti k a k , viene ordinariamente dimostrata stabilendo una formula ricorrente tra $C'_{n,k}$ e $C'_{n,k-1}$. Non è forse inutile indicare la seguente dimostrazione diretta e notevolmente più rapida.

Si stabilisca un ordine convenzionale tra gli n elementi, p. es. quello alfabetico delle lettere che li rappresentano, e si osservi che una generica delle combinazioni con ripetizione può essere rappresentata con una successione di simboli di due sole specie, p. es. x e $*$, nel modo seguente. Si scriva una x , che rappresenterà il primo degli n elementi (cioè a), e la si faccia seguire da tanti $*$ quante volte il detto elemento entra nella combinazione considerata; poi di seguito si scriva un'altra x , che rappresenterà il secondo degli n elementi (cioè b), seguita da tanti $*$ quante volte il secondo elemento entra nella combinazione, e così via. Se un elemento non figura nella combinazione considerata, esso sarà rappresentato da una x non seguita da alcun $*$. P. es., se gli n elementi sono a, b, c, d , e si vuol rappresentare la combinazione aac , si scriverà:

$$x**xx*x.$$

In tal modo ogni combinazione con ripetizione di classe k è rappresentata da una scrittura contenente n volte la x e k volte $*$. Viceversa ogni scrittura siffatta, purchè cominci con una x , rappresenta una di tali combinazioni. Si tratta dunque di contare tali scritture. Ciò si fa immediatamente osservando che, scritta la x iniziale, restano da disporre in un ordine qualunque le rimanenti x in numero di $n-1$ e gli $*$ in numero di k : il numero di modi in cui si può far ciò, vale a dire il numero delle permutazioni di $n-1+k$ elementi di cui $n-1$ uguali tra loro e k pure uguali tra loro, è notoriamente

$$\frac{(n-1+k)!}{(n-1)! k!}.$$

È questo dunque il numero richiesto, e resta così dimostrata la (1).