UMI

Recensioni

* J. Felsener: Esquisse du progrès de la pensée mathématiqué (Ettore Bortolotti)
* G. Vitali e G. Sansone: Moderna teoria delle funzioni di una variabile reale (B. Levi)
* David Garcia: Introducciò a la Logistica (B. Levi)
* Abhandlungen aus dein Seminar für Vektor- and Tensoranalysis samt Anwendungen auf Geometrie. Mechanik und Physik (Beniamino Segre)
* P. Couderc - A. Balliccioni: Premier livre du tétraèdre, à l'usage des élèves de première, de mathématiques, des candidats aux Grandes Ecoles et à l'agrégation (Beniamino Segre)
* L. Galvani: Introduzione matematica allo studio del metodo statistico (F. Sibirani)
* P. Dubreuil: Quelques propriétés des variétés algébriques se rattachant aux théories de l'Algebre moderne
* R. Brauer: Ueber die Darstellung von Gruppen in Galois-Feldern.
* J. von Neumann : Carakterisung des Spektrums eines Integraloperators
* K. Estève et H. Mitault: Cours de Géométrie. - T. II. Géométrie dans l'Espace
* R. Garnier: Leçons d'Algèbre et de Géométrie à l'usages des étudiants des Facultés des Sciences

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **14** (1935), n.5, p. 299–311.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1935_1_14_5_299_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione
Matematica Italiana, 1935.

RECENSIONI

J. Pelsener: *Esquisse du progrès de la pensée mathématique.* (Hermann, Paris, 1935).

L'A. dice, nella prefazione, che dalla storia logica del pensiero scientifico, che egli intende di sviluppare, dovrà risultare che l'attività matematica è in armonia con quella che egli chiama: « *l'air du temps* ».

Ritiene che perciò occorra « surprendre la nuance exacte des savants », ed a tal fine, premette che per evitare ogni equivoco nella interpretazione, ha preso dalle opere, e più dalle prefazioni e dalle corrispondenze « ...des citations abondantes jusqu'à l'indiscrétion ».

Ma nel fatto, se ciò dà al libro spigliatezza e movimento, non dona unità nè chiarezza; poichè il pensiero degli autori su la genesi della propria opera, è quanto mai incerto e confuso. L'Einstein nel suo libro: « *Comment je vois le monde* », candidamente avverte che: « Si vous voulez apprendre des physiciens théoriciens quelque chose sur les méthodes qu'ils emploient, je vous propose d'observer le principe suivant: *ne pas écouter leurs paroles, mais vous en tenir à leurs actes* ».

Il primo Capitolo, dedicato ai *primitivi*, è il più interessante, poichè ci dà notizia delle cognizioni matematiche possedute dalle popolazioni selvaggie che abitavano il Congo belga, e delle fasi di sviluppo di tali cognizioni al contatto colla civiltà europea. Le conclusioni non sono tali da potes essere accettate senza qualche restrizione. Egli infatti dice (p. 43) che: « *c'est le général qui précède le particulier, et l'abstrait qui se réalise avant le concret* », dopo aver detto (p. 20) che « *l'utilisation d'une connaissance quelconque est toujours tributaire d'un processus de généralisation* ».

La *interpretazione mistica del numero* presso i primitivi è messa in relazione con quella che si trova nelle opere dei neo pitagorici (Porfirio, + 300); ma poi, facendo tutto un mazzo dei matematici greci, dai primi pitagorici (— 550) agli ultimi neopitagorici della scuola alessandrina (+ 650), conclude che in tutto il periodo di scienza greca ha spirato aria pitagorica, imbevuta di misticismo. Il Capitolo termina dicendo che il *misticismo* « *...obsède encore la pensée moderne,... on trouve plus aisément des moines que des raisons* (?)... ».

Il secondo Capitolo: « *Avant les Grecs* », dà notizia delle recenti scoperte circa la matematica degli egizii e dei babilonesi; ma non si capisce bene se quel periodo sia dall'A. considerato come appartenente allo stadio fisiologico ed empirico. che precede la formazione della scienza, oppure ad uno stadio di scienza già adulta e prossima alla scienza moderna.

Il *periodo greco* è studiato nel Capitolo terzo. L'A. premette che: « ...au V siècle, et mieux peut-être, vers le milieu du IV siècle.... un *climat intellectuel* est né: il se manifestera jusqu'au declin de la civilisation grècque ».

Ma non par facile il concepire che cosa sia quel « *clima* ».

A p. 78 leggiamo che: « *le climat pytagoricien ne constitue pas autre chose qu'un des aspects du mysticisme à forme mathématique* ». La perniciosa influenza di quel clima mistico su lo sviluppo della scienza si riscontra, secondo l'A.. anche nelle opere di EUCLIDE. ed in particolare si manifesta colla... « *plus vive répugnance à y introduire la notion de mouvement; ainsi, la droite n'est pas définie comme le plus court chemin d'un point à un autre...* ».

Se quelli sono gli effetti del misticismo sul pensiero matematico greco, non c'è luogo a rammaricarsene. Difatti a p. 72 leggiamo che: « *Avec eux* (les grecs), *pour la première fois, ...nous nous trouvons en presence d'une science au sens moderne du mot... Le mathématicien grec considère des notions abstraites, c'est-à-dire conçues par la raison. Il insiste sur ce point, parce qu'il sait bien que c'est en cela que son idéal s'oppose à toutes les conceptions antérieures... le mathématicien grec ne considère que des essences mathématiques idéales, essences, fictions, intelligibles, qui n'existent que dans notre esprit et dont la réalité sensible n'est que le support et l'apparence. Théoricien par excellence, il a découvert qu'on peut trouver, à partir de quelques éléments géométriques connus, d'autres éléments, et cela par la pensée seule...* ».

Ma più tardi (p. 105) l'A. si è accorto che: « DESCARTES *fut le premier. semble-t-il à s'apercevoir qu'on peut raisonner sur des quantités purement abstraites...* » e che: « *les grecs n'ont pas voulu entendre parler du calcul des grandeurs géométriques abstraites, manquant ainsi l'occasion d'inventer la géométrie analytique...* ». Nello stesso tempo peraltro che (p. 103): « *la géométrie analytique était manifestement l'oeuvre des grecs* ».

E qui, manifestamente, il nostro A. ha confuso la geometria analitica col metodo delle coordinate.

Il *clima pitagorico* parrebbe meglio caratterizzato a p. 81, dove si afferma che: « *La découverte capitale du génie grec réside sans doute dans la méthode de raisonnement systématique... le savoir grec diffère du savoir pré-grec en ce qu'il est essentiellement deductif...* ».

Ma quelle affermazioni sono vigorosamente smentite a p. 86, dove si dice che: « *Ils* (les grecs) *ne sont pas intéressés des méthodes...* » ed a p. 102: « *...un des traits distinctifs de la mathématique greque c'est son caractère arbitraire... c'est en refusant de s'en tenir à la stricte intuition des Grecs, que* DESCARTES *a été amené à l'algèbre moderne... en dernière analyse, ce qu'il y a surtout de commun à* NEWTON (?) *et aux grecs, c'est l'absence de méthode...* ».

Dal *clima pitagorico* si salta, nel Capitolo quarto, al *clima cartesiano* che, secondo l'A., avrebbe dominato nei secoli XVII e XVIII. Pare dunque che nulla ci sia da dire sul progresso del pensiero matematico in tutto il millennio trascorso dalla decadenza della civiltà greca all'inizio del secolo XVII. Mentre, per tacer d'altro, il secolo XVI è dagli storici paragonato, per la sua fecondità, a quelli in cui la scienza greca raggiunse il suo apogeo (cfr. ZEUTHEN, *Histoire des Math. Ant. et Moyen Age*, p. 287).

Il *clima cartesiano*, è essenzialmente algebrico: « DESCARTES *préconisa l'emploi systèmatique dans la science d'une méthode, l'algèbre. (vide de contenu par elle même* (?)*) méthode d'une universalité et d'une puissance jusqu'alors inconnue en mathématique* (p. 99) *...c'est plus qu'une industrialisation, c'est un automatisme de la science, qui se produit désormais...* ».

Ma l'algebra non esisteva anche prima di CARTESIO? Effettivamente qualcuno, laggiù in Italia, aveva insegnato a risolvere anche le equazioni del 3° e quelle del 4° grado; ma l'algebra di CARTESIO è un'altra cosa. A p. 104 la si identifica col *metodo analitico*: « les termes analyse et algèbre sont équivalents », a p. 108 col *metodo sintetico*: « l'algèbre, méthode de synthèse, de combination et de généralisation... », a p. 98, col *calcolo*: « ...l'algèbre, c'est-à-dire le calcul, a le pas sur la géométrie... », a p. 98 viene detta: « *Langue symbolique universelle* »; ed a p. 95 un *meccanismo*: « l'algèbre, nous l'avons vu, doit être une mécanisation... elle épargne l'esprit et l'imagination, dont il faut surtout ménager l'usage,... elle nous fait raisonner à peu de frais... ».

Quella analisi, che era anche sintesi, calcolo, lingua universale, meccanismo, ha, secondo l'A. imperversato durante due secoli, versando il suo pernicioso influsso sul pensiero scientifico.

« Il est aisé de comprendre (p. 112) qu'au moment où se constate une prédominance du calcul algébrique, l'idéal du matématicien soit aussi farouche, intransigeant et s'impose avec autant de force et d'évidence à son esprit que l'idée du grand oeuvre à l'alchimiste du moyen-âge... il y a une emprise complète sur la connaissance...: le mathématicien ne conçoit aucune inquietude; il s'est bàti une certitude, et son oeuvre est empreinte de sérénité... » (1). *Grâce à cette méthode, il n'était plus besoin d'être mathématicien ou musicien pour connaître le succès, et en fait, jamais autant qu'à cette époque, les esprits médiocres* (NEWTON, LEIBNIZ, LAGRANGE,... lo stesso GAUSS, pp. 116-117...) *ne contribuèrent à l'avancement de la science* ».

« Au XVIII siècles la marée cartesienne est étale, et à l'époque de la revolution: LAGRANGE, selon DELAMBRE, dira que les connaissances chimiques sont devenues aisées comme l'Algèbre ».

Ma ora le cose vanno diversamente: « *Le mathématicien doit à présent* (p. 122), *faire un effort d'inventeur, accomplir un travail de découverte qui n'a point un caractère synthétique, et où les méthodes logiqus et algébriques ne lui seront que d'un faible secours...* ». « *L'air de la prison cartésienne, désormais explorée et reconnue* (p. 138), *est devenue irrespirable* ».

Dunque *al momento presente* (e solo ora?) il matematico deve compiere un lavoro di scoperta e di invenzione...: e prima che cosa faceva? possiamo immaginarci i fondatori del metodo infinitesimale, i creatori del calcolo differenziale-integrale, della meccanica analitica, della astronomia matematica, del calcolo delle funzioni,... GALILEO, CAVALIERI, TORRICELLI, FERMAT, NEWTON, LEIBNIZ, EULERO, LAGRANGE,... possiamo immaginarceli rinchiusi nella prigione cartesiana, intenti a baloccarsi colla macchina algebrico-logica-universale, che, con un giro di manovella, spiattellava calda calda la produzione matematica?

La storia del pensiero matematico nei secoli XIX e XX, dovrebbe nella mente dell'A. potersi ridurre a questo: *La décadence du rôle et de la portée de la logique et de l'algèbre* ».

Del declino dell'algebra si reca come prova il fatto che già il D'ALEMBERT, nella « Enciclopedia », aveva osservato che: « *L'usage*

(1) Preferisco di credere al LACROIX, che in un suo notevole: « *Essai sur l'enseignement* » (Paris, 1805), dice (p. 28): « C'est ainsi que s'est formé, de l'impulsion donnée d'abord par les sciences mathématiques et bientôt répétée par les sciences physiques, *cet esprit de doute et d'examen, de calcul et d'observation, qui caractérise le dix-huitième siècle* ».

trop fréquent et trop facile de l'Analyse peut rendre l'esprit paresseux », ed il Carnot, ammoniva che: « *il faut renoncer à toute notion des quantités négatives comme des êtres réels... et procéder par simple synthèse, c'est-à-dire sans employer la notion de quantités négatives* ».

Prove, come si vede, convincentissime (1). Ma, prova decisiva dovrebbe essere l'esistenza di funzioni che non sono algebriche... « ni les fonctions logarithmiques, ni les fonctions trigonométriques ne sont des fonctions algébriques...: l'intégration d'une fonction algébrique engendre en général une fonction transcendante. *Il nous faut donc déchanter. L'on s'était fait illusion sur le pouvoir de l'algèbre* ».

Ogni commento guasterebbe. E mi sembra superfluo anche il ricordare che appunto in questi ultimi due secoli le teorie analitiche hanno raggiunto la massima potenza. La teoria delle equazioni ha promosso la teoria dei gruppi di sostituzioni, e quella più generale dei gruppi di operazioni, e, ad un tempo, la teoria delle forme invariantive. Ed insieme con equazioni algebriche, si studiano ora equazioni differenziali, equazioni integrali, e le più generali equazioni funzionali. Non c'è teoria matematica che non si valga del simbolismo algebrico, o di qualche altro simbolismo più generale, la stessa Geometria sintetica cede il passo alla Analisi, nelle Geometrie algebriche e nelle Geometrie proiettive differenziali. Anche quelle teorie che sembravano più refrattarie allo strumento analitico: la teoria dei numeri e la Topologia, si studiano ora efficacemente col sussidio della Analisi matematica.

Tornando al nostro Autore, mi pare inutile l'indugiarmi su le prove che egli arreca del *declino della logica*, quale caratteristica del pensiero moderno, quando dice p. es. che la logica matematica di Russel e di Hilbert... « n'a pas réussi à réunir tous les suffrages?... », che « les notions de nombre, de groupe, sont irreductibles... et toute définition logique impliquerait un cercle vicieux »,... che « la mathématique n'est pas uniquement une science déductive... ». (E con questo?...).

Dunque non più algebra, nè logica, ed allora quale sarà la matematica dell'avvenire? « Puisque à un fait, à un être mathé-

(1) L'A. aveva detto, a p. 98, che « l'algèbre s'épanouit enfin dans la Géométrie Analytique, qui comportait, ne l'oublions pas, une double implication: la promotion du zéro au rang du nombre, et l'adoption de la notion de nombre négatif », parrebbe a titolo di merito per Cartesio, e di gloria per l'Algebra. Benchè, nel fatto, la nozione di numero negativo sia stata acquisita alla scienza molto tempo prima di Cartesio.

matique donné correspondent une infinité de faits algébriques, *les mathématique seront... avant tout une traduction...; ce qui fait la faiblesse de la logique aussi bien que de l'algèbre, c'est de n'avoir pas de signes pour les notions confuses* [1]; *ainsi ces deux sciences ne peuvent elles pas plus apparaître que comme le langage dans lequel on traduit un ensemble de notions et de faits objectifs...* En d'autre termes, *le mathématicien ne parle jamai sa propre langue...* (?) *le mathématiciens s'exaspère à la recerche d'un langage perdu...* (?). *...Le moyen-âge privé du temps* (?), *le moyen-âge énorme et délicat* (?), *avait abouti à la contemplation. La pensée moderne, elle, aboutit à l'histoire* (?).

Lo stile vivace, brillante, paradossale nasconde le imperfezioni e le contraddizioni logiche della impalcatura, fa sì che il libro si legga d'un fiato, e non si può disconoscere in esso qualche pregio per l'abbondanza, la varietà dei passi riportati e per la ricca bibliografia.

ETTORE BORTOLOTTI

G. VITALI e G. SANSONE: *Moderna teoria delle funzioni di una variabile reale* – Parte prima (VITALI) – Bologna, Zanichelli, 1935-XIII, delle Monografie di Matematica Applicata per cura del Consiglio Nazionale delle Ricerche, pp. 183, L. 40.

È questo il primo volume della Collezione di Monografie accennata: il manoscritto ne era sostanzialmente completo quando il compianto collega GIUSEPPE VITALI venne improvvisamente a mancare. GIOVANNI SANSONE ne curò la pubblicazione con mente intelligente e amorosa, con poche aggiunte personali fra cui debbono essere rilevati i richiami dei luoghi ove maggiormente la teoria è debitrice all'opera originale dell'Autore. Del SANSONE poi è annunciata una *seconda parte* che sarà destinata agli sviluppi in serie di funzioni ortogonali.

Questa *parte prima* è dedicata ai *Fondamenti* della teoria delle funzioni di una variabile reale quale si è sviluppata dopo l'opera classica del DINI; gli argomenti trattati hanno raggiunto, in un cinquantennio di elaborazione, una stabilizzazione ormai quasi tradizionale: *Aggregati in generale e numeri transfiniti: teoria della misura per gli aggregati di punti sulla retta: integrazione, derivazione*; ma ciò che distingue questo volumetto e ne forma un merito che non sapremmo dire dove ugualmente raggiunto è la

[1] A nozioni confuse corrispondono discorsi sconclusionati, qualunque sia il linguaggio che si adopera.

semplicità e la rigorosa messa a punto, quali veramente potevano esserci date dall'A., sia per le sue doti mentali, sia per aver dedicato all'argomento la miglior parte della sua opera scientifica. Si può ben dire perciò che esso risponda ad un bisogno: quello di veder raccolte in forma breve ed organica un insieme di nozioni che la consuetudine non ha ancora ammesso nel quadro delle propedeutiche e che sono intanto presupposto necessario delle moderne teorie analitiche. Qualche argomento va al di là di un tale programma, ma è contenuto in modeste proporzioni: accenniamo in via d'esempio alla teoria degli scarti, nell'ultima ventina di pagine, la quale, al momento attuale, non pare presentare che un interesse in sè stessa. Concorre a rendere piacevole la lettura la veste tipografica elegante e corretta. Il libro si adatta perciò bene sia come avviamento ai giovani sia per coloro che, conoscendo l'argomento, vogliono cercarvi l'ultimo pensiero del Nostro. E ciò anche se, come avviene allo scrivente, non ad ogni particolare possa darsi l'assoluto consenso: vogliamo accennare ad es. alla compiacenza per qualche discutibile applicazione del postulato della scelta, fortunatamente inessenziale per l'argomento principale e ad una terminologia qua e là inutilmente personale e non sempre ottimamente scelta: così quando si dice *continuo* un aggregato che ha la potenza del continuo lineare; *boreliano* un insieme di intervalli sulla retta; *anomalia* la differenza fra la misura esterna e l'interna di un aggregato; *integralfunzione* per funzione integrale; *completa convergenza* ove si parla abitualmente di convergenza in media o convergenza debole: rilievi questi a cui ciascuno è ben lieto di indulgere dinnanzi al molto di interessante che il volume contiene.

B. LEVI

DAVID GARCIA: *Introducciò a la Logistica.* Vol. I. (Vol. III della Biblioteca Filosofica diretta da PERE COROMINAS). Barcelona, Institut d'Estudios Catalans, 1934, pp. 233+XII.

L'A. inizia con questo volume la pubblicazione di un trattato di logica matematica che dovrà comprendere cinque parti: logica delle proposizioni; logica « congiuntuale »; logica delle relazioni; costruzione dei principali concetti matematici; problemi generali della logica, inclusive le antinomie e un esame dal punto di vista filosofico. Il volume che abbiamo sott'occhio comprende soltanto le due prime parti; ed anzi è occupato per massima parte (pp. 150) dalla prima parte (logica delle proposizioni) la quale segue la traccia e il simbolismo dei *Grundzüge der theoretischen Logic* di HILBERT e ACKERMANN. Se ne distingue però per molti partico-

lari ed anzitutto per una grande minuzia di sviluppi formalistici e verbali. Si dà importanza quasi direttiva alla *valutazione* delle singole formole secondo i due valori V e F (*vero* e *falso*): e a ciascuna formola si fa seguire uno *schema* costituito da una successione di segni V e F che indicano la successione dei valori che la formola assume quando le proposizioni che vi compaiono prendono tutte le possibili combinazioni di valori V e F. Fra i segni di operazione tra proposizioni, che l'A. introduce con una certa sovrabbondanza, notiamo quello di *illazione* ($\rightarrow$) che non diversifica dalla equivalenza ($\backsim$) che pure egli usa. Nella seconda parte (*Logica conjunctual*) si resta ancora assai vicini alle trattazioni dell'HILBERT col *calcolo delle funzioni logiche* per ricongiungersi poi ai *Principia Mathematica* di WHITEHEAD e RUSSELL colla *logica delle classi*.
B. LEVI

Abhandlungen aus dem Seminar für Vektor- und Tensoranalysis samt Anwendungen auf Geometrie, Mechanik und Physik. Herausgeben von Prof. B. KAGAN. Lief. II-III (Moskau, 1935), pp. 383.

Il Seminario matematico di Mosca, diretto da B. KAGAN, si occupa principalmente dell'indirizzo geometrico originato dai classici lavori di RICCI e di LEVI-CIVITA sul calcolo assoluto e sul parallelismo: indirizzo che oggidì — per merito di SCHOUTEN, WEYL, CARTAN e molti altri ricercatori, fra i quali in Italia è da annoverare ENEA BORTOLOTTI — si è costituito in uno dei più fiorenti rami di Geometria.

Il presente volume testimonia la crescente, notevole per quanto un po' unilaterale, attività di quel Seminario, intorno a cui dà un breve resoconto (in russo): esso inoltre contiene 14 interessanti Memorie, ciascuna seguita da un riassunto in russo, ordinatamente così intitolate:

J. A. SCHOUTEN - D. VAN DANTZIG, *Wast ist Geometrie?* — G. GOUREWITSCH, *L'algèbre du trivecteur*, partie I. — V. HLAVATY, *Système complet des invariants d'une courbe dans un espace projectif courbe.* — B. KAGAN, *Der Ausnahmefall in der Theorie der subprojectiven Räume.* — J. DUBNOW, *Intégration covariante dans les espaces de Riemann à deux et à trois dimensions.* — A. LOPSCHITZ, *Integrazione tensoriale in una varietà Riemanniana a due dimensioni.* — P. RACHEWSKY, *Congruence rectiligne dans l'espace euclidien à n dimensions.* — A. NORDEN, *Die relative Geometrie der Flächen im projectiven Raume.* — V. WAGNER, *Sur la géométrie différentielle des multiplicités anholonomes.* — A. LOPSCHITZ, *Me-*

todo geometrico per la deduzione delle condizioni di olonomia di un sistema di vincoli. — A. LOPSCHITZ, *Sugli spazi riemanniani contenenti un campo di giaciture parallele.* — P. RACHEWSKY, *Sur l'interprétation infinitésimale de l'appareil des vecteurs duals.* — J. DUBNOW, *Sur une généralisation de l'équation de Hamilton–Cayley et sur les invariants simultanés de plusieurs affineurs.* — H. SCHAPIRO, *Ueber einfach-parallele Unterräume des Euklidisch-affinen Raumes.*

Per ragioni di spazio non ci è possibile discorrere singolarmente di questi lavori. Ci limitiamo pertanto a segnalare il primo di essi, nel quale gli AA., dopo aver accennato allo sviluppo storico delle nuove idee ed al graduale ampliarsi di queste, pervengono — mercè ulteriori estensioni del linguaggio — ad inquadrare l'indirizzo geometrico suddetto nelle vedute gruppali di KLEIN, espresse dal celebre Programma di Erlangen.

BENIAMINO SEGRE

P. COUDERC - A. BALLICCIONI: *Premier livre du tétraèdre, à l'usage des élèves de première, de mathématiques, des candidats aux Grandes Écoles et à l'agrégation.* Paris, Gauthier-Villars, 1935; pp. VIII + 204, frs. 40.

Questo libro tratta della Geometria del tetraedro, col solo ausilio dell'Algebra e della Geometria elementare; ad esso farà seguito un secondo volume, in cui giocheranno pure nozioni di Geometria analitica e di Analisi.

L'opera in esame costituisce la prima trattazione sistematica dell'argomento suddetto, e — nonostante la semplicità dei mezzi di cui essa si vale — possiede una sua particolare eleganza ed una notevole ricchezza di contenuto. I risultati sono in gran parte tratti dai temi per l'« agrégation » ed il « baccalauréat », assegnati in Francia durante un lungo periodo di anni; la materia appare tuttavia bene amalgamata, esposta com'è in modo organico e talvolta originale. Rileviamo, a titolo di esempio, la considerazione unificatrice e semplificatrice del così detto triedro fondamentale di un tetraedro, ossia del triedro (di vertice il baricentro del tetraedro) avente per lati le congiungenti i punti medi delle tre coppie di lati opposti del tetraedro.

Ecco in breve il contenuto del libro. Dopo un rapido cenno sulle proprietà salienti di *Geometria del triangolo*, vi è uno studio preliminare dei *triedri* e dei *quadrilateri gobbi*, al quale seguono gli sviluppi relativi al *tetraedro generico*. La parte restante (che costituisce poco meno della metà) del volume, è dedicata alle proprietà di *tetraedri speciali* (tetraedri *ortocentrici*, *equifacciali*, *trirettangoli* e *regolari*), ad alcune questioni relative ai *massimi* ed ai *minimi*, nonchè alla determinazione dei tetraedri che ammettono qualche *simmetria* in sè. Vi è da ultimo un fugace raffronto fra le Geometrie del triangolo, del triedro e del tetraedro, coll'indicazione delle analogie e delle disparità che si hanno passando dal piano allo spazio.

La lettura del libro in discorso riesce facile e gradevole, e può validamente contribuire a sviluppare l'intuizione e la mentalità geometrica dei nostri studenti. BENIAMINO SEGRE

L. GALVANI: *Introduzione matematica allo studio del metodo statistico*. Edit. A. Giuffrè, Milano, 1934-XII, L. 25.

Il volume fa parte del « Trattato elementare di statistica », diretto da C. GINI e pubblicato sotto gli auspici dell'Istituto centrale di Statistica del Regno d'Italia.

Come indica con precisione il titolo, non si tratta di un libro di statistica matematica, ma dell'esposizione delle nozioni fondamentali di Matematica che deve conoscere chi si accinge a studiare la Statistica ed, in particolare, la metodologica. Le difficoltà maggiori che si incontrano nella compilazione di un libro di questa natura sono due principalmente: la scelta degli argomenti e la loro estensione, da una parte, il giusto equilibrio fra il rigore matematico ed una forma di esposizione piana e quanto più possibile facile, dall'altra. Codeste due difficoltà sono state brillantemente superate dall'A. in virtù del connubio fra le sue origini matematiche e la sua profonda conoscenza della Statistica.

A me sopratutto piace ciò che si può dire l'onestà scientifica con la quale è messo in vista che certe dimostrazioni sono intuitive e quindi non rigorose da un punto di vista strettamente logico, come invece dovrebbero essere quelle di un trattato di Matematica pura.

L'opportuna scelta di numerosissimi esempi numerici atti ad illustrare le applicazioni alla Statistica dei concetti matematici via via introdotti è il non minore pregio dell'opera, la quale è, d'altronde, ornata con molti e nitidi grafici.

Il libro è diviso in cinque Capitoli: I. Concetti matematici fondamentali (Calcolo combinatorio; definizione di funzione; logaritmi; elementi di geometria analitica; elementi di calcolo infinitesimale). II. Approssimazioni numeriche. III. Le rappresentazioni grafiche nella Statistica. IV. Interpolazione e perequazione (interpolazione per o fra punti dati; metodi dei minimi quadrati, delle aree, dei momenti, ecc.). V. Elementi di Calcolo delle probabilità (Definizioni e teoremi fondamentali; problema delle prove ripetute; curva normale della probabilità; variabili casuali discrete e continue; teoremi di BIENAYMÉ-TCHEBYCEFF e di BERNOULLI; coefficiente di dispersione di LEXIS).

L'ampia materia è trattata in IX più 223 pagine.

F. SIBIRANI

P. DUBREUIL: *Quelques propriétés des variétés algébriques se rattachant aux théories de l'Algèbre moderne.* (Nella Collezione: « Exposés mathématiques publiés à la mémoire de J. Herbrand »). Hermann et C., Paris, 1935.

Questo opuscolo, la cui lettura richiede la conoscenza della teoria generale degli ideali, quale si trova ad esempio nella « Moderne Algebra » di VAN DER WAERDEN, è diviso in due Capitoli. Nel primo, viene data la condizione necessaria e sufficiente affinchè un ideale omogeneo non ammette componente impropria, e sono date trasformazioni e conseguenze di questa condizione. Nel secondo Capitolo ne sono date applicazioni geometriche; sono studiate, prendendo le mosse da un teorema di SEVERI estensione di una nota proposizione di NOETHER, le intersezioni totali di $n-d$ ipersuperficie di uno spazio ad n dimensioni; definita e studiata la varietà di prima specie, se ne dà l'applicazione alle curve sghembe, trovando fra il genere p e l'ordine n di una curva di prima specie la condizione, sufficiente ma non necessaria: $p < n - 4$. (*u*)

R. BRAUER: *Ueber die Darstellung von Gruppen in Galois-Feldern.* (Nella medesima collezione). Hermann et C., Paris, 1935.

Il lavoro, nell'ordine di idee iniziato dal FROBENIUS nelle sue Memorie: *Ueber Gruppencharaktere* e *Ueber die Primfaktoren der Gruppendeterminante*, è diretto a trovare i gruppi di sostituzioni lineari omeomorfi ad un dato gruppo G d'ordine finito; richiama e completa in un punto essenziale i lavori di vari Autori riferentisi al caso in cui i coefficienti delle sostituzioni lineari, anzichè al corpo dei numeri razionali, appartengano ad un determinato campo di GALOIS. (*u*)

J. VON NEUMANN: *Carakterisung des Spektrums eines Integraloperators.* (Nella medesima collezione). Hermann et C., Paris, 1935.

Fra gli operatori di uno spazio hilbertiano costituito dalle funzioni complesse $f(x)$ di una variabile reale, sono segnalati notoriamente gli operatori integrali, della forma

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(y)\alpha(x, y)dy.$$

le funzioni appartenenti al detto spazio essendo supposte tali da rendere finiti gl' integrali $\int_{-\infty}^{\infty} |f^2(x)|\,dx$. D' altra parte, lo spazio hilbertiano può ritenersi costituito dall' insieme delle successioni complesse $\{x_1, x_2, \ldots x_n, \ldots\}$, con $\Sigma|x_n|^2$ finite, l' operatore A essendo definito dalla matrice $|a_{mn}|$ nella trasformazione $y_n = \sum_m a_{mn}x_m$. Ora, mentre ogni operatore lineare è suscettibile di questa forma, non sempre lo è della forma integrale. L' A. ricerca quali condizioni debba verificare lo spettro di A perchè A possa ammettere la rappresentazione in forma integrale. (*u*)

R. Estève et H. Mitault: *Cours de Géométrie*. – T. II. *Géométrie dans l' Espace*. Gauthier-Villars, Paris, 1935, pp. VIII-283.

Facendo seguito a quello dedicato alla geometria piana, di cui una recensione è data in questo tomo del « Bollettino » a pag. 191, il presente volume procede con andamento analogo, facendo promiscuamente appello alla intuizione e allo sviluppo logico, al quale però viene ora data maggiore parte. Cospicuo è il numero delle nozioni sulla geometria dello spazio dato in queste pagine, in cui, pur cercandosi di conservare il carattere elementare, sono adombrati, nell' ordine di idee preconizzato dal Bouligand, concetti appartenenti alla teoria dei gruppi: in particolare nello studio delle traslazioni, della simmetria, delle omotetie. Gli AA. si sono uniformati al criterio suggerito dall' Enriques, di dividere la trattazione in due parti: la prima basata sul parallelismo, la seconda dominata dal concetto di ortogonalità: l' una viene detta Geometria lineare, l' altra Geometria metrica. Vi è fatto un uso costante, utile se non necessario, della nozione di vettore. Non interamente soddisfacente il modo con cui si giunge alla determinazione dei volumi, mancando un assetto logico del concetto di limite. In ogni modo, l' opera si distacca dai soliti libri di testo anche perchè, come avvertono gli stessi AA., esso non deve essere letto dal discente se non dopo di avere avuto preventivi schiarimenti dalla viva voce dell' insegnante. Pregevole la larga raccolta di esercizi. La materia è così divisa: Libro primo, *Geometria lineare*: Retta e piano, parallelismo. Trasformazioni lineari dello spazio. Poliedri, cilindri, coni.

Volumi al punto di vista lineare. – Libro secondo, *Geometria metrica*: Retta e piano, perpendicolarità. Proiezioni ortogonali. Cilindro, cono e sfera. Triedri e angoli, poliedri al punto di vista metrico. Superficie e volumi al punto di vista metrico. – Libro terzo, *Geometria vettoriale*. (*u*)

R. Garnier: *Leçons d'Algèbre et de Géométrie à l'usages des étudiants des Facultés des Sciences*. T. I. Gauthier-Villars, Paris, 1935, pp. VIII-233.

Quest'opera si propone di dare agli studenti delle Facoltà di Scienze francesi nozioni di Algebra e di Geometria analitica e proiettiva relative ad alcuni argomenti che non fanno parte dei programmi ufficiali di quelle Facoltà. Gli argomenti sono trattati con ampiezza e con vedute e linguaggio moderni, pur facendo forse troppo spesso ricorso a considerazioni di carattere intuitivo. In questo primo volume, la materia è così distribuita: Cap. I: Determinanti. – Cap. II: Risoluzione dei sistemi di equazioni lineari. – Cap. III: Le forme lineari. – Cap. IV: Le forme quadratiche. – Cap. V: La Geometria proiettiva della retta, il birapporto. – Cap. VI: Geometria proiettiva nel piano e nello spazio: coordinate omogenee; trasformazioni omografiche; applicazioni alla geometria infinitesimale. – Cap. VII: Equazioni tangenziali; equazioni tangenziali delle coniche e delle quadriche; metodo dei moltiplicatori e applicazione ai problemi di estremi condizionati. (*u*)