Umberto Crudeli

Inversione delle derivazioni

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **15** (1936), n.2, p. 65–66.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1936_1_15_2_65_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 1936.

Inversione delle derivazioni.

Nota di UMBERTO CRUDELI (a Napoli).

Sunto. - *L'Autore pone in luce un criterio (di sufficienza) per l'inversione delle derivazioni.*

Si scriva la nota formula del RIEMANN

$$\int_{(\sigma)}\left(\frac{\partial Y}{\partial x}-\frac{\partial X}{\partial y}\right)d\sigma=\int_{(s)}(Xdx+Ydy), \tag{1}$$

nell'ipotesi che le funzioni X, Y ed il contorno s siano tali da rendere valida effettivamente la formula stessa; come avviene quando le funzioni X ed Y sono limitate e continue nel campo σ (contorno incluso) ed ammettono [1] la $\frac{\partial X}{\partial y}$ e la $\frac{\partial Y}{\partial x}$ *limitate ed integrabili* nel detto campo σ, del quale il contorno sia regolare.

Sia poi $f(x, y)$ funzione monodroma in un intorno completo del punto P del nostro piano. La quale in codesto intorno viene supposta dotata della $\frac{\partial f}{\partial x}$ e della $\frac{\partial f}{\partial y}$; queste siano limitate e continue nell'intorno in discorso; si ammetta inoltre che in esso intorno esistano, limitate ed integrabili, la $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ e la $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$.

Supporremo che la differenza

$$\Delta\equiv\frac{\partial^2 f}{\partial y\partial x}-\frac{\partial^2 f}{\partial x\partial y}$$

sia continua in P.

Allora, come si vede subito, codesta differenza risulta nulla in P.

Infatti, senza tralasciare poi di rilevare che non viene lesa la portata del nostro asserto ammettendo (come ammetteremo) di avere a che fare con funzioni reali, si osservi che, se la Δ non fosse nulla in P, si potrebbe scegliere (con referenza alla continuità della Δ in P) tale un campo σ (diciamolo ω) da formare di P un intorno completo atto ad assicurare un segno costante

[1] Giova richiamare, a proposito della (1), una dimostrazione del lemma di GAUSS dovuta al MORERA: dimostrazione per la quale rimane opportuna la lettura delle prime pagine introduttive del libro di G. A. MAGGI intitolato: *Teoria fenomenologica del campo elettromagnetico* (Milano, Ulrico Hoepli, 1931).

ad essa Δ in tutto l'intorno medesimo. Quindi, a motivo della (1), nella quale ora X ed Y sono rispettivamente $\frac{\partial f}{\partial x}$ e $\frac{\partial f}{\partial y}$, seguirebbe l'assurdo

$$\int_{(\omega)} \Delta d\omega = 0$$

con Δ ovunque di segno costante in ω. Dunque $\Delta = 0$ in P.