UMI

# Sunti di lavori Italiani

* Lavori di: G. Belardinelli, Luigi Campedelli

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1*, Vol. **15** (1936), n.3, p. 129–130.
Unione Matematica Italiana
<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1936_1_15_3_129_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 1936.

# SUNTI DI LAVORI ITALIANI

G. Belardinelli: *Su alcune relazioni funzionali*, « Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari » (in corso di pubblicazione).

In questo lavoro l'A. considera il funzionale normale

$$g(x) = \frac{1}{2\pi i}\int_c \frac{1}{t} f\left(\frac{x}{t}\right) \varphi(t) dt,$$

e supponendo che la $f(z)$ e $\varphi(t)$ siano funzioni olomorfe nell'intorno della origine e che soddisfino a particolari equazioni differenziali lineari forma l'equazione differenziale lineare alla quale soddisfa la $g(x)$. Fa una applicazione ai polinomi di Hermite di prima specie. Precisamente considera il particolare operatore normale nel quale la funzione caratteristica $f(z)$ è la funzione di Gauss

$$f(z) = F\left(-n, 1, \frac{k}{2}, z\right)$$

con $k = 1$ e $k = 3$ e $z = -x^2$, e $\varphi(t) = e^{-\frac{t^2}{2}}$ ed ottiene così l'equazione differenziale alla quale soddisfa i polinemi di Hermite di indice pari

$$H_{2n}(x) = \frac{(-1)^n(1, 2n)}{2^n(1, n)} \frac{1}{2\pi i}\int_c \frac{1}{t} F\left(-n, 1, \frac{1}{2}, -x^2\right) e^{-\frac{t^2}{2}} dt,$$

e quelli di indice dispari

$$H_{2n+1}(x) = \frac{(-1)^n(1, 2n+1)}{2^n(1, n)} \frac{1}{2\pi i}\int_c \frac{1}{t} F\left(-n, 1, \frac{3}{2}, -x^2\right) e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

Inoltre ottiene le due classiche e caratteristiche equazioni alle differenze per questi polinomi dalle relazioni alle differenze relative alla $F(\alpha, 1, \gamma, x)$ rispetto al parametro $\alpha$ ed al parametro $\gamma$.

Luigi Campedelli: *Sulle superficie di ordine* 2n *con otto punti* n-*pli* (di prossima pubblicazione negli « Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino »).

Il problema della determinazione delle superficie $F_{2n}$, con otto punti $n$-pli, quando questi si assegnino ad arbitrio, non porta a superficie irriducibili. Nel lavoro che qui si riassume, l'A. mostra come per avere invece delle $F_{2n}$ irriducibili, si possano dare arbitrariameute solo sette di quei punti, $A_1, A_2, \dots, A_7$, mentre la determinazione dell'ottavo dipende da un problema di divisione di certe serie lineari sopra una quartica ellittica sghemba $\Gamma_4$, passante per $A_1, A_2, \ldots, A_7$. Precisamente, fissata codesta $\Gamma_4$ (il che può farsi in $\infty^2$ modi diversi), si consideri la serie lineare $g_n^{n-1}$ segata sopra di essa dalle superficie $F'_{2n}$, dell'ordine $2n$, che passano $n$ volte per i punti dati $A_1, A_2, \ldots, A_7$: allora in corrispondenza ad ogni punto $B_i$ $n$-plo per la $g_n^{n-1}$, si ha un sistema lineare di $F_{2n}$ che presentano la molteplicità $n$ in $A_1, A_2, \ldots, A_7, B_i$, e non contengono la quartica $\Gamma_4$. Invece l'ottavo punto $n$-plo delle $F_{2n}$ aventi la molteplicità $n$ in $A_1, A_2, \ldots, A_7$, e passanti (semplicemente) per la $\Gamma_4$, cadrà in uno dei punti $B_i$, $(n-1)$-pli per la serie lineare $g_{n-1}^{n-2}$ segata sulla $\Gamma_4$ dalle superficie $F'_{2(n-1)}$ che passano $n-1$ volte per $A_1, A_2, \ldots, A_7$.

Però tanto nel primo che nel secondo caso, i caratteri delle $F_{2n}$ relative al punto $B_i$, e la dimensione del sistema lineare cui esse appartengono, dipendono dal più piccolo numero $\nu$, divisore di $n$ (o di $n-1$, rispettivamente), per il quale il punto $B_i$ risulta $\nu$-plo per la serie lineare $g_\nu^{\nu-1}$, segnata sulla $\Gamma_4$ dalle superficie $F'_{2\nu}$, dell'ordine $2\nu$, che hanno la molteplicità $\nu$ nei punti $A_1, A_2, \ldots, A_7$.

Per $\nu = n$ (o $\nu = n-1$) si perviene a sistemi, aventi la dimensione $n+1$ (o $n+2$), di superficie $F_{2n}$ regolari (non contenenti o, rispettivamente, contenenti la $\Gamma_4$). Per $\nu = 1$ si ha un notevole caso particolare già incontrato dal CASTELNUOVO (1890), e costituito dalle $F_{2n}$ con otto punti $n$-pli nei punti base di una rete di quadriche.

In ogni caso, *sopra le* $F_{2n}$ *si prova l'esistenza di un fascio di genere uguale alla irregolarità della superficie, formato da curve ellittiche* $C_{4\nu}$, *dell'ordine* $4\nu$: cosicchè le curve canoniche delle $F_{2n}$ risultano spezzate in un certo numero di $C_{4\nu}$, cui si deve aggiungere come componente fissa la $\Gamma_4$ (presa con opportuna molteplicità), quando le $F_{2n}$ passino per essa. Con quest'ultima osservazione si estende un esempio dato recentemente da B. SEGRE.

In corrispondenza ad ogni divisore $\nu$ di $n$ (o di $n-1$) esiste un gruppo $G^{(\nu)}$ di punti $B_i$, legati al numero $\nu$ dalla proprietà anzidetta, e il numero dei punti di $G^{(\nu)}$ dipende dai quadrati di $\nu$ e dei suoi fattori primi, ed è dato da una nota funzione aritmetica analoga all'*indicatore* $\varphi(\nu)$ *del* GAUSS.

Il problema della determinazione delle $F_{2n}$ appare analogo a quello che nel piano porta ai *fasci dell'* HALPHEN: però presenta elementi essenzialmente nuovi provenienti dalla necessità di considerare certi fasci di curve spezzate, che nel piano invece non offrono alcun interesse.