BOLLETTINO
UNIONE MATEMATICA ITALIANA

Mario Villa

A proposito dell'articolo di U. Richard: 'Ìl problema di Apollonio e la teoria delle coniche omologiche"

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. **4** (1949), n.2, p. 169–170.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1949_3_4_2_169_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Zanichelli, 1949.

A proposito dell'articolo di U. Richard: « Il problema di Apollonio e la teoria delle coniche omologiche ».

Lettera di CESARINA TIBILETTI (a Milano)
al prof. MARIO VILLA

Sunto - *Si osserva che la costruzione dei cerchi tangenti a tre cerchi dati indicata da* U. RICHARD *in un recente fascicolo di questo « Bollettino » conferma che tutte le soluzioni del problema di* APOLLONIO, *comunque esse siano espresse, in forma antica o moderna, sostanzialmente coincidono.*

... nell' articolo « Il problema di Apollonio e la teoria delle coniche omologiche » apparso nel « Bollettino dell' U. M. I. », serie III, anno III, n. 3, p. 259, UBALDO RICHARD espone una interessante

(3) Dato un monomio nelle indeterminate $x_1, \dots, x_h$ e fissato per queste un ordinamento, ad esempio quello scritto, chiamasi *rango* del monomio il simbolo $(\alpha_1, \dots, \alpha_h)$, essendo α_i, $(i = 1, \dots, h)$, il grado del monomio in x_i. Di due monomi, nelle stesse indeterminate, di ranghi $(\alpha_1, \dots, \alpha_h)$, $(\beta_1, \dots, \beta_h)$, si dice che il primo è di *rango maggiore* del secondo se la prima delle differenze $\alpha_i - \beta_i$ non nulla è positiva. Facciamo uso di questa nozione, benchè non indispensabile, per chiarezza di esposizione.

soluzione projettiva del problema di APOLLONIO (ricerca dei cerchi tangenti a tre cerchi dati γ_1, γ_2, γ_3) nella quale considera le omologie (in generale non omotetie) che mutano in sè i cerchi di ciascuna coppia $\gamma_1\gamma_2$, $\gamma_1\gamma_3$, $\gamma_2\gamma_3$, e, operando con alcune (opportune) di queste, individua i punti di contatto dei cerchi tangenti a γ_1, γ_2, γ_3.

Ora tale soluzione coincide sostanzialmente con alcune soluzioni classiche, e, per esempio, soprattutto con quelle di PAPPO e di GAULTIER DE TOURS.

Infatti nella soluzione del RICHARD come in queste soluzioni classiche ci si preoccupa di caratterizzare i punti di contatto dei cerchi tangenti ai cerchi dati γ_1, γ_2, γ_3, a partire dai centri e assi di omotetia degli stessi γ_1, γ_2, γ_3. Per raggiungere questo fine, in realtà è la stessa cosa fare considerazioni elementari di geometria euclidea, come accade nelle esposizioni originali delle citate soluzioni classiche, oppure usare omologie o inversioni circolari (che sui cerchi dati operano nello stesso modo) le quali si presentano come trasformazioni caratterizzate da quelle stesse proprietà che ispirano le considerazioni elementari delle soluzioni classiche.

Nella soluzione del RICHARD si usano appunto questi ultimi mezzi e ciò che vi è in essa di diverso rispetto alle soluzioni classiche è certo il modo più brillante di presentare le cose e il linguaggio assai più moderno. D'altronde anche nei miei articoli sul problema di APOLLONIO, apparsi nel «Periodico di Matematiche» (1), si erano interpretate con un analogo linguaggio moderno alcune delle soluzioni classiche.

La soluzione del RICHARD conferma ancora, a proposito del problema di APOLLONIO che, come accade spesso, varie soluzioni, apparentemente diverse, di uno stesso problema, sono in realtà una stessa soluzione, e viene a convalidare la tesi sostenuta nei miei articoli che tutte le principali soluzioni note del problema di APOLLONIO, sostanzialmente uguali a un'unica soluzione (per esempio quella spaziale ivi indicata), sono in realtà uguali fra di loro...

(1) C. TIBILETTI, *Sul problema di Apollonio,* « Periodico di Matematiche », serie IV, vol. XXIV (1946), pp. 20-39, pp. 100-111, pp. 152-161: vol. XXV (1947), pp. 16-29.