
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

WILHELM BLASCHKE

Sulla quadratica di Lie

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. 5
(1950), n.2, p. 108–108.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1950_3_5_2_108_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Sulla quadrica di LIE.

Nota di WILHELM BLASCHKE (a Hamburg).

Sunto. - Si ritrova la quadrica di LIE.

Sia S una superficie descritta dal punto $x(u, v)$. Tre tangenti alle linee $u_j = \text{cost.}$ della S nei punti $x(u_j, v_0)$ determinano in generale una quadrica, che col passaggio a limite $u_j \rightarrow u_0$ s'avvicina ad una quadrica $U(u_0, v_0)$. Cambiando u con v s'ottiene in modo analogo la quadrica $V(u_0, v_0)$.

Se per ogni punto $x(u, v)$ le corrispondenti quadriche $U(u, v)$ e $V(u, v)$ in $x(u, v)$ hanno un contatto di second'ordine, le linee $u = \text{cost.}$, $v = \text{cost.}$ sono le asintotiche della S e perciò le quadriche U, V coincidono con quella introdotta da S. LIE nell'anno 1878.

La tangente nel punto $x(u, v_0)$ colla direzione $x_u(u, v_0)$ e la tangente nel punto $x(u_0, v)$ colla direzione $x_v(u_0, v)$ si tagliano, se s'annulla il determinante

$$[x(u, v_0) - x(u_0, v), \quad x_u(u_0, v), \quad x_v(u, v_0)] = 0.$$

Prendendo $u_0 = v_0 = 0$ e sviluppando in serie troviamo

$$\left[x_u u + \frac{1}{2} x_{uu} u^2 - x_v v - \frac{1}{2} x_{vv} v^2, \quad x_u + x_{uu} u, \quad x_v + x_{vv} v \right] = 0.$$

I coefficienti di u^2 e v^2 danno le relazioni

$$[x_u x_v x_{uu}] = [x_u x_v x_{vv}] = 0,$$

che confermano l'enunciato, il quale è in relazione intima con risultati di R. CALAPSO e C. ZITO (¹).

(¹) R. CALAPSO, *Studi sintetici di geometria proiettiva differenziale*, «Rend. Lincei», 1931; C. ZITO, *Sui complessi lineari...*, «R. Accad. Perloritana», XXXVIII, 1937.