Agostino Lampariello


## Caratteri di divisibilità per numeri impari


*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3*, Vol. **6** (1951), n.3, p. 248–251.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1951_3_6_3_248_0>

# Caratteri di divisibilità per numeri impari.

Nota Agostino Lampariello (a Foggia)

**Sunto.** - *Determinazione di quattro criteri generali di divisibilità per numeri impari.*

Siano $a$ e $b$ due interi positivi, e, rispettivamente, $D$ e $d$ i numeri delle loro decine, $c_0$ e $c_0'$ le cifre delle unità; cioè sia

(1) $$a = Dx + c_0, \qquad b = dx + c_0' \qquad (x = 10)$$

([1]) Per non ingombrare troppo la tabella diamo soltanto la differenza. Si ha per es.: $3^3 - (2^3 + 1^3) = 18$; $4^3 - (3^3 + 2^3) = 29$; $5^3 - (4^3 + 2^3) = 53$, ecc. ecc.

moltiplicando la prima di queste uguaglianze per $-c_0'$ e la seconda per $c_0$ e quindi addizionando membro a membro si ottiene

$$(2) \qquad -c_0'a + c_0b = (-Dc_0' + c_0d)x$$

Sia $b$ primo con $x$ (cioè sia $c_0'$ dispari diverso da 5), allora la (2) ci dice che « $b$ è un divisore di $a$ quando e soltanto quando $b$ è un divisore di $-Dc_0' + dc_0$ ».

Scegliamo $\alpha$ in guisa da avere $\alpha c_0' = \beta x \pm 1$. In particolare per $c_0' = 1, 3, 7, 9$ si assuma rispettivamente $\alpha = 1, 3, 3, 1$ e risulta $\beta = 0, 1, 2, 1$ e i segni sono $+, -, +, -$.

Moltiplichiamo l'uguaglianza (2) per $\alpha$ otteniamo:

$$\begin{aligned}\alpha(-c_0'a + c_0b) &= (-D\alpha c_0' + c_0\alpha d)x = (-D\beta x \mp D + c_0\alpha d)x = \\ &= \{-(Dx + c_0)\beta \mp D + c_0(\alpha d + \beta)\}\, x = \\ &= -a\beta x + \{\mp D + c_0(\alpha d + \beta)\}\, x.\end{aligned}$$

Si può scrivere

$$(-\alpha c_0' + \beta x)a + \alpha c_0 b = \{\mp D + c_0(\alpha d + \beta)\}\, x$$

e questa uguaglianza ci mostra che:

« Se $b$ è primo con $x$ ed è un divisore di $a$, allora $b$ è anche un divisore della somma algebrica $\mp D + c_0(\alpha d + \beta)$ ».

Questa somma algebrica, nei casi $c_0' = 1, 3, 7, 9$ assume rispettivamente la forma (a meno del segno che non interessa):

$$D - c_0d, \qquad D + c_0(3d + 1), \qquad D - c_0(3d + 2), \qquad D + c_0(d + 1).$$

ESEMPI. - 1ª formula:

1) $1331 \equiv 0 \pmod{11}$; difatti $133 - 1 \cdot 1 \equiv 0$, $132 \equiv 0$, $13 - 2 \cdot 1 \equiv 0$, $11 \equiv 0$.
2) $961 \equiv 0 \pmod{31}$; si ha: $96 - 1 \cdot 3 \equiv 0$, $93 \equiv 0$, $9 - 9 = 0$.
3) $20557 \equiv 0$ (mod. 61; $2055 - 7 \cdot 6 \equiv 0$, $2013 \equiv 0$, $201 - 3 \cdot 6 \equiv 0$, $183 \equiv 0$, $18 - 18 = 0$.

2ª formula:

1) $169 \equiv 0 \pmod{13}$; difatti $16 + 9(3 \cdot 1 + 1)$ $16 + 36 = 52 \equiv 0$.
2) $1081 \equiv 0 \pmod{23}$; si ha: $108 + 1 \cdot (3 \cdot 2 + 1) = 108 + 7 = 115 \equiv 0$, $11 + 5 \cdot 7 = 46 \equiv 0$.
3) $3397 \equiv 0 \pmod{43}$; otteniamo; $339 + 7(3 \cdot 4 + 1) = 339 + 91 = 430 \equiv 0$, $43 \equiv 0$.

3ª formula:

1) $289 \equiv 0 \pmod{17}$; difatti: $28 \equiv 9(3 \cdot 1 + 2)$, $28 \equiv 45$.
2) $999 \equiv 0 \pmod{37}$; difatti: $99 \equiv 9(3 \cdot 3 + 2)$, $99 - 99 = 0$.
3) $2077 \equiv 0 \pmod{67}$; avremo: $207 \equiv 7(3 \cdot 6 + 2)$, $207 \equiv 140$, $67 \equiv 0$.

4ª formula:

1) $361 \equiv 0 \pmod{19}$; si ha: $36 + 1 \cdot (1 + 1) = 38 \equiv 0$.
2) $2523 \equiv 0 \pmod{29}$; otteniamo: $252 + 3(2+1) = 252 + 9 = 261 \equiv 0$, $26 + 3 \equiv 0$.
3) $17759 \equiv 0 \pmod{59}$; avremo: $1775 + 9(5 + 1) = 1775 + 54 = 1829 \equiv 0$, $182 + 54 = 236 \equiv 0$, $23 + 6 \cdot 6 = 59 \equiv 0$.

In conclusione le formule operatrici sono:

$D \equiv c_0 d \pmod{10d + 1}$,
$D + c_0(3d + 1) \equiv 0 \pmod{10d + 3}$,
$D \equiv c_0(3d + 2) \pmod{10d + 7}$,
$D + c_0(d + 1) \equiv 0 \pmod{10d + 9}$.

Per $d = 0, 1, 2, \ldots$ si potrà trovare, mediante le suddette formule, quel $b$ che dividerà esattamente $a$.

Enunciamo pertanto i caratteri di divisibilità per i primi interi primi della serie naturale (escluso 3 ed 11):

1) $D \equiv 2c_0 \pmod{7}$.

« Un numero è divisibile per 7, se è divisibile per 7 la differenza delle sue decine e del doppio della cifra delle unità ».

2) $D + 4c_0 \equiv 0 \pmod{13}$.

« Un numero è divisibile per 13, se è divisibile per 13 la somma delle sue decine e del quadruplo della cifra delle unità ».

$D = 6c_0 \pmod{17}$.

« Un numero è divisibile per 17, se è divisibile per 17 la differenza delle sue decine e del quintuplo della cifra delle unità ».

3) $D + 2c_0 \equiv 0 \pmod{19}$.

« Un numero è divisibile per 19, se è divisibile per 19 la somma delle sue decine e del doppio della cifra delle unità ».

4) $D + 7c_0 \equiv 0 \pmod{23}$.

« Un numero è divisibile per 23, se è divisibile per 23 la somma delle sue decine e di sette volte la cifra delle unità ».

5) $D + 3c_0 \equiv 0 \pmod{29}$.

« Un numero è divisibile per 29, se è divisibile per 29 la somma delle sue decine e del triplo della cifra delle unità ».

6) $D \equiv 3c_0$ (mod. 31).

« Un numero è divisibile per 31, se è divisibile per 31 la differenza delle sue decine e del triplo della cifra delle unità ».

7) $D \equiv 11c_0$ (mod. 37).

« Un numero è divisibile per 37, se è divisibile per 37 la differenza delle sue decine e di 11 volte la cifra delle unità

8) $D \equiv 4c_0$ (mod. 41).

« Un numero è divisibile per 41, se è divisibile per 41 la differenza delle sue decine e di 4 volte la cifra delle unità ».