
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

UMI

Recensioni.

- * Guido Ascoli, *Lezioni di Matematiche Complementari*, fasc. 2, Gheroni, Torino, 1902 (Eugenio G. Togliatti)
- * Ettore Carruccio, *Matematica e Logica nella storia e nel pensiero contemporaneo*, Torino, Gheroni, 1952 (Fabio Conforto)
- * H. Hermann, *Uebungen zur Projectiven Geometrie*, Verlag Birkhäuser, Basel, 1952 (E. Bompiani)
- * F. Bowman, *Introduction to Elliptic Functions, with applications*, English Universities Press, London, 1953 (G. Sansone)
- * Joseph Pérès, *Mécanique Générale*, Masson et C.^{ie}, Paris, 1953 (Francesco Sbrana)
- * N. N. Lusin, *Integral i trigonometricheski rjad* (Integrale e serie trigonometriche), Gostechizdat., Mosca-Leningrado, 1951 (R. Conti)
- * P. Funk, H. Sagan, F. Selig, *Die Laplace-Transformation und ihre Anwendung*, Deuticke, Vienna, 1953 (R. Nardini)
- * H. Wang, R. Mc Naughton, *Les systèmes axiomatiques de la théorie des ensembles*, Gauthier-Villars, Paris, 1953 (U. Cassina)

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. 8
(1953), n.3, p. 344–350.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1953_3_8_3_344_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

RECENSIONI

GUIDO ASCOLI - *Lezioni di matematiche complementari*; fasc. 2°.
(Elementi di teoria dei numeri, funzioni razionali intere, In litografia,
pp. 264, Torino, Gheroni, 1902.

Questo secondo fascicolo di lezioni di matematiche complementari segue logicamente un primo fascicolo analogo che sarà pubblicato quanto prima; entrambi provengono dalle lezioni del corso di matematiche complementari tenuto dall'A. all'Università di Torino. Tutti coloro che hanno tenuto insegnamenti di questo genere ben conoscono le difficoltà non indifferenti che si incontrano nell'organizzarlo; difficoltà inerenti alla scelta degli argomenti ed alla loro estensione in rapporto con le esigenze dell'insegnamento stesso e col tempo, sempre troppo breve, di cui l'insegnante può disporre. Secondo l'interpretazione che se ne dà usualmente nei nostri attuali ordinamenti didattici universitari, è un insegnamento che deve muoversi tra matematiche elementari e matematiche superiori, colmando eventuali discontinuità tra le une e le altre in una visione organica ed unitaria di entrambe, ed avendo di mira una buona preparazione culturale estensiva dei futuri insegnanti di matematica della scuola media, la quale tenga conto sia delle correnti moderne del pensiero scientifico sia dei risultati ormai classici che riflettono la loro azione anche sull'insegnamento elementare. Chi si accinge a questo compito deve riunire in sé doti non comuni di coltura nei più svariati indirizzi della matematica ed un senso sicuro della scelta e della misura. Indubbiamente, l'A. di queste lezioni, che conosce per lunga esperienza scuola media e scuola universitaria, e che alle ben note qualità didattiche accomuna le doti dello scienziato, è quanto mai indicato per raggiungere lo scopo che si vuole; il volume che qui presentiamo merita infatti veramente di essere segnalato tra le migliori pubblicazioni del genere. Esso è diviso in tre parti, dedicate rispettivamente agli elementi della teoria dei numeri, alle funzioni razionali intere e ad alcuni complementi. La prima parte s'inizia con una trattazione elementare delle proprietà dei numeri interi inerenti alla divisibilità, al massimo comun divisore e minimo comune multiplo, ai numeri primi; e passa gradatamente ad argomenti più elevati (distribuzione dei numeri primi, teoremi di Fermat-Eulero e di Wilson, congruenze lineari e binomie, ecc.) con qualche esempio di aritmetica analitica; seguono le teorie dell'analisi indeterminata di primo grado, con generalizzazioni, e l'equazione pitagorica risolta sia per via analitica che col metodo geometrico di F. Klein. Nella seconda parte, dopo alcune premesse di carattere generale sui corpi numerici e sui campi d'integrità, con applicazioni al campo dei numeri interi di

Gauss, viene sviluppata abbastanza diffusamente la teoria dei polinomi in una o più indeterminate con coefficienti in un corpo assegnato (per lo più quello degli ordinari numeri complessi a due unità); tra gli argomenti trattati ricordiamo: i teoremi di Gauss sulla riducibilità dei polinomi nel corpo razionale, teoremi che vengono qui dimostrati, più in generale, per corpi di tipo razionale o corpi-quozienti; il metodo di Kronecker per la ricerca dei divisori d'un dato polinomio; il criterio di Eisenstein per l'irriducibilità d'un polinomio a coefficienti interi; l'applicazione ai problemi geometrici classici di terzo grado; l'applicazione alla riducibilità delle curve algebriche piane. La terza parte contiene varie teorie di carattere algebrico che costituivano un tempo parte integrante dei corsi di analisi algebrica, e cioè: la teoria delle funzioni simmetriche di più variabili; il risultante di due polinomi in una variabile; il discriminante d'un polinomio in una variabile; la teoria delle trasformazioni delle equazioni algebriche, a cui vien collegata la risoluzione delle equazioni di 3° e di 4° grado col metodo di Lagrange. Completa il volume una buona bibliografia di opere sia classiche che moderne sugli argomenti trattati.

EUGENIO G. TOGLIATTI

ETTORE CARRUCCIO: *Matematica e Logica nella storia e nel pensiero contemporaneo*, 2^a edizione riveduta ed aumentata; Torino, Gheroni, 1952, pp. 552.

Il volume in esame è frutto del corso di Storia delle Matematiche, che l'A. tiene da qualche anno presso la Facoltà di Scienze dell'Università di Torino. L'opera è articolata in 20 capitoli, dei quali riportiamo i titoli: 1. Significato, finalità e metodi della storia delle matematiche; 2. Matematiche preelleniche; 3. La matematica greca prima di Euclide; 4. La logica di Aristotele; 5. Gli Elementi di Euclide; 6. I metodi infinitesimali nell'antichità; 7. Introduzione alla geometria superiore. Apollonio. Epigoni; 8. La matematica nel mondo romano; 9. Il tramonto della Scienza antica; 10. Matematica e Logica nel Medioevo; 11. Rinascimento matematico ed algebristi; 12. Origini della geometria analitica e razionalismo cartesiano; 13. L'analisi infinitesimale moderna ed il pensiero filosofico dei suoi costruttori; 14. Dalle origini della geometria proiettiva agli sviluppi del programma di Erlangen; 15. Critica del V postulato di Euclide e geometrie non-euclidee; 16. Analisi combinatoria e calcolo delle probabilità; 17. Insiemi. Funzioni. Curve. Geometrie non-archimedee; 18. La logica simbolica e i fondamenti dell'aritmetica; 19. Sistemi ipotetico-deduttivi. Non contraddittorietà. Antinomie; 20. Problemi della logica contemporanea.

Come si vede da questo elenco, la trattazione dell'A. comprende l'intera evoluzione delle matematiche, dall'antichità e dal periodo preeuclideo sino ad oggi. Tuttavia, non tutti i periodi storici sono trattati con uguale intensità. Con più precisione, sino a tutto il capitolo 13, la trattazione è ampia, completa nelle linee generali e minutamente particolareggiata. Nel resto del volume si procede invece per rapide sintesi. Ciò non costituisce però un difetto dell'opera, ma anzi si giustifica da molteplici punti di vista. Anzitutto la parte trattata con maggiore diffusione è quella che si conclude con l'affermarsi della geometria analitica da una parte e dell'analisi infinitesimale dall'altra: affermazione che è la base essenziale per tutti gli sviluppi più moderni delle

matematiche. Essa riguarda perciò periodi storici in cui si vede — forse per solo effetto di prospettiva, data la maggiore lontananza da noi nel tempo — una linea più unitaria e più facilmente sintetizzabile nello sviluppo delle matematiche; mentre i periodi a noi più vicini appaiono meno adatti ad una valutazione sintetica se si voglia adeguatamente tener conto di tutti gli indirizzi che in qualche modo si sono affermati come significativi. In secondo luogo, l'aver concesso maggior spazio alla matematica « classica » — in forma scolastica si potrebbe dire alla « matematica del primo biennio » — risulta opportuno anche dal punto di vista didattico, chè occorre non perdere di vista come il volume sia destinato ai futuri insegnanti di matematiche, chiarendo loro lo sviluppo storico e quindi il senso ed il valore della disciplina che essi saranno chiamati ad insegnare, in ispecie per quanto riguarda gli argomenti più vicini a tale insegnamento. D'altronde, l'A. non ha mancato di scegliere tra gli argomenti trattati più rapidamente negli ultimi capitoli anche quelli (geometrie non-euclidee, critica dei principî) che, pur facendo parte delle matematiche moderne, interessano anche le matematiche elementari e quindi gli insegnanti di queste. Dal punto di vista didattico, l'opera in esame si può quindi dire del tutto riuscita.

Ma, il volume del Carruccio deve essere considerato anche da altri punti di vista. L'A., allievo del compianto Federigo Enriques, ha indubbiamente tratto dal maestro la tendenza a non considerare le matematiche da un punto di vista esclusivamente tecnico, sibbene ad inquadrarle in una larga veduta, che si estende a tutta la storia del pensiero e della cultura. Sostenuto anche da una solida preparazione letteraria personale, l'A. è così riuscito ad eliminare dalla trattazione ogni ingombro eccessivo di erudizione e ad esprimersi in una prosa precisa ma agile, tutta pervasa da un'atmosfera di cultura umanistica, che invoglia alla lettura.

In modo più preciso risulta evidente, anche attraverso le citazioni dell'A. stesso, che nella redazione del volume sono state tenute presenti costantemente le opere sulla storia delle matematiche dell'Enriques, nonchè lo scritto « Per la storia della logica » del 1922 di questo autore. In rapporto a ciò occorre però fare due osservazioni.

La prima è che l'A. ha cercato di presentare una sintesi della storia delle matematiche e della storia della logica, fondendo per così dire gli scritti storico matematici del maestro con lo scritto di questi sulla storia della logica. Tale preoccupazione dell'A. appare sin dal titolo, il quale ricorda bensì che si tratta di un corso di storia delle matematiche, ma che presenta matematica e logica come trattate alla stessa stregua. Ora, un tentativo siffatto di sintesi, in un modo così ampio, non era in realtà mai stato fatto; (l'unico precedente in Italia si può riscontrare nella recente e molto pregevole « Storia e filosofia dell'Analisi infinitesimale » di L. Geymonat, la quale tuttavia non esce dall'ambito monografico essendo ristretta appunto alla sola Analisi infinitesimale). Va perciò altamente apprezzata l'iniziativa dell'A. e soprattutto la novità che è insita in tale iniziativa. È da augurarsi che l'A. continui a meditare ancora sul difficile terreno dei rapporti tra matematica e logica, sì che dal volume attuale in litografia, considerato come un primo nucleo, si passi presto ad un volume a stampa, che svisceri completamente la questione.

La seconda osservazione è che l'A., al di là del volume sulla storia della logica dell'Enriques, che si arresta in sostanza alla soglia del nostro secolo, segue lo sviluppo delle ricerche logiche sino ai tempi più recenti, vincendo così quella non indifferente dose di scetticismo e di insofferenza che l'Enriques

— sia pur confidandola soltanto a quanti gli stavano più vicini — dimostrava per gli sviluppi contemporanei della logica. Se è compito dei discepoli andare al di là dei maestri, l'A. ha assolto anche questo compito. In ispecie negli ultimi tre capitoli, egli offre una chiara esposizione dei più ardui problemi della logica contemporanea: compatibilità di un sistema di postulati, antinomie e metodi proposti per superarle, vedute neo-positiviste, problema dell'esprimibilità in simboli di un sistema razionale, logiche non aristoteliche, ecc. Qui s'inquadrano anche taluni risultati originali dell'A.: tali ad es. alcune conseguenze che l'A. ha tratto dal teorema di Gödel sull'impossibilità di dimostrare la coerenza di un sistema razionale con mezzi interni al sistema stesso (esistenza di numeri reali ultrarazionali); e le delicatissime considerazioni volte a provare l'impossibilità di tradurre integralmente in simboli un sistema razionale.

Tenuta presente quest'ultima parte, è da sperare che il volume in esame assolverà non solo un'utile funzione didattica per l'ampliamento della cultura dei nostri futuri insegnanti, ma potrà anche avvicinare e spronare alla ricerca i più capaci nel campo elevato e sinora alquanto trascurato tra noi delle indagini nel campo della logica.

FABIO CONFORTO

H. HERMANN; *Uebungen zur Projektiven Geometrie*, Verlag Birkhäuser, Basel, 1952; pag. 168.

Com'è chiaramente indicato dal titolo si tratta di una raccolta di esercizi di Geometria proiettiva: essa è intesa principalmente come complemento alla « Geometria Proiettiva » di W. Blaschke, nella stessa collezione, ma può anche essere utilizzata indipendentemente da questa.

Nulla di particolare è da dire sul contenuto, che si conserva sempre nel campo elementare e che, trattandosi di una raccolta di esercizi, potrebbe anche essere variato senza alterare la fisionomia del libro. Ciò che caratterizza questa è piuttosto l'impiego sistematico delle matrici: e più ancora la considerazione simultanea dell'insieme delle diverse interpretazioni geometriche di una stessa matrice che conduce a considerare questa come l'insieme degli enti geometrici da essa definiti e perciò alla costruzione di una geometria delle matrici.

E. BOMPIANI

F. BOWMAN: *Introduction to Elliptic Functions, with applications* - English Universities Press, London 1953, pp. 1-115; 12s./6p.

In questo volumetto, dedicato ai fisici e ai tecnici, si espongono le principali proprietà delle funzioni ellittiche di Jacobi e si spiega, ai fini dei calcoli numerici, l'uso delle tavole relative a queste funzioni e agli integrali ellittici di Legendre.

Nel Cap. I le proprietà di $sn\ u$, $cn\ u$, $dn\ u$ sono dimostrate, nel caso di u

reale, partendo dall'integrale $u = \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2t^2)}}$.

Nel Cap. II sono studiati i tre integrali ellittici di Legendre $F(k, \Phi)$, $E(k, \Phi)$, $\Pi(k, n, \Phi)$, mentre la tecnica della riduzione degli integrali ellittici a questi tipi è rimandata al Cap. IX.

Seguono nel Cap. III le prime applicazioni considerando i problemi della rettificazione dell'ellisse, del pendolo, della torsione delle corde con due punti fissi, e della superficie di un ellissoide. Passando al campo complesso, nel Cap. IV è posta in evidenza la doppia periodicità delle funzioni ellittiche di Jacobi, e quattro tabelle alla fine del volumetto riassumono tutte le loro proprietà.

Nei Cap. da V a VIII procedono insieme i risultati relativi alla rappresentazione conforme e lo studio di alcuni problemi relativi ai campi elettrici e magnetici, all'idrodinamica e all'aerodinamica, alla flessione e alla torsione nella teoria dell'elasticità.

Nel Cap. X infine è considerato un particolare integrale iperellittico che si esprime come somma di due integrali ellittici con modulo complementare.

Insieme agli esercizi illustrativi svolti nel testo, altri, più di un centinaio, sono proposti al lettore.

Concludendo, questo volumetto risponde assai bene alle finalità che ne consigliarono la redazione.

G. SANSONE

JOSEPH PÈRÈS: *Mécanique Générale* - Paris, Masson et C.^{ie} Editeurs, 1953.

Secondo quanto l'A. stesso dichiara nell'Introduzione, il volume è dedicato agli studenti delle Facoltà di Scienze, ma col proposito di essere utile anche ad un pubblico più esteso. Ed al raggiungimento di quest'ultimo obbiettivo concorrono frequenti considerazioni originali, ed opportuni spunti critici. Appunto su alcuni di tali aspetti del libro desideriamo intrattenerci soprattutto, brevemente.

Nei primi capitoli viene subito affrontata la Meccanica propriamente detta, intercalata qua e là (con efficacia didattica forse discutibile) da richiami più o meno estesi sulla Geometria delle masse, la Cinematica, e la Cinetica. L'A. impiega anzitutto il metodo che chiama della *legge fondamentale*, (relazione tra forza, massa, ed accelerazione); e per cercare di facilitare lo studio dei sistemi materiali, introduce un *calcolo dei torsori* (intendendo per torsore un sistema di *vecteurs glissants*, cioè di *cursori*).

Relativamente al secondo metodo, del lavoro virtuale, l'A. pone in evidenza come, allo scopo di verificare se la condizione dei lavori virtuali sia sufficiente per l'equilibrio di un sistema materiale vincolato senza attrito, basti (oltre ad occorrere) assicurarsi se gli spostamenti virtuali atti ad eliminare le reazioni vincolari diano tutte le condizioni di eliminazione, (ammesso naturalmente che il calcolo di dette reazioni non conduca a delle impossibilità); trova che ciò è sempre possibile, fatta eccezione soltanto per il caso in cui la realizzazione dei vincoli sia singolare (1).

(1) Un esempio di una tale singolarità è offerto (secondo l'A.), da un solido perfetto, in forma di cilindrico circolare retto, infilato entro un altro solido perfetto, in forma di toro, il cui parallelo minimo abbia il raggio uguale a quello del cilindro.

Un'ampia discussione dell'equazione differenziale

$$\left(\frac{dq}{dt}\right)^2 = F(q),$$

è fatta nel cap. IV. I due successivi contengono le applicazioni dei teoremi generali della Dinamica al moto di un punto materiale, e dei solidi *perfetti*.

Successivamente, gli elementi della Meccanica Analitica vengono impiegati, fra l'altro, per i sistemi materiali soggetti a vincoli in parte olonomi, ed in parte analonomi; nel caso dei vincoli unilaterali; nei fenomeni di urto, e nelle percussioni.

Nell'ultimo capitolo sono esposti, facendo uso del metodo della legge fondamentale, e di quello del lavoro virtuale, gli elementi della Meccanica dei corpi deformabili, con diversi notevoli esempi.

FRANCESCO SBRANA

N. N. LUSIN: *Integral i trigonometriceski rjad (Integrale e serie trigonometriche)*, « Biblioteca della Scienza russa », Gostechizdat., Mosca-Leningrado, 1951, pag. 550, Rubli 16,35.

Questo libro, che rappresenta un omaggio alla memoria di Nicola N. Lusin (1883-1950), prende il titolo dalla Dissertazione « Integrale e serie trigonometriche » pubblicata la prima volta nel 1915 e riprodotta nel *Matematicheski Sbornik* dell'anno successivo (T. 30, pp. 1-242).

Le ragioni della presente riedizione a distanza di tanti anni, sono spiegate nella prefazione (a cura degli allievi N. K. Bari e D. E. Menchoff) nella quale è detto che, la Dissertazione di Lusin è « ...notevole non solo per la ricchezza del contenuto e la generalità delle idee, ma anche perchè essa indica lo sviluppo storico delle ricerche sulla teoria metrica delle funzioni. Per molti anni essa è stata fonte principale di idee per quanti hanno lavorato in questo campo ».

Il libro ha tuttavia assai più che un interesse puramente storico, in virtù della cospicua mole di commenti, aggiunte ed esempi elaborati (dagli stessi N. K. Bari e D. E. Menchoff, con la collaborazione di G. P. Tolstov, E. M. Landis, V. A. Kodakov) e raccolti in 140 fitte pagine, allo scopo di aggiornare il lettore sugli ulteriori sviluppi delle questioni trattate e di quelle (oltre 50, riunite in un apposito elenco) proposte dall'Autore all'attenzione dei ricercatori.

La Dissertazione, introdotta da una presentazione a cura di N. K. Bari ed L. A. Liusternik ed integrata da 6 Note (di cui una inedita) su argomenti affini, si compone di 6 parti: 1. Struttura delle funzioni misurabili; 2. Ricerca delle funzioni primitive; 3. Proprietà dell'integrale indefinito; 4. Proprietà delle funzioni primitive; 5. Proprietà delle serie trigonometriche; 6. Definizione dell'integrale per mezzo delle serie trigonometriche.

I risultati ormai da tempo fanno parte del comune patrimonio matematico e ci limiteremo a ricordare i più significativi quali il celebre teorema sulla « quasi continuità » delle funzioni misurabili, la caratterizzazione delle funzioni primitive, la caratterizzazione dell'integrale indefinito di Lebesgue e di quello di Denjoy, lo studio dell'integrale di Borel, gli importanti contributi alla teoria delle serie trigonometriche (convergenza, problema di Fourier, ecc.).

Completa il volume, che si presenta in degnissima veste tipografica, un'ampia ed interessante biografia a cura di V. V. Golubev e N. K. Bari ed un elenco completo delle pubblicazioni scientifiche di N. N. Lusin.

R. CONTI

P. FUNK - H. SAGAN - F. SELIG: *Die Laplace-Transformation und ihre Anwendung*, Ed. Deuticke, Vienna, 1953, pp. VI-104.

Questo utile volumetto fornisce un rapido ma efficace orientamento sull'uso della trasformazione di LAPLACE. Dopo una chiara premessa sulle trasformazioni funzionali lineari, si introduce la trasformazione di LAPLACE e si tratta della sua applicazione, corredata da opportuni ed interessanti esempi, alle equazioni ed ai sistemi di equazioni differenziali a coefficienti costanti, all'equazione integrale di ABEL e all'equazione della trasmissione del calore. Segue il metodo di inversione alla FOURIER ed un breve cenno, particolarmente riuscito, sugli sviluppi asintotici e sui servomeccanismi. Volutamente, e giustamente, dato che l'opera è dedicata prevalentemente ai tecnici, non si approfondiscono certe particolarità strettamente matematiche, però sarebbe stato preferibile accennarne volta per volta, dando le indicazioni più utili per evitare applicazioni erranee da parte del lettore.

R. NARDINI

H. WANG e R. MC NAUGHTON: *Les systèmes axiomatiques de la théorie des ensembles*, Collection de logique mathématique (Monographies réunies par M.me Destouches-Février), Gauthier-Villars, Paris e E. Nauwelaerts, Louvain, 1953, pagg. 56.

Esclusa la prefazione, le pagine bianche, la bibliografia e gli indici, l'opera si riduce a 24 pagine circa, ed è essenzialmente il testo di una conferenza tenuta da H. Wang a Parigi nel 1951. In complesso, con la bibliografia e gli indici, costituisce un'utile opera di orientamento per chi vuole avere un'idea delle ricerche moderne sulla teoria degli insiemi dal punto di vista assiomatico.

U. CASSINA