

---

# BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

---

ETTORE CARRUCCIO

**Giovanni Vacca, matematico, storico e  
filosofo della scienza.**

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. 8*  
(1953), n.4, p. 448–456.

Zanichelli

<[http://www.bdim.eu/item?id=BUMI\\_1953\\_3\\_8\\_4\\_448\\_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1953_3_8_4_448_0)>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)  
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

## Giovanni Vacca

### matematico, storico e filosofo della scienza.

Nota di ETTORE CARRUCCIO (a Torino)

Quando si ricorda l'attività multiforme del Prof. Giovanni Vacca, svolta nei più diversi campi del sapere, con prodigiosa vastità di conoscenze, con rigore scientifico di metodi, con ardore nella ricerca e nella diffusione del vero, nell'obiettività del quale Egli credeva, si è indotti a pensare che l'ideale di una cultura universale vigorosamente affermatosi nell'Antichità e nel Rinascimento non si è completamente dileguato nel mondo culturale del nostro tempo, nonostante le esigenze sempre più incalzanti della specializzazione.

Ma in questa nota ci limiteremo a considerare gli aspetti della complessa figura di G. V. che ci appaiono più particolarmente legati alla Sua attività di matematico, storico e filosofo della scienza (1).

La versatilità del Suo ingegno si riflette nelle vicende della Sua vita. Nato da Federico, presidente di Corte d'Appello, e da Ernesta Queirolo, il 18 novembre 1872, a Genova, ivi seguì gli studi classici e si laureò in Matematica nel 1897 (2), presentando una tesi riguardante la teoria geometrica delle forme cristalline. A partire dall'anno accademico 1897-98 fino al 1901-02 compreso, fu assistente di Giuseppe Peano alla scuola di calcolo infinitesimale; divenne uno dei più fidi e penetranti collaboratori del grande Logico Matematico, di cui fino agli ultimi anni sostenne e diffuse le vedute, e diede un contributo prezioso alla redazione delle successive edizioni del *Formulario* (3), che non è soltanto una sistemazione logica di vasti campi della matematica

(1) L'elenco degli scritti di G. V. è stato redatto da U. CASSINA, *Giovanni Vacca, la vita e le opere* (Rend. Ist. Lomb., classe sc. mat. nat., 86 (1953)). Sulla figura di G. V. ricordiamo gli altri seguenti scritti: «*In memoriam - Giovanni Vacca* (nota della redazione di «*Oriente Moderno*», a. XXXIII, n. 1, 1953, pp. 65-66); W. MACKENZIE, L. FANTAPPIÈ, *Giovanni Vacca* («*Responsabilità del sapere*», Roma, gennaio-febbraio 1953, pp. 89-91); G. BERTUCCIOLI, *Un Sinologo scomparso, Giovanni Vacca* («*L'Italia che scrive*», a. XXXVI, 1953, n. 4-5); U. CASSINA, *Giovanni Vacca* («*Archives internationales d'Histoire des Sciences*», vol. VI, n. 23-24, giugno 1953, pp. 300-305).

Ringrazio l'eletta Signora Virginia De Bosis per il prezioso aiuto con tanta gentilezza prestatomi a' fine di farmi meglio conoscere l'indimenticabile e venerata figura di suo Marito, il mio Maestro G. V.

(2) Ciò risulta da documenti esistenti presso l'Università di Genova. Se in alcune biografie si legge che G. V. si laureò in «*mineralogia*», la notizia inesatta evidentemente ha avuto origine dall'argomento della sua tesi di laurea. Della Sua attività mineralogica ci rimane la *Nota sopra una dimostrazione geometrica relativa alla legge di razionalità degli indici* (Rivista Min e Cristall. Italiana, vol. XVIII, Padova 1897).

(3) V. G. PEANO, *Formulaire*, edizioni pubblicate a Torino negli anni 1894, 1897, 1899, 1902; *Formulario mathematico*, Torino 1905.

moderna, ma anche una miniera di interessanti e precise notizie storiche, riguardanti lo sviluppo del simbolismo e del pensiero logico e matematico. Queste notizie sono assai spesso dovute all'opera assidua ed acuta di G. V., che frequentando le Biblioteche di Torino e le altre principali d'Italia e d'Europa rivisse il pensiero dei sommi matematici del passato. In particolare ad Hannover, nella estate del 1899 studiò manoscritti inediti di Leibniz: le sue osservazioni sull'argomento (4) spinsero L. Couturat a portare avanti l'opera da Lui intrapresa.

Come dall'è ricerche matematiche e logiche G. V. passò ad occuparsi degli studi sull'Asia Orientale? Quale influenza esercitarono sul Suo spirito la lettura compiuta a sei anni di una riduzione di Giulio Verne del libro di Marco Polo, le notizie sui lunghi viaggi di uno zio ammiraglio, e l'incontro con due frati missionari reduci dalla Cina, nel 1898 ad un'Esposizione di arte sacra a Torino? È molto difficile rispondere con precisione, dato che i motivi del nuovo orientamento della Sua vita e delle Sue ricerche furono molto complessi.

Per noi presenta particolare rilievo l'interesse di G. V., cultore di logica simbolica secondo l'indirizzo ideografico del Peano, nei riguardi degli ideogrammi della lingua cinese. Ma forse le origini del nuovo indirizzo dei Suoi studi, aggiunto, ma non sostituito all'antico, si devono principalmente ricercare in un profondo anelito verso nuovi orizzonti, verso nuove esperienze di vita.

Lasciato nel 1902 il suo posto di assistente all'Università di Torino, nel 1903 fu assistente di mineralogia all'Università di Genova. Dopo un periodo di attività politica e sociale come consigliere comunale a Genova: dal 1902 al 1905, ed un ritorno a Torino come assistente di G. Peano nell'anno 1904-05, negli anni 1905-07 a Firenze, sotto la guida del Prof. Carlo Puini si dedicò alla lingua, alla letteratura, alla filosofia ed alla scienza della Cina.

In seguito a questi primi studi di cinese si sviluppò nella Sua mente il progetto di un viaggio in Cina con lo scopo iniziale di stabilire fino a che punto fosse esistita nella Cina antica una scienza, di cui parlavano in modo confuso missionari e studiosi d'Europa. Ed anche se il risultato fu negativo, in quanto G. V. concluse che gli antichi cinesi non avevano posseduto una scienza speculativa molto sviluppata, tuttavia la profonda conoscenza acquistata del mondo cinese nella sua storia e nei suoi fermenti di vita, doveva dare nel campo degli studi frutti preziosi (5).

Dal 1907 al 1909 viaggiò attraverso la Cina, a sue spese e senza incarichi ufficiali, trascorse un anno nella città di Cheng-Tu. Ritornato in Italia conseguì nel 1910 la libera docenza in Storia e Geografia dell'Asia Orientale, e gli fu affidato l'incarico di detta disciplina presso l'Università di Roma fino al 1921, anno in cui fu chiamato all'Università di Firenze come ordinario della stessa materia, di cui tenne la cattedra, a partire dal 1923, all'Università di Roma, dove raggiunse i limiti di età nel 1947-48, e si spense dopo brevissima malattia il 6 gennaio 1953.

(4) G. VACCA, *Sui manoscritti inediti di Leibniz* (Bollettino di bibliografia e Storia delle scienze matematiche, Torino, ottobre-novembre 1899, pp. 113-116).

(5) G. VACCA, *Origini della scienza. Tre saggi. I°) Perché non si è sviluppata la scienza in Cina II°) Matematica e tecnica. Origine e sviluppo dei concetti matematici. III°) Logica, Matematica e Logistica. Sui postulati dell'aritmetica e la loro compatibilità* (Ed. Parthenia, Roma 1946, pag. 7).

L'attività nel campo della sinologia non impedì a G. V. di continuare le sue ricerche di matematica e di storia della scienza, e di svolgere una illuminata opera di Maestro nelle Sue lezioni di Storia delle Matematiche di cui fu incaricato presso l'Università di Roma a partire dal 1924.

Ricordo con commossa gratitudine le Sue lezioni presso la biblioteca matematica della Facoltà di Scienze dell'Università di Roma, a S. Pietro in Vincoli, e nello studio della Sua casa, fra i molti Suoi libri, raccolti con assidua cura ed inseriti nella sfera della Sua attività scientifica.

Attraverso le notizie precise, direttamente ricavate dalle fonti, e le esatte indicazioni bibliografiche, si delineava e riviveva la tradizione dei sommi matematici dall'Antichità ai nostri giorni.

Dei valori scientifici e filosofici della tradizione G. V. fu sempre fedele custode, appassionato assertore. Nelle Sue lezioni di Storia delle Matematiche, Egli non seguiva un ordine cronologico o comunque un piano sistematico. Dagli spunti che nascevano dalla conversazione con i Suoi allievi, la Sua memoria prodigiosa traeva notizie innumerevoli, interessanti e precise, che aprivano l'adito a ricerche originali.

La guida negli studi personali dei Suoi allievi, specialmente nelle loro prime pubblicazioni, costituiva uno degli aspetti più utili del Suo insegnamento, che giungeva fino a quella che potremmo chiamare la « tecnica della pubblicazione scientifica ». Egli c'insegnava quelle norme sulla redazione dei manoscritti da inviarsi in tipografia e sulla correzione delle bozze di stampa che fanno parte di una tradizione di serietà negli studi che si trasmettono oralmente da maestro ad allievo di generazione in generazione.

Dal Suo insegnamento traspariva una concezione platonica della matematica, di cui raramente parlava, ma che era alla base della Sua attività scientifica. La Sua concezione filosofica della matematica viene da Lui lucidamente espressa nel seguente passo (6):

« È stato detto più volte che la matematica sarebbe una creazione dello spirito, frase questa di significato incerto, ma il cui solo uso sembra essere quello di togliere dal campo delle verità per la scoperta delle quali l'uomo soffre, e gode e si rallegra con sè stesso quando le ha trovate, le verità matematiche. Queste diventerebbero allora delle pseudo-verità, e la matematica diventerebbe, come è stato detto, una scimmia della filosofia. Ma chiunque abbia con una certa profondità studiato le opere di tutti i grandi matematici, da Archimede a Lagrange, si convince facilmente come tutti i grandi matematici siano stati e siano, più o meno consapevolmente, ancor oggi, dei platonici. Il matematico, non solo quando studia le leggi della natura, ma anche quando studia quelle della matematica considerata come scienza a sè, non ha l'impressione di creare qualche nuova combinazione, come un musicista, il quale a suo piacere, per soddisfare il suo gusto, alterna pietre di vari colori; ma un mondo impreveduto, forme nuove gli si offrono di mano in mano innanzi nel progredire delle sue ricerche, come ad un viaggiatore in paesi sconosciuti che scopre nuove piante e nuovi animali. Gli enti matematici, per coloro che alla matematica hanno sacrificato tutta la loro vita, tutte le loro forze, appaiono eterni, immutabili, perfetti, non molto diversamente dal modo col quale li videro per primi Pitagora e Platone. Galileo non è, come volgarmente si crede, uno sperimentatore fortunato, un osservatore accurato e dili-

(6) G. VACCA, *Utilità della matematica* (Rivista pedagogica, anno XVII, fasc. 4, 1924).

gente della natura: ma piuttosto un appassionato contemplatore delle bellezze delle armonie intime, delle leggi della natura. Questo spirito platonico che aleggia in tutte le opere di Galileo, è più esuberante nelle opere e negli scritti di Giovanni Keplero, il quale nel suo *Harmonices mundi* compie uno dei più meravigliosi sforzi nella contemplazione delle armonie celesti che gli uomini abbiano fatto nel passato, seguendo l'esempio di Niccolò Copernico, il quale fu condotto al sistema eliocentrico soprattutto dalla necessità, dal bisogno intimo di ritrovare nella natura leggi armoniche e semplici...

Anche coloro che... cercano di modificare le leggi della meccanica scoperte da Newton, sono in sostanza guidati da una più sottile e recondita armonia che traspare e si rivela in formule di calcolo differenziale » (7).

La concezione platonica sopra ricordata, che però non fu disgiunta da una viva consapevolezza dei rapporti tra matematica e tecnica (8) rendeva G. V. ostile nei riguardi dei più recenti sviluppi della filosofia della matematica (successivi alla sistemazione logica di Peano, che rimase per Lui insuperata) e negli ultimi anni lo induceva persino a respingere la concezione della matematica come sistema ipotetico-deduttivo (9). Di un Suo discepolo che si era dedicato ai recenti sviluppi del pensiero logico, riconquistando infine, in un certo senso, la fede nell'obiettività della matematica, diceva che si salvava all'ultimo momento...

I contributi di G. V. alla Storia della Logica, dall'Antichità ai nostri giorni, e all'indirizzo logico di Peano, risultano dalla sua collaborazione al *Formulario* (10) e da diverse monografie (11).

La cultura di G. V., che si estendeva in modo inconsueto dalle scienze alle

(7) V. anche G. VACCA, Recensione di: GUSTAV WERTHEIM, *Anfangsgrunde der Zahlentheorie*, Braunschweig 1902 (Bollettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche, aprile-maggio e giugno 1906). Ivi si riporta l'espressione di Darboux del pensiero di Hermite (*Revue du Mois*, n. 1, p. 46): « que les nombres et les fonctions de l'analyse ne sont pas le produit arbitraire de notre esprit, qu'ils existent en dehors de nous avec le même caractère de nécessité que les choses de la réalité objective et que nous les rencontrons, ou les découvrons et les étudions de la même manière que les physiciens, les chimistes, les zoologistes, etc... ».

(8) V. G. VACCA, *Origini della Scienza*, op. cit. pp. 20-36.

(9) « La matematica non è, come, (seguendo BURALI-FORTI e MARIO PIERI) sostiene un paradossale filosofo inglese, BERTRAND RUSSEL, una scienza ipotetico-deduttiva, cioè una scienza in cui non si sa di che cosa si parla e nemmeno si sa se ciò che si dice è vero ».

La storia della matematica dimostra proprio il contrario. Gli scritti di EUCLIDE, ARCHIMEDE, APOLLONIO, DIOFANTO, partono sempre da assiomi e postulati dei quali si afferma la verità, e da essi si deducono le altre verità che ci interessano. La matematica non è un gioco, e nemmeno un gioco di parole, ma è soltanto la ricerca appassionata ed indefessa della verità ».

Cfr. G. VACCA, *La costante di Eulero e l'aritmetica analitica*, (Atti della XLII riunione della Società Italiana per il Progresso delle Scienze, novembre 1949, Roma 1951).

(10) V. nota (3).

(11) G. VACCA, *Sui precursori della logica matematica* (*Revue de Mathématiques*, t. VI, Torino 1896-1899, pp. 121-25 e 183-186); *La logica di Leibniz*, (*Revista de Mathematica*, t. VIII, Torino 1902-1906, pp. 64-74); *Origini della Scienza*, op. cit.: *Logica Matematica e logistica*, pp. 31-36. « La proprietà distributiva della particella « non » rispetto alla « et » e « vel »: non ( $a$  et  $b$ ) = (non  $a$ ) vel (non  $b$ ) », è stata riscontrata da G. V. in Buridano, come attesta F. ENRIQUES, *Per la Storia della Logica*, Bologna 1922, p. 48.

lettere ed alla filosofia, dall'Occidente all'Oriente, gli permetteva di considerare le idee sotto una molteplicità sorprendente di aspetti. Tali osservazioni trovano conferma, ad esempio, nel Suo lavoro sull'*Infinito* (12) in cui i problemi riguardanti tale suggestiva idea vengono prospettati nei loro molteplici aspetti matematici, filosofici e religiosi nel pensiero orientale ed occidentale.

Le Sue ricerche di storia delle Scienze, di preferenza, ma non esclusivamente (13) matematiche, si estendono dall'Antichità più remota ai nostri giorni.

Egli si occupò della previsione delle eclissi lunari presso i Babilonesi (14) e formulò un'ipotesi sulle origini della regola data dall'egiziano Ahmes per la misura dell'area del cerchio (15), mentre diede un nitido ed efficace quadro dello sviluppo della scienza in Oriente (16).

A proposito delle Sue indagini sulla scienza cinese, ricordiamo che G. V. riscontrò negli antichi libri di divinazione cinesi l'applicazione della numerazione in base due, che apparve molto più tardi in Europa con Nepero (17) e fu ripresa in esame da Leibniz.

Studiò con passione la matematica ellenica: profondo conoscitore delle opere di Archimede, esaminò diverse questioni riguardanti il sommo Siracusano: dalle indagini sui codici (18), all'esame critico delle fonti da cui trasse origine la tradizione relativa agli specchi ustori (19).

Rimane utilissima per gli studiosi la Sua edizione del primo libro degli Elementi di Euclide, con il testo greco e la traduzione italiana a fronte (20).

Egli ha indagato sullo sviluppo storico dei concetti che stanno alla base del calcolo delle probabilità; ponendo in rilievo un'osservazione di R. Invrea, rintraccia in Tucidide la concezione secondo la quale la media aritmetica di molte osservazioni della misura di una grandezza è il suo valore più probabile, e in Aristotele talune precisazioni dei concetti di caso, fortuna: Egli conclude affermando che «lo spirito aristotelico, fine, analizzatore, ma troppo ricco di distinzioni e di sfumature, dovesse necessariamente attendere dal pensiero maturo e chiarificatore galileiano di molti secoli dopo, quelle formulazioni semplici ed elementari sulle quali la nostra scienza è costruita» (21).

(12) Società filosofica italiana IV° convegno, a Genova, 1912.

(13) Oltre agli scritti sulle scienze in Estremo Oriente altrove ricordati, citiamo ad esempio tra i Suoi lavori di storia della fisica: G. VACCA, *Sulle origini della scienza dell'elasticità* (Rend. della R. Accad. dei Lincei, classe di sc. fis., mat. e nat., vol. XXV, serie 5<sup>a</sup>, 1° sem., fasc. 1°, Roma 1916).

(14) G. VACCA, *La previsione delle eclissi lunari presso i Babilonesi*, (Calendario del R. Osservatorio Astronomico di Roma, nuova serie, vol. IX, Bologna 1933).

(15) G. VACCA, *Sulla quadratura del cerchio secondo l'egiziano Ahmes*, (Firenze 1900).

(16) G. VACCA, *La scienza nell'Estremo Oriente*, («Scientia», vol. XI, a. VI, 1912, XXII, 2).

(17) G. VACCA, *Origini della scienza*, op. cit., p. 17.

(18) G. VACCA, *Intorno ad un codice poco noto dell'«Arenario» di Archimede nell'Osservatorio Raicliiff di Oxford*, (R. Accad. Naz. dei Lincei, Rend. della Classe di scienze morali, storiche e filologiche, sez. VI, vol. IV, fasc. 11-12, Roma 1929).

(19) G. VACCA, *Sugli specchi ustori di Archimede*, (Bollettino dell'Unione Matematica Italia, serie II, a. III, n. 1, Bologna 1940).

(20) EUCLIDE, *Il primo libro degli Elementi*, Firenze 1926.

(21) *Sul concetto di probabilità presso i Greci*, (Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari, a. VII, n. 3, luglio 1936).

Egli ha delineato lo sviluppo delle idee riguardanti la misura degli angoli solidi e dei poligoni sferici, in relazione con il problema dei solidi che riempiono lo spazio, da Aristotele a Legendre, ponendo in evidenza che Harriot trovò la regola per misurare i triangoli sferici nel 1603, ed estese il risultato all'area dei poligoni sferici (proporzionale all'eccesso sferico) (22).

Un gruppo di lavori di G. V. riguarda la storia dell'algebra in Italia da Leonardo Pisano ai grandi algebristi del Rinascimento, con particolare riferimento a G. Cardano. Questi studi che s'intrecciano con quelli di E. Bortolotti, contribuiscono a stabilire i legami ideali che intercedono tra la classificazione degli irrazionali del X libro di Euclide, la traduzione di essa in termini algebrici ed il relativo commento di Leonardo Pisano, le aggiunte di quest'ultimo sui radicali cubici, la risoluzione delle equazioni cubiche di Scipione dal Ferro (23). Insieme con E. Bortolotti, G. V. restituisce giustamente dignità alla figura di G. Cardano, ponendone in risalto le geniali concezioni non soltanto nel campo matematico (tra l'altro ai primordi del calcolo delle probabilità), ma anche per quanto concerne la meccanica e la filosofia (24).

Un altro gruppo di lavori di G. V. riguarda la storia del calcolo infinitesimale. Molto utili per gli studiosi le Sue *Notizie bibliografiche per una conferenza sulle origini e lo sviluppo del calcolo infinitesimale* (Roma 1908). Passando ai contributi su aspetti più particolari dello sviluppo del calcolo infinitesimale, notiamo che G. V. fu uno dei primi storici della matematica che hanno dato giusto rilievo alle scoperte di P. Mengoli, con particolare riferimento ai risultati sulle serie infinite: divergenza delle serie armoniche e generalizzazioni del risultato, somma dei reciproci dei numeri triangolari, sviluppi in serie per definire i logaritmi... (25). La storia dei logaritmi è stata delineata da G. V. per quanto concerne i precursori di detta teoria: *il primo logaritmo neperiano calcolato prima di Nepero* (26) compare in un valore approssimato nella *Summa de arithmetica, Geometria*, di Luca Paciolo, a proposito del problema di stabilire in quanti anni si raddoppia un capitale posto ad interesse: si pone il problema di stabilire se tale considerazione può avere influito sull'opera di Nepero. La ricostruzione del pensiero del barone scozzese, inventore dei logaritmi, è stata preceduta, in uno scritto di G. V. da uno studio dei metodi di calcolo in uso prima della diffusione, nel mondo della scienza e della tecnica, del calcolo logaritmico, G. V. ha precisato il pensiero di Nepero traducendolo in termini moderni, mostrando come in sostanza si tratta di integrare l'equazione differenziale di un moto in cui gli spazi sono proporzionali alle velocità; e ci presenta un confronto tra l'opera di Nepero e quella di Jobst Burgi, sopravvalutata da alcuni storici della matematica (27).

(22) G. VACCA, *Notizie storiche sulla misura degli angoli solidi e dei poligoni sferici*, (Bibliotheca Mathematica, dritte Folge, III Band, 2 Heft, Leipzig, giugno 1902).

(23) G. VACCA, *Sul commento di Leonardo Pisano al libro X degli Elementi di Euclide e sulla risoluzione delle equazioni cubiche*, (« Bollettino dell'Unione Matematica Italiana », a. IX, n. 2, Bologna, aprile 1930).

(24) G. VACCA, *L'opera matematica di Gerolamo Cardano nel quinto centenario del suo insegnamento in Milano*, (« Rend. del Seminario Matematico e Fisico di Milano », vol. XI, 1937).

(25) G. VACCA, *Sulle scoperte di Pietro Mengoli*, (Rendiconti della R. Accad. dei Lincei, Classe di sc. fis., mat. e nat., vol. XXIV, serie 5<sup>a</sup>, 2° sem., fasc. 11-12, Roma 1916).

(26) Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino, vol. 50, 1914-15, 1915.

(27) G. VACCA, *Giovanni Nepero e l'opera sua*, (Seminario Matematico della Facoltà di Scienze della R. Università di Roma, anno accademico 1914-15).

Ricordiamo inoltre la ricostruzione storico-critica di G. V. dello sviluppo della geometria della carta piegata, a partire da un cenno di un poeta cinese del sec. VIII d. C. fino all'applicazione alla superficie di Schwarz-Peano (28).

L'ideale matematico è stato perseguito da G. Vacca non soltanto attraverso gli studi storico-critici, ma anche attraverso ricerche originali, continuate fino al penultimo giorno della sua vita. Dei suoi contributi sceglierò quelli che mi sono sembrati più significativi.

Dalle sue meditazioni sull'aritmetica del Peano, considerata in relazione con i contributi del Dedekind, deriva un Suo sistema di tre postulati (29) che sostituiscono i sei del Peano stesso. I postulati di G. V. si basano sulla definizione di *catena* (intesa in senso più astratto ed ampio di quello della *kette* di Dedekind). Si dice *catena* « ogni classe la quale contenga zero tra i suoi elementi, e, se contiene un elemento, contenga anche il suo successivo ». Si definisce inoltre *la classe dei numeri compresi tra lo zero ed un qualsivoglia numero a* « intendendo che se  $a = 0$ , tale classe comprende l'unico individuo zero; e che tale classe relativa al successivo di  $a$ , comprende, oltre i numeri compresi tra zero ed  $a$ , anche il successivo di  $a$  ». I tre postulati del Vacca si possono allora così enunciare:

« 1. Numero è una *catena*.

2. Ogni *catena* contiene tutti i *numeri* (questa è un'altra forma del principio d'induzione) ».

« 3. Se  $a$  è un numero, il suo successivo, non appartiene alla classe dei numeri compresi tra zero ed  $a$  ».

Di questi postulati G. V. fornisce una semplice ed espressiva interpretazione: « L'esistenza di questa *catena* appare evidente all'intuizione topologica delle catene *reali* che possiamo immaginare nello spazio. L'aritmetica si presenta così come la *astrazione* più semplice ed elementare della *nozione* di *catena illimitata, unica ed aperta* ».

Dopo di aver esaminato l'uso che implicitamente ed esplicitamente è stato fatto dall'Antichità in poi del postulato di Campano: « Nullum numerum in infinitum posse diminui », mentre il Pieri aveva dimostrato che dal postulato di Campano si può dedurre il postulato di induzione completa, G. V. (30) dimostrò il risultato inverso, stabilì inoltre che il metodo della discesa di Fermat si può ricondurre al principio di induzione completa.

Uno dei rami della matematica che maggiormente attirò G. V. fu costituito dalla teoria dei numeri, con i suoi problemi insoluti ch'Egli si compiacceva di elencare:

- « — Vi sono infinite coppie di numeri primi la cui differenza sia 2?
- Ogni numero pari è la somma di due numeri primi?
- Vi sono infiniti numeri primi della forma  $2^n + 1$ ?
- Ogni numero primo della forma  $4n - 1$  è esso della forma  $p + 2q$ , dove  $p$  e  $q$  sono numeri primi della forma  $4n + 1$ ?

(28) G. VACCA, *Della piegatura della carta applicata alla geometria*, (Periodico di Matematiche, serie IV, vol. X, 1930, fasc. I, pp. 43-50).

(29) G. VACCA, *Origini della scienza*, op. cit., pp. 39-40, dalle quali sono tratti i passi riportati sui postulati dell'aritmetica del nostro A.

(30) *Sul principio della discesa di Fermat e sulle dimostrazioni dell'esistenza degli irrazionali quadratici*, (Atti della Reale Accad. delle Sc. di Torino, vol. LXIII, 1928).

Sono domande il cui enunciato può esser ben capito da uno studente di ginnasio, ma a cui nessuno oggi sa ancora disporre » (31).

Fino agli ultimi tempi G. V. sperò d'esser sulla via di dimostrare l'ultimo teorema di Fermat.

A questo proposito ricordiamo che G. V. (32) a partire dall'equazione funzionale  $F(a) + F(b) = F(c)$  di cui assegnò la soluzione

$$F(x) = f(x)[g(a) + g(b) - g(c)] - g(x)[f(a) + f(b) - f(c)],$$

(dove  $a, b, c$  sono numeri interi ed  $f, g$  funzioni qualsiasi), sviluppò interessanti osservazioni riguardanti l'ultimo teorema di Fermat (33), e proseguendo una ricerca di A. Genocchi, presentò come ipotesi su basi induttive un teorema più comprensivo di quello ricordato (34).

G. V., attirato dall'emigma della natura della costante di Eulero, (di cui non è ancora stata dimostrata l'irrazionalità o la razionalità) ha molto riflettuto su tale argomento dedicandovi diverse pubblicazioni. Egli ha scoperto diverse espressioni di detta costante, per esempio la seguente:

$$C = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} - \dots - \frac{1}{n^2} \right) \quad (35)$$

e stabilito un nuovo legame tra  $C$  e  $\pi$ :

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} \left[ \frac{1}{[E(\sqrt{n})]^2} - \frac{1}{n} \right] = \frac{\pi^2}{6} + C \quad (36)$$

Nel campo della geometria G. V. ha dimostrato alcuni significativi teoremi di geometria piana analoghi a quelli dimostrati da Max Dehn nella geometria solida, che stabiliscono l'inevitabilità di processi infiniti nelle questioni riguar-

(31) G. VACCA, Recensione di G. WERTHEIM, *Anfangsgründe der Zahlenlehre*, op. cit.

(32) *Equazioni indeterminate in numeri interi. Osservazioni sull'ultimo teorema di Fermat*, (Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, a. I, nn. 2-3, dicembre 1922).

(33) P. es.: « Mentre è impossibile trovare un cubo somma di due cubi, è invece possibile trovare un numero piramidale, somma di due piramidal », op. cit. alla nota (32).

(34) « Si può quindi indurre che se  $n$  è un numero primo, l'equazione  $a^n + b^n = c^n$  si possa risolvere soltanto cercando  $a, b, c$ , tra le radici di un'equazione a coefficienti razionali di grado  $n-1$ , e che inoltre le radici di questa equazione si possano ottenere risolvendo successivamente  $\alpha$  equazioni di grado  $p$ ,  $\beta$  equazioni di grado  $q$  etc., dove si supponga  $n-1$  decomposto nei suoi fattori primi:  $n-1 = p^\alpha q^\beta$ ..

Resta da indagare se come accade per  $n=3, n=5, n=7, n=11$ , questo sistema di equazioni sia irriducibile, come accade nella teoria della divisione del circolo, come è stato dimostrato da Gauss.

Si avrebbe allora la dimostrazione di un teorema assai più preciso e comprensivo di quello enunciato da Fermat » (op. cit. alla nota (32)).

(35) G. VACCA, *Sulla costante di Eulero,  $C = 0,577\dots$*  (Rend. della R. Accad. Naz. dei Lincei, Classe di Sc. fis., mat. e nat., vol. I, serie 6ª, I sem., fasc. 5º, febbraio 1925).

(36) G. VACCA, *Nuova serie per la costante di Eulero,  $C = 0,577\dots$*  (Rend. della R. Accad. Naz. dei Lincei, Classe di Sc. fis., mat. e nat., vol. III, serie 6ª, I sem., fasc. I, gennaio 1926).

danti l'uguaglianza di volume dei poliedri (37). Poteva recar sorpresa detta circostanza che non sussiste per l'equivalenza dei poligoni. Ma G. V. ha stabilito che tale inevitabilità si presenta nel piano, quando alla equivalenza ordinaria si sostituisca l'equivalenza per traslazione: si dicono « *equivalenti per traslazione* » due poligoni rettilinei in uno stesso piano... quando si possono decomporre in un numero finito di poligoni... parziali, sovrapponibili per traslazione » (38). Ora, affinché due poligoni di egual area siano equivalenti per traslazione, deve verificarsi una certa condizione che non sempre si verifica.

Al termine di questa rapida e non completa rassegna della multiforme attività di G. V. la Sua memoria non può disgiungersi da quella di altri due Maestri di Storia della Scienza, scomparsi in questi ultimi anni, lasciando un profondo vuoto nel mondo della cultura e nel cuore dei loro discepoli: Federico Enriques ed Ettore Bortolotti. Il loro ricordo illumini il nostro cammino con la visione alta e serena da loro perseguita dello sviluppo armonico del pensiero umano.

Mentre si presenta alla nostra coscienza di discepoli memori e grati il dovere di continuare l'opera dei nostri Maestri, rivive in noi il pensiero di Giovanni Vacca: « Le verità si propagano e sopravvivono agli imperi: non dipendono dagli interessi mutevoli e transitori, ma consolano chi le possiede e si accrescono quando si propagano e si diffondono nel mondo » (39).