Bollettino
Unione Matematica Italiana

Luigi Tenca

Sulle vele secondarie di Vincenzio Viviani.

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. **8** (1953), n.4, p. 456–459.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1953_3_8_4_456_0>

Sulle vele secondarie di Vincenzio Viviani.

Nota di LUIGI TENCA (a Firenze)

Sunto. - *Si costruiscono le vele secondarie del* VIVIANI, *osservando che non si possono ottenere col suo metodo di perforazione.*

VINCENZIO VIVIANI, nel suo lavoro *Formazione e misura di tutti i cieli* (Tip. P. Matini, Firenze, 1692), ci dà, con la sua *vela fiorentina*, la soluzione del suo *Enigma* inviato, nello stesso anno, per desiderio del Granduca Cosimo III, a tutti i più valenti matematici del suo tempo.

La sua soluzione è certamente la più elegante fra le molte che vennero date (alcune inesatte, altre, pur fra le migliori, non esenti da critiche, come, ad esempio quella del LEIBNIZ); il suo metodo pratico di risoluzione è interessantissimo, ricorrendo egli a modelli ideali in legno ottenuti con tornio, trapano, sega.

(37) G. VACCA, *Su alcuni teoremi di geometria piana analoghi a quelli di Max Dehn nella geometria solida*, (Rend. della R. Accad. dei Lincei Classe di Sc. fis., mat. e nat, vol. XXII, serie 5ª, 2° sem., fasc. 9°, 9 novembre 1913).

(38) G. VACCA, *Sulla equivalenza per traslazione*, (Rend. della R. Accad. dei Lincei, vol. XXIII, serie 5ª, 1° sem., fasc. 2°, 18 gennaio 1914). Ivi trovasi dimostrata in modo più semplice e rapido che nella nota precedente, la condizione necessaria affinchè due poligoni di egual area siano equivalenti per traslazione.

(39) G. VACCA, *Origini della scienza*, op. cit., p. 19.

Nella prefazione al suo lavoro il VIVIANI osserva: «Ma or «frattanto vi dico. e voi stessi dal dettovi ritroverete, che su questa «medesima Vela Fiorentina, si possono assegnare altre vele infi«nite, ed altre parti di essa, le quali sien tutte quadrabili, quali «ad esempio sarebbero col mantenere all'intera vela... le punte «*A, B* lembi estremi... e collo scorciare l'altra lunghezza fra i ri«manenti due lembi opposti *D, E* col fargli terminare sull'arco di «quel mezzo cerchio verticale (il quale passa per gli stessi lembi «*D, E* dell'intera) per distanze eguali polo dal *C*,... che questa... «*secondaria,* che voglia dirsi, alla *primaria* sta sempre come la «retta congiungente le cocche più corte... alla retta congiungente «le cocche più lunghe... Siccome altre infinite vele si possono con«siderare nella medesima superficie...».

Si badi che il VIVIANI intende sempre parlare di superficie *quadrabili esattamente* (cioè senza irrazionali).

Il VIVIANI non dice come si debba *scorciare l'altra lunghezza...* Costruzioni di vele secondarie quadrabili ne dettero il GRANDI ed altri, a modo loro, e se ne possono trovare quante si vogliono.

Ho esaminato (ed esamino) tutti i manoscritti del VIVIANI che si trovano alla Biblioteca Nazionale di Firenze, per mie particolari ricerce, ma nulla ho trovato in proposito.

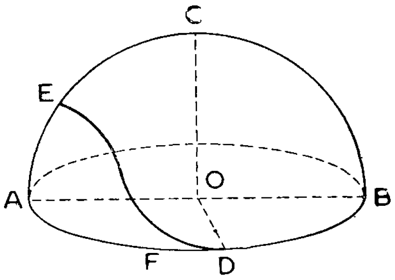
In un mio lavoro pubblicato in questo Bollettino [(3). 8 (1953), pp. 337-342] accenno ad una di queste soluzioni che chiamo *particolari fusi sferici.* Ma qual'è la soluzione del VIVIANI? Non mi risulta.

Scrive IACOPO PANZANINI, nipote del VIVIANI (figlio di sorella) suo erede, in una lettera diretta al GRANDI del 26 marzo 1715 (Bibl. Naz. di Firenze, *Discepoli di Galileo.* t. 148, c. 175): «In ri«sposta all'umanissima sua del 18 cadente le dico, che secondo l'in«tenzione di mio Zio il trattato della perforazione de' solidi re«sta così terminato e non ha speculato intorno alle proposizioni «delle superficie che rimangono e per quanto riguarda le dimo«strazioni delle sue volte quadrabili più volte mi ha detto di non «averle distese e che le dimostrava con un suo particolare metodo. «che teneva rinserrato nella Sua mente con animo di volerlo una «volta distendere, e ciò mi viene confermato dal non ritrovare «fra i suoi scritti cosa veruna che concerna tal metodo...».

Una soluzione analitica semplice del problema della costruzione delle vele secondarie del VIVIANI è la seguente.

Considero una semisfera che, per semplicità, prendo di raggio unitario di polo *C*, della quale 0 è il centro del cerchio base. Conduco un diametro *AB* di questo cerchio, la semicirconferenza *ACB* e il raggio *OD* perpendicolare ad *AB*.

Riferendomi sulla superficie semisferica a un sistema di coordinate polari sferiche ρ, ω, prendendo C come polo di riferimento (ρ colatitudine compreso fra zero e $\pi/2$), il quadrante CA di circon-



ferenza massima come linea di riferimento (ω compreso fra zero e $\pi/2$) prendendo per positivo per le ω il senso antiorario considero la curva (meglio l'arco di questa curva DE compreso fra D e il quadrante CA) di equazione: $\cos\rho = h\cos\omega$, (h costante positiva < 1).

Detto arco incontra l'arco AC in un punto E. Si ha che il coseno dell'arco EC è eguale a h, e quindi pure il seno dell'arco EA è uguale a h.

Indicando con s l'area della porzione S della superficie semisferica limitata dall'arco EA di circonferenza massima dall'arco AD di circonferenza massima, dall'arco DE di curva sferica costruito, ottengo

$$s = \iint_S \operatorname{sen}\rho\, d\rho\, d\omega =$$

$$= h\int_0^{\pi/2} \cos\omega\, d\omega = h.$$

Se poi con S considero la sua simmetrica ortogonalmente rispetto al piano ACO e colla superficie complessiva ottenuta la sua simmetrica ortogonalmente rispetto alla base, immaginando completata la semisfera, ottengo una vela secondaria in cui l'area $2 \cdot 2h$ della sua superficie è eguale al prodotto di due numeri che misurano i segmenti congiungenti *le due cocche più lunghe e le due cocche più corte*, quindi l'area della superficie di questa vela sta a quella ($2 \cdot 2$) della vela fiorentina come *la retta congiungente le cocche più corte sta alla retta congiungente le cocche più lunghe.*

È quindi la vela trovata quella secondaria del VIVIANI, per h razionale.

Si badi però che questa vela non si può ottenere col metodo della perforazione del VIVIANI.

Se invece si considera l'equazione $\operatorname{sen} \rho = h' \operatorname{sen} \omega$ (h' costante > 1), con analogo procedimento si ottiene una vela secondaria non quadrabile esattamente, ma costruibile col metodo della perforazione del VIVIANI.