UMI

## Recensioni.

* Paolo Ruffini, Opere matematiche, Tomo terzo, Carteggio matematico, Edizioni Cremonese, Roma, 1954 (Eugenio G. Togliatti)
* G. P. Tolstow, Fourierreihen, Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1955 (Giovanni Sansone)
* B. W. Gnedenko, A. J. Chintschin, Elementare Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung, Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1955 (Bruno de Finetti)
* A. O. Gelfond, Die Auflösung von Gleichungen in ganzen Zahlen (Diophantische Gleichungen), Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1954 (Marco Cugiani)


*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3*, Vol. **10** (1955), n.3, p. 419–423.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1955_3_10_3_419_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Zanichelli, 1955.

# RECENSIONI

*Opere matematiche* di PAOLO RUFFINI, pubblicate sotto gli auspici dell'Unione Matematica Italiana, a cura del Prof. Dr. ETTORE BORTOLOTTI, con il contributo del Consiglio nazionale delle ricerche. - Tomo terzo, Carteggio matematico. - Edizioni Cremonese, Roma, 1954; pp. XVIII + 254.

Questo terzo, ed ultimo, volume delle Opere matematiche di Paolo Ruffini completa ben degnamente la collezione che il Circolo matematico di Palermo dapprima e poi l'Unione matematica italiana hanno voluto dedicare al grande matematico italiano, collezione che giunge ora al termine dopo lunghe e note disavventure. Il presente volume contiene il carteggio matematico di Paolo Ruffini con gli scienziati del suo tempo, carteggio di cui un saggio era già stato pubblicato, destando il più vivo interesse, fin dal 1906, per consiglio dei professori V. Cerruti e U. Dini. Il carteggio ha un altissimo valore storico, perchè esso mette assai bene in luce sia i caratteri dell'ambiente scientifico di quell'epoca. sia lo stato delle scienze matematiche in Italia tra la fine del settecento ed i primi decenni dell'ottocento.

Le lettere che qui si pubblicano sono distribuite in sette gruppi diversi, a seconda degli argomenti a cui esse si riferiscono.

Il primo gruppo, di maggior mole degli altri, riguarda il problema della non risolubilità delle equazioni generali di grado superiore al quarto. Una prima parte del relativo carteggio, che si estende dal 1799 al 1808, è ristretta a scienziati italiani (S. Canterzani, G. F. Malfatti, P. Paoli, P. Cossali, G. Paradisi, G. Fontana, P. Abbati, G. Saladini, G. F. Cremona, G. Rangone, G. Fabbroni, ecc., che s'interessavano delle scoperte del Ruffini nel campo delle equazinoi algebriche, che gli muovevano obbiezioni e gli sottoponevano dubbi da chiarire; specialmente notevole è il carteggio Ruffini - Paoli intorno alla risolvente di Malfatti dell'equazione di 5° grado. Una seconda parte, che è tra le cose più interessanti del carteggio, si inizia nel 1808, e riflette gli sforzi del Ruffini per ottenere all'estero (in Francia, in Inghilterra, in Austria, in Germania) quel riconoscimento del valore dei suoi risultati che non gli era mancato in Italia; ma vani sono i suoi sforzi: gli Accademici dell'Istituto di Francia, scienziati come Lagrange e Delambre, prevenuti forse contro i matematici italiani di quell'epoca, respingono senza giudicarle le Memorie del Ruffini che forse non hanno letto o capito; dall'Inghilterra giungono soltanto lodi generiche; e bisogna giungere fino al 1821 per trovare in una lettera di A. Cauchy un chiaro riconoscimento.

Il secondo gruppo contiene lettere, opuscoli, manoscritti scambiati tra il Ruffini, il Saladini, il Barbieri, il Paoli, ed altri, tra il 1803 e il 1822 sui fondamenti o, come si diceva allora, sulla « metafisica » del calcolo infinitesimale; e specialmente sull'uso degli infinitesimi e sui contatti ed osculazioni tra curve piane.

Il terzo gruppo si riferisce ad una corrispondenza del Ruffini con F. Cardinali ed A. Cagnoli sulle trascendenti ellittiche; ebbe origine da una illusoria dimostrazione del Cardinali sulla riducibilità d'un certo integrale ellittico (1805 - 1810).

Assai notevole è il quarto gruppo, contenente lunghe discussioni del Ruffini col Paoli e con G. Frullani sugli sviluppi in serie di Fourier (1817-1821); in questa disputa il Frullani appare come il ricercatore che arriva d'istinto alle conclusioni lasciando ad altri il compito di precisare le ipotesi e di completare i ragionamenti, mentre il Ruffini è il rigorista che avverte la necessità di procedere con cautela nel maneggiare serie divergenti.

Il quinto gruppo (1817 1821) riguarda la superficie di 2° ordine e la Memoria del Ruffini sulla risoluzione delle equazioni numeriche; contiene lettere del Ruffini, di P. Franchini e di G. Giorgini.

Il sesto gruppo, su questioni di meccanica e d'idraulica, mostra, in una corrispondenza del 1809-10 con G. Venturoli, la competenza del Ruffini anche nel campo delle applicazioni della matematica.

Il settimo gruppo contiene infine un carteggio del 1815-17 del Ruffini con l'astronomo G. Bianchi sull'erezione in Modena d'un osservatorio astronomico.

La pubblicazione delle lettere è stata curata da Ettore Bortolotti, tranne che per i gruppi terzo e quarto, affidati a G. Sansone, e per il gruppo sesto, affidato a G. Evangelisti. Ottimo, come sempre, l'aspetto esteriore del volume; utilissimo pure l'indice particolareggiato che dà, per ogni lettera pubblicata, un brevissimo cenno del contenuto.

Una parola di ringraziamento vada pure ad A. Procissi, ed E. Carruccio ed alla Sig.ra Emma Carruccio Bortolotti, che hanno validamente contribuito alla buona riuscita della pubblicazione.

EUGENIO G. TOGLIATTI

## G. P. TOLSTOW, *Fourierreihen.* Deutscher Verlag der Wissenschaften, (Berlin, 1955), pp. XI + 300.

Quest'opera, tradotta in lingua tedesca dal russo, rappresenta il quattordicesimo volume di una Collezione Matematica diretta da H. GRELL, K. MARUHN, W. RINOW.

L'opera è dedicata alle serie trigonometriche di FOURIER, alle serie di FOURIER - BESSEL, e ad alcuni problemi di fisica matematica.

Non soltanto nella fisica matematica classica ma anche nella fisica teorica e in molte branche della tecnica gli sviluppi in serie costituiscono un potentissimo strumento analitico e ciò dà ragione della fioritura in questo ultimo trentennio di tante ottime trattazioni sugli sviluppi in serie di Fourier e in generale in serie di funzioni ortogonali; basti ricordare i trattati di G. N. WATSON (1922), L. TONELLI (1928), E. N. HOBSON (1931), G. SZEGÖ (1933), G. SANSONE (1934, 1942, 1952), S. KACZMARZ e H. STEINHAUS (1935), F. TRICOMI (1947, 1954, 1955).

L'opera di G. P. TOLSTOW si aggiunge ora a queste trattazioni: l'A. in maniera rapida dà ad un giovane che abbia seguito un primo biennio di studi matematici universitari una sicura conoscenza dei casi più generali in cui è lecito passare da una funzione alla sua rappresentazione analitica.

La materia del volume è suddivisa in undici capitoli; chiudono il volume gli indici bibliografici e quelli della materia.

I primi sette capitoli riguardano le serie trigonometriche di FOURIER i sistemi ortogonali, la convergenza delle serie trigonometriche di FOURIER, le serie di FOURIER con coefficienti non crescenti, la completezza dei sistemi trigonometrici e le operazioni sulle serie di FOURIER, la sommazione delle serie trigonometriche, le serie doppie trigonometriche e l'integrale di FOURIER. La trattazione, assai piana, si muove nello schema tradizionale.

Due capitoli, l'ottavo e il nono, sono dedicati alle funzioni di BESSEL e agli sviluppi in serie di FOURIER-BESSEL. Vi si trovano le proprietà elementari delle funzioni di BESSEL, un procedimento elementare per la rappresentazione asintotica di queste funzioni e i casi più semplici di convergenza delle serie relative a funzioni due o più volte derivabili.

Il teorema fondamentale della sviluppabilità delle funzioni che soddisfano la così detta condizione di DIRICHLET è soltanto enunciato.

Il capitolo decimo prepara alle applicazioni degli sviluppi in serie ad alcuni problemi classici. La ricerca delle soluzioni $u(x, t)$ dell'equazione.

$$P \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + R \frac{\partial u}{\partial x} + Qu = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2},$$

con le solite condizioni ai limiti è ricondotta a quella della rappresentazione delle stesse soluzioni con serie i cui termini siano prodotti di due fattori, uno del posto $(x)$ e uno del tempo $(t)$. Seguono la ricerca degli autovalori e delle autofunzioni di un'equazione lineare del secondo ordine dipendente da un parametro; i teoremi relativi all'esistenza di autovalori, e quelli sulla convergenza delle serie rappresentatrici di $u\ (x,\ t)$ sono enunciati.

Nel capitolo undici infine sono trattati i problemi delle piccole vibrazioni libere e forzate di una corda, di una trave, di una membrana rettangolare o circolare, e i problemi della conduzione del calore in una sbarra finita o infinita o in un cilindro circolare.

In conclusione il lettore, che nelle applicazioni si muove nel campo delle funzioni continue insieme alla loro derivata prima, salvo un numero finito di punti, troverà in questo volume quanto gli occorre per valersi con confidenza della teoria degli sviluppi in serie.

GIOVANNI SANSONE

B. W. GNEDENKO e A. J. CHINTSCHIN, *Elementare Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung.* Trad. tedesca di K. A. RUPP sulla III ed. russa (1952; I, 1945 e II, 1949) - Ed. Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlino, 1955.

Si tratta di una trattazione elementare, destinata a rendere accessibili i primi concetti e preconcetti riguardanti il calcolo delle probabilità a persone non particolarmente preparate che ne abbiano bisogno per applicazioni pratiche (come, per citare l'esemplificazione della prefazione, funzioni dell'esercito, dell'industria, dell'agricolutura, ecc.). L'esposizione, chiara e bene ordinata, si appoggia strettamente ad esempi, scelti in diversi campi di applicazioni pratiche (tiro al bersaglio, collaudi di produzione, sessi nelle nascite, ecc.), ed ispirati all'interpretazione statistica delle probabilità (come frequenze su una esperienza prolungata).

Vengono svolti in tal modo i seguenti capitoli: 1. Probabilità di eventi; 2. Teor. delle probabilità totali; 3. Prob. subordinate e teor. prob. composte; 4. Conseguenze; 5. Schema bernoulliano; 6. Teor. di Bernoulli; 7. Numeri aleatori e distribuzioni; 8. Valor medio; 9. Id. per somme e prodotti (indip.); 10. Scarto quadr. medio; 11. Legge dei grandi numeri; 12. Distribuzione normale (Gaussiana).

Segue un breve cenno informativo su alcuni recenti sviluppi del calcolo delle probabilità, con particolare riguardo ai contributi della scuola russa.

BRUNO DE FINETTI

A. O. GELFOND, *Die Auflösung von Gleichungen in ganzen Zahlen (Diophantische Gleichungen)*, Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin (1954). Traduzione dal russo di GERHARD RÄNICHE. pag. 59.

Il libretto raccoglie, in forma elementare e con intenti esclusivamente didattici, le prime nozioni e alcuni classici risultati sulla risoluzione delle equazioni in numeri interi.

Il tono della trattazione, volutamente assai piano e didatticamente molto felice, ed il modesto numero di nozioni presupposte nel lettore, fanno di questo opuscolo un'opera di facile lettura per ogni, anche modesto, cultore di matematica; esso sembra particolarmente consigliabile agli allievi del secondo biennio, che vogliano farsi un'idea di questo tipo di questioni, le quali, oltre ad un notevolissimo interesse teorico, presentano spesso anche un non trascurabile interesse applicativo.

La trattazione è divisa in sette paragrafi. Nel primo è ricordato brevemente il metodo di ricerca delle eventuali radici intere di un'equazione algebrica in una incognita a coefficienti interi.

Nel secondo è ampiamente trattata l'equazione indeterminata di primo grado in due incognite a coefficienti interi; tale trattazione offre occasione a digressioni sull'algoritmo euclideo e sulle frazioni continue.

Nel terzo sono trattati due esempi di equazioni indeterminate di secondo grado in tre incognite: precisamente l'equazione pitagorica: $x^2 + y^2 = z^2$, e l'analoga equazione: $x^2 + 2y^2 = z^2$.

Nei paragrafi quarto e quinto è trattata la cosidetta equazione di Pell: $x^2 - Ay^2 = 1$ (con $A$ intero positivo, non quadrato perfetto) e qui ancora è sfruttato, ed ulteriormente illustrato, l'algoritmo delle frazioni continue.

Alla fine del quinto paragrafo è accennata la trattazione della generale equazione indeterminata di secondo grado in due incognite a coefficienti interi.

Nel sesto si parla delle equazioni in due incognite di grado superiore al secondo. La trattazione è condotta qui per grandi linee; particolare risalto è dato al teorema di Thue, secondo cui l'equazione a coefficienti interi:

$$a_0x^n + a_1x^{n-1}y + a_2x^{n-2}y^2 + \dots + a_ny^n = c$$

ammette (in generale) al più un numero finito di soluzioni per $n \geq 3$.

Il paragramo settimo, che tratta alcune particolari equazioni in tre incognite, contiene fra l'altro un breve sguardo d'insieme sull'ultimo teorema di Fermat (la dimostrazione è riportata solo per il caso: $x^4 + y^4 = z^4$), e chiude con qualche considerazione sulla risolubilità in interi $x$, $y$, $z$, dell'equazione esponenziale: $a^x + b^y = c^z$.

MARCO CUGIANI