
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

MARIO GALLI

Sulle idee di Leibniz circa la legge di conservazione delle forze vive.

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. 11
(1956), n.3, p. 445–456.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1956_3_11_3_445_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

SEZIONE STORICO-DIDATTICA

Sulle idee di Leibniz circa la legge di conservazione delle forze vive.

Nota di MARIO GALLI (a Firenze)

Sunto. - *Nei trattati di meccanica e nei compendi di storia della scienza è spesso ricordata la celebre disputa tra cartesiani e leibniziani circa la misura delle forze. L'interpretazione più comunemente accettata dai trattatisti non è però conforme alla verità storica. Col presente articolo si vuole ricercare e giustificare l'esatta interpretazione.*

La celebre controversia nella quale furono attori principali da una parte LEIBNIZ e dall'altra alcuni notevoli esponenti della scuola cartesiana esplicò un ruolo non indifferente nella costituzione dei principi fondamentali della dinamica moderna.

È vero che i risultati acquisiti non furono forse proporzionali al calore della disputa, ma non è affatto giustificata l'opinione oggi largamente diffusa (potremo aggiungere quasi comune) secondo la quale tutto si ridusse ad una disputa verbale o quasi.

Non si può negare che lo *status quaestionis* non fosse definito dai contendenti con estrema accuratezza, ma questo obbiettivo riconoscimento non può equivalere all'asserzione che la disputa fosse priva di contenuto o che poggiasse su dei malintesi.

Purtroppo poggiano su malintesi le interpretazioni tardive degli autori di meccanica.

Che l'errore sia diventato comune ha una facile spiegazione. La versione che si da comunemente della celebre disputa risale al D'ALEMBERT (1). Costui ha un grande merito, che bisogna riconoscergli, ed è quello di avere posto fine ad una disputa che era degenerata o stava per degenerare davvero in una questione di parole, ma ha avuto poco rispetto della verità storica.

(1) D'ALEMBERT, *Traité de Dynamique*, Paris. La discussione relativa alle forze vive si trova nel *Discours praeliminaire*, (pag. 18 et seq).

Dopo D'ALEMBERT una versione simile è stata data dal MACH nel suo celeberrimo libro sugli sviluppi della dinamica (2). Una voce tanto autorevole non ha potuto non avere i suoi effetti. Quasi tutti gli autori di meccanica lo hanno seguito (3).

Non sono mancati, a dire il vero, dei dissenzienti autorevoli, ad es. M. PLANK (4), ma la maggioranza ha avuto fiducia nella versione di D'ALEMBERT e di MACH.

La concordanza degli autori che l'accettano non è perfetta. Per conseguenza, per non addentrarci in una pesante ed inutile disquisizione delle differenze, la quale ci porterebbe troppo lontano, riferiamo una versione che può essere riguardata come il prototipo delle altre.

Come è ben noto, la disputa tra cartesiani e leibniziani concerneva la misura delle forze. I primi volevano adottare come

(2) E. MACH. *Die Mechanik in ihrer Entwicklung*, pag. 276, Leipzig, 1897. MACH riconosce che LEIBNIZ «*procede più conformemente al metodo scientifico che non Descartes*». Ma continua: «*Tuttavia confonde due cose: la questione della misura delle forze e la questione della indistruttibilità delle somme Σmv e Σmv^2 . Esse non hanno nulla in comune*». «*Quanto alla prima questione, ambedue le risposte di Leibniz e di Descartes possono giustificarsi*». «*Quanto alla successiva domanda le successive ricerche di Newton hanno mostrato che la somma di Descartes Σmv per un sistema di masse libero da influenze esterne è effettivamente indistruttibile. Le ricerche di Huyghens hanno mostrato che anche la somma Σmv^2 è indistruttibile, se non è alterata dal lavoro delle forze*». E conclude: «*La polemica di Leibniz poggia per lo più su malintesi e durò 57 anni, fino all'apparire del trattato di D' Alembert*».

Pur riconoscendo l'altissima autorità del MACH siamo costretti a dichiarare che in questo resoconto vi sono parecchie asserzioni erronee. Ed infatti:

a) LEIBNIZ non ha commesso quella confusione di cui lo accusa il MACH. Nè LEIBNIZ nè DESCARTES hanno inteso offrire un criterio per la misura delle forze newtoniane.

b) Non è vero affatto che le successive ricerche del NEWTON hanno mostrato l'indistruttibilità della somma cartesiana $\Sigma m |v|$. Proprio NEWTON ha contestato questa invariabilità ed ha dato una prova chiarissima del contrario. Nella dinamica newtoniana ciò che si conserva è la $\Sigma m v$ e non già la somma cartesiana $\Sigma m |v|$. È il MACH che confonde indebitamente l'una e l'altra cosa.

(3) Cfr. ad es.,; LEVI-CIVITA e AMALDI, *Compendio di Meccanica Razionale*, Bologna 1928, P. I, pag. 197; *Enc. d. Matematiche elementari*, v. III, P. I, pag. 211.

(4) M. PLANK, *Das Prinzip der Erhaltung der Energie*, Leipzig 1887, (vedi la citazione alla fine di questo articolo).

criterio la quantità di moto che esse possono determinare, gli altri invece preferivano ricorrere all'energia cinetica. Ma perchè, chiedono costoro, perdere tempo in una inutile polemica? Precisando bene le due tesi contendenti possiamo dare ragione ad entrambi. Se prendiamo le mosse dall'equazione fondamentale della dinamica newtoniana si vede subito che due forze costanti agenti su due masse materiali per uno stesso tempo stanno fra loro come le quantità di moto che generano. Si può parimenti vedere che due forze costanti agenti su due masse materiali lungo lo stesso spazio stanno tra loro come le energie cinetiche che generano. Dunque ambedue le tesi sono giuste se poniamo le questioni debitamente.

In apparenza queste considerazioni denotano amore di chiarezza, ma in realtà esse sostituiscono (sia pure implicitamente) ad una disputa storicamente avvenuta una disputa finta ad arbitrio.

A noi sembra che una messa a punto su questa celebre controversia sia utile per due ragioni.

In primo luogo si ristabilisce la verità storica a proposito di un evento indubbiamente importante, relativamente al quale le idee correnti sono generalmente errate.

Ma potremmo aggiungere che l'interesse è pure attuale. Ed infatti oggi troppo spesso si parla leggermente di questioni prive di senso. Dato che la controversia di cui vogliamo occuparci si ritiene da parecchi priva di contenuto (ma a torto) crediamo che un esame obbiettivo della reale situazione possa fornire qualche utile insegnamento nei riguardi di un punto cruciale dell'attuale filosofia scientifica.

2. Il pensiero di Descartes.

La proposizione cartesiana contestata da LEIBNIZ è spesso espressa così ⁽⁵⁾: Dio conserva nel mondo la stessa quantità di moto.

L'inserzione del termine Dio non è presentemente affatto superflua poichè quando DESCARTES vuole giustificarla non trova di meglio che ricorrere alla bontà del Creatore. Ma possiamo sul momento astrarre da tale circostanza. Diciamo dunque: Nel mondo si conserva la stessa quantità di moto.

(5) Della questione DESCARTES si occupa in modo sistematico nel suo trattato « *Principia Philosophiae* », Cfr. *Oeuvres philosophiques de Descartes* Paris 1842, pag. 273-420, (vedi specialmente p. 314-320).

Questa asserzione deve essere considerata un postulato fondamentale della sua filosofia ed è vano perciò cercare una giustificazione rigorosa dedotta da principi più generali. Tuttavia essa è molto naturale quando la si confronti con le affermazioni più generali concernenti la natura del mondo fisico.

È ben noto che la filosofia naturale di DESCARTES è dominata essenzialmente da un meccanicismo radicale che somiglia molto a quello degli antichi atomisti greci. Ad entrambi le concezioni si può applicare la celebre equazione: Mondo = materia + movimento.

Vi sono però anche cospicue differenze. Mentre per gli atomisti greci gli atomi sono frammenti indivisibili ed invariabili di una materia omogenea e mobili nel vuoto infinito, DESCARTES nega anche il vuoto. Il suo meccanicismo può essere definito meccanicismo del continuo. L'essenza della materia è l'estensione. Il vuoto è quindi un assurdo logico, nè si può parlare in senso proprio di condensazione e di rarefazione. Tanto nell'atomismo ellenico quanto nel meccanicismo di DESCARTES alla materia è sottratta ogni virtù attiva. In queste concezioni è evidente che il divenire cosmico si identifica col divenire meccanico.

Il moto è naturalmente ingenerabile. Ma se questo è vero bisogna pure ammettere che esso è parimenti indistruttibile. In caso diverso chi lo ricostituirebbe? Per conseguenza il moto si conserva. Questa affermazione è comune ad ogni forma di meccanicismo radicale (6). È vero che DESCARTES, materialista in fisica, aderisce però ad una forma sui generis di spiritualismo cristiano. Ma ammettere l'intervento di Dio volta per volta per spiegare l'origine dei movimenti particolari dei corpi non sarebbe apparso verosimile a nessuno, nè a DESCARTES nè ai contemporanei. Resta quindi da ammettere che il moto attualmente presente nel mondo è una continuazione dell'impulso iniziale dato da Dio alla materia nell'atto della creazione.

Ma questa conservazione del movimento esige una precisazione.

Risulta dall'esperienza che il moto non resta in perpetuo attaccato alla stessa particella di materia. Può trasmettersi ad un'altra particella, ma in che modo?

(6) F. ENRIQUES crede che DEMOCRITO abbia ammesso il principio d'inerzia, sebbene ciò sia negato da autorevoli storici della filosofia. Certamente sarebbe stato costretto a farlo dalla logica del sistema. Cfr. F. ENRIQUES e G. DE SANTILLANA, *Compendio di Storia del Pensiero Scientifico*, Bologna, 1937, pag. 85.

A nessuno può sfuggire che, nella filosofia cartesiana, la legge di equivalenza tra due movimenti associati a particelle diverse è addirittura essenziale.

Ed infatti, mentre DESCARTES, che pure era un abile matematico, parla quasi sempre, nel definire il suo sistema del mondo, in modo vago e qualitativo, nel problema dell'urto assegna delle regole ben determinate. Diciamo ben determinate, ma tutt'altro che esatte. Chi si prende la pena di leggerle, anche se è animato da benevolenza verso il grande pensatore, riporta l'impressione che esse sono per lo meno molto strane e più strane ancora appaiono le motivazioni.

Non potendo riportare ed esaminare queste regole, ci limitiamo peraltro a segnalare una conclusione essenziale.

DESCARTES ammette che nei problemi di urto si conservi la quantità di moto. ma l'uso di questa espressione non deve trarre in inganno, inducendo nella mente false analogie con il contenuto dell'equivalente espressione della dinamica newtoniana. Questa è una grandezza vettoriale, la quantità di moto cartesiana è invece una grandezza scalare. Volendola tradurre in formule si potrebbe scrivere così (7):

$$\Sigma m | v | = \text{cost.}$$

Un cartesiano sarebbe rimasto inorridito se avesse udito che due corpi uguali i quali procedono l'uno contro l'altro con uguali velocità hanno quantità di moto nulla.

Egli avrebbe risposto indubbiamente che essa è uguale a $2 m | v |$.

(7) Nella definizione di quantità di moto e di energia cinetica è implicito il concetto di massa. Come lo definivano DESCARTES e LEIBNIZ? Molti critici trovano oscura anche la definizione che ne darà NEWTON. Perciò non bisogna meravigliarsi se altrettanto accade per i predecessori di NEWTON. Per DESCARTES, che identifica l'essenza della materia con l'estensione, non dovevano esistere dubbi. Date due particelle di materia in moto, a prescindere dalla differenziazione che può provenire dai moti interni, la massa non può non essere proporzionale al volume. LEIBNIZ usa le parole « *moles, pondus* », talvolta anche *massa*, senza peraltro precisarne il significato. È probabile che la ritenesse proporzionale al peso. Peraltro nei problemi di urto, da lui considerati in questa questione, possiamo liberarci dalla difficoltà restringendo il campo di applicazione, limitandoci cioè a considerare corpi omogenei e di diverso volume.

Se facciamo attenzione più allo spirito che alla lettera della teoria cartesiana, se vogliamo cioè pensare questa come una vaga anticipazione di quella che diventerà comune dopo NEWTON, si deve dire che il concetto cartesiano di quantità di moto è più vicino al concetto di energia cinetica che a quello che oggi esprimiamo con lo stesso nome.

Questa constatazione è essenziale e ci fa comprendere abbastanza bene le ragioni dell'intervento di LEIBNIZ.

3. L'intervento di Leibniz.

La polemica di LEIBNIZ contro i cartesiani ebbe inizio nell'anno 1686 con una nota pubblicata negli « Acta eruditorum » di Lipsia ⁽⁸⁾: « *Brevis demonstratio erroris memorabilis Cartesii et aliorum circa legem naturalem, secundum quam volunt a Deo eamdem semper quantitatem motus conservari, qua in re mechanica abutuntur* ».

A questa fanno seguito altre note, mediante le quali, oltre che confutare le obiezioni sollevate dalla scuola cartesiana, precisa meglio il suo pensiero.

Non è possibile una relazione minuta circa il contenuto di queste note. Ci limiteremo perciò a riassumere i punti essenziali.

Diciamo subito che nella trattazione leibniziana non mancano i punti oscuri, specialmente se vogliamo giudicare con mentalità molto positivista. Ma questa constatazione non giustifica le false interpretazioni alle quali abbiamo prima accennato.

Riferendo circa l'opinione dei cartesiani egli dice che costoro « *vim motricem aestimant a quantitate motus, sive producto ex multiplicatione corporis in celeritatem* ».

Il significato del termine « *vis motrix* » ovvero « *forza motrice* » è alquanto oscuro ma una sufficiente chiarificazione si conseguirà dall'esame del seguito.

In breve il ragionamento di LEIBNIZ è il seguente ⁽⁹⁾.

Suppongo, egli dice, che un corpo cadente da una certa altezza acquista la capacità di tornare al punto di partenza, facendo astrazione dalle resistenze passive. Suppongo inoltre che, per elevare un corpo di una libbra all'altezza di quattro braccia, si

⁽⁸⁾ Acta eruditorum a. 1686. L'articolo è riprodotto nella collezione: « Leibnizii Opera Omnia », T. III, p. 180; Genevae 1768.

⁽⁹⁾ Si trovano nella collezione citata a pag. 194 e 200.

richieda la stessa forza che per innalzare un corpo di quattro libbre all'altezza di un braccio. Queste asserzioni sono condivise da tutti i filosofi, anche dai cartesiani.

Ma, se questo è vero, la forza acquistata da due corpi *A* e *B*, pesanti rispettivamente quattro libbre ed una libbra, cadenti rispettivamente da due altezze di un braccio e di quattro braccia, sono uguali.

Ciò posto, vediamo se sono uguali le quantità di moto.

Se accettiamo la legge di GALILEO, vediamo subito che questo non è vero. Essendo infatti le velocità proporzionali alle radici quadriche delle altezze, è manifesto che, nel caso in esame, non sono uguali le quantità di moto ma i prodotti della mole del corpo per i quadrati delle velocità.

« Da questo è manifesto che la forza deve essere valutata dalla quantità dell'effetto che essa può produrre, per esempio dall'altezza alla quale essa può elevare un corpo di grandezza e specie determinata, e non già dalla velocità che essa può imprimere al corpo »
« Nihil est probatione nostra simplicius »

I cartesiani non si lasciarono convincere da questo ragionamento. L'abate CONTI scrisse una nota contro l'argomentazione di LEIBNIZ nella quale in sostanza fa intervenire il tempo. Un corpo di una libbra che cade da quattro braccia di altezza acquista una velocità doppia rispetto ad un corpo di quattro libbre che cade dall'altezza di un braccio, ma ciò avviene in un tempo doppio. Questa circostanza non sarebbe tenuta nel debito conto da LEIBNIZ.

Costui risponde ⁽¹⁰⁾: Se i cartesiani mi concedono che due corpi hanno la stessa forza 'pur avendo diverse quantità di moto, ciò mi basta. Non chiedo altro. Il condizionare la validità della regola cartesiana all'uguaglianza dei tempi non ha importanza. Ma non credo che i matematici trovino seria questa restrizione. La forza di un corpo in moto (la capacità cioè di operare un certo effetto) dipende manifestamente dalle condizioni attuali e non già dagli antecedenti che hanno realizzato queste condizioni. Negare questo equivarrebbe a dire che la ricchezza di un uomo dovrebbe essere valutata non già da ciò che egli possiede ma dal tempo che ha impiegato ad arricchire. Del resto nell'esempio citato (caduta di due corpi *A* e *B* da diverse altezze) possiamo benissimo uguagliare i tempi facendo discendere uno di essi lungo un piano inclinato, ferme restando le velocità finali.

(10) Op. cit. pag. 194.

Proseguendo nei suoi ragionamenti egli dimostra che nell'opinione dei cartesiani si avrebbe il moto perpetuo. Questa argomentazione è esposta con la massima cura nell'articolo « *De causa gravitatis* » (11). LEIBNITZ vuole evitare diligentemente il pericolo di essere frainteso, vuole prevenire il falso giudizio diventato comune dopo un secolo di distanza, che cioè la sua sia una questione di parole.

Io non proibisco, dice egli esplicitamente, ai cartesiani di chiamare forza (noi diremmo l'energia cinetica) il prodotto della massa per la velocità. Fin qui si può dire che la questione è di parole. Ma quando si tratta di asserire un principio di conservazione la cosa cambia aspetto. La grandezza così definita dai cartesiani non gode della proprietà di restare immutata negli scambi di moto di due o più corpi.

Accettando questa asserzione dei cartesiani si urta nell'inconveniente del moto perpetuo. Per dimostrarlo LEIBNITZ escogita una esperienza concettuale (come si direbbe oggi).

Supponiamo di avere due corpi *A* e *B*, rispettivamente di quattro e una libbra. *B* sia inizialmente quiescente in una linea orizzontale *MN*. Supponiamo che *A* sia collocato ad un piede di altezza dall'orizzontale ed abbia inizialmente velocità nulla. Ciò, posto, facciamo discendere *A* lungo una linea inclinata che termini nell'orizzontale data. Infine *A* urti *B* con la velocità acquisita e supponiamo che l'intero moto di *A* si trasferisca in *B*. Secondo i cartesiani *B* dovrebbe acquistare una velocità quattro volte maggiore. Ma ammesso questo ed accettando le leggi di GALILEO si dedurrebbe che *B* è in grado di giungere ad una altezza di 16 piedi. Dopo ciò, utilizzando una leva opportuna, possiamo far sì che, mentre *B* ritorna sul piano orizzontale con una velocità vicina a zero quanto vogliamo, *A* torni ad una altezza di quattro piedi. Avremmo cioè realizzato un esperimento nel quale tutti gli elementi del sistema sono tornati nelle condizioni iniziali salvo che un corpo che prima era ad una altezza di un piede dall'orizzontale ora si trova ad una altezza di quattro piedi. In sostanza abbiamo realizzato il moto perpetuo.

Questo inconveniente non si verifica se, nell'urto di *A* con *B*, ciò che rimane invariato non è già il prodotto della massa per la velocità ma il prodotto della massa per il quadrato della velocità.

Ma il moto perpetuo è per LEIBNITZ un assurdo. « *Quae quidem absurda esse nemo intelligens diffitebitur* »,

(11) Op. cit. p. 228.

4. Giudizio sull'opera di Leibniz. Prosecuzione della disputa con l'intervento di Dionisio Papin.

Da quanto abbiamo detto appare subito che LEIBNIZ, invocando come postulato essenziale delle sue considerazioni l'esclusione del *perpetuum mobile* di prima specie si fonda su una base solidissima. Egli merita senza dubbio un posto onorevole tra i percursori del principio di conservazione dell'energia.

Chi legga attentamente la prima memoria di R. MAYER (1842) ⁽¹²⁾ riporta l'impressione che parecchie considerazioni sembrano prese di peso dalle memorie di LEIBNIZ.

Risulta pure evidente che la controversia non è di parole ma che essa ha pure un contenuto fisico.

Per evitare il pericolo di essere frainteso su questo punto egli pone ai cartesiani domande perentorie che si riassumono in questa formulata con l'aiuto del solito esempio: Se un corpo di quattro libbre avente velocità unitaria urta un corpo quiescente di una libbra e gli trasferisce tutta la velocità (ossia dopo l'urto *A* resta quiescente) con quale velocità *B* deve muoversi?

I cartesiani risponderanno che si dovrà muovere con velocità quattro volte maggiore, ma allora abbiamo il moto perpetuo.

Se i cartesiani e LEIBNIZ rispondono ad una questione avente un contenuto fisico è chiaro che la disputa non è di parole.

C'è tuttavia un punto debole nell'argomentazione di LEIBNIZ e questo fu fatto rilevare da un cartesiano molto sottile, DIONISIO PAPIIN ⁽¹³⁾.

LEIBNIZ ammette implicitamente che quando un corpo di quattro libbre urta un corpo quiescente di una libbra riesca a trasferirgli tutta la sua forza. Se questo fosse vero allora LEIBNIZ avrebbe ragione. Il corpo urtato dovrebbe muoversi con velocità doppia e non quadrupla, altrimenti avremmo davvero il moto perpetuo. In tal caso mi arrendo, dice PAPIIN; « *victas manus dabo* ». Ma questo non è il caso.

L'osservazione è sottile. Infatti sappiamo dalla meccanica moderna che nell'urto elastico la supposizione leibniziana, nell'esempio da lui proposto, non sarebbe vera. La pura ammis-

⁽¹²⁾ R. MAYER. Lieb. Ann. 42. pag. 233, 1842. *Bemerkungen über die Kräfte der unlebendes Natur*.

⁽¹³⁾ D. PAPIIN, « Acta eruditorum », a 1691 p. 6.

sione della conservazione dell'energia cinetica non lascia vedere come debbano ripartirsi le velocità dopo l'urto. Si avrebbero infinite soluzioni. Solo aggiungendo il principio di conservazione della quantità di moto abbiamo una soluzione determinata.

Bisogna confessare che la risposta di LEIBNIZ non è interamente soddisfacente. Essa si può riassumere così:

In primo luogo non è necessario, per la forza della mia argomentazione, che la supposizione fatta sia direttamente realizzabile.

Io sostengo che le forze di due corpi A e B in moto, dei quali uno abbia massa quattro volte maggiore e velocità quattro volte minore dell'altro non possono essere equivalenti, poichè sostituendo una realtà all'altra si avrebbe il moto perpetuo. Che questa sostituzione sia reale o ideale poco importa. Del resto i cartesiani concedono che il corpo minore possa trasferire tutta la sua velocità al corpo maggiore. Ma se in questo trasferimento si conservasse la quantità di moto si avrebbe un grave inconveniente. La causa e l'effetto non sarebbero equivalenti.

Inoltre, anche se il trasferimento integrale del moto dal corpo maggiore al corpo minore non può avvenire direttamente esso può tuttavia avvenire indirettamente (*mediate et per ambages*). Basta questo per ricadere nel solito inconveniente. Se al termine di un certo processo fisico tutto è tornato alle condizioni iniziali, salvo che A è diventato quiescente e B ha acquistato una certa velocità, se non vogliamo avere il moto perpetuo, bisogna che si conservino le energie cinetiche ⁽¹⁴⁾.

In linea di massima si può dire che LEIBNIZ, nel replicare a questa istanza, si comporti bene ma indubbiamente si sente che qualche cosa gli sfugge.

Questo qualche cosa è proprio la conservazione della quantità di moto, intesa peraltro in senso newtoniano.

Diciamo in senso newtoniano, poichè qualcuno sarebbe tentato di dire che tanto LEIBNIZ quanto i cartesiani possedevano una parte di verità. LEIBNIZ vuole che nell'urto si conservi l'energia cinetica i cartesiani vogliono che si conservi la quantità di moto, e non è forse vero che la teoria moderna dell'urto elastico si basa su entrambi?

⁽¹⁴⁾ Op. cit. p. 228.

⁽¹⁵⁾ LEIBNIZ propone alcuni modi con i quali sarebbe possibile il trasferimento totale del moto da A a B , ma non si possono considerare del tutto soddisfacenti.

In realtà però questa reciproca integrazione non è possibile, poichè la quantità di moto cartesiana, come abbiamo già più volte rilevato, è una grandezza scalare. e non già vettoriale.

Così nell'esempio più volte usato da LEIBNIZ si potrebbe soddisfare ad entrambi i due postulati, ma questo non accade sempre.

Dopo LEIBNIZ è stato mostrato da NEWTON con un esempio particolarmente idoneo che la quantità di moto in senso cartesiano non può conservarsi. Supponiamo che due masse uguali siano collocate agli estremi di un'asta rigida AB rotante uniformemente intorno al suo baricentro O mentre questo si sposta con velocità costante. È manifesto che la quantità di moto in senso cartesiano, cioè, $M_1 |V_1| + M_2 |V_2|$ non si conserva ⁽¹⁶⁾, mentre si conserva la quantità di moto vettoriale $M_1 \underline{V}_1 + M_2 \underline{V}_2$.

Conclusione.

Da quanto abbiamo esposto è agevolmente rilevabile che nella disputa tra LEIBNIZ ed i cartesiani si fa largo uso di termini molto generali, quali, ad es., causa effetto, forza, equivalenza etc.

È chiaro che, se non si pone molta cura nel mettersi preventivamente d'accordo sul rispettivo contenuto, si rischia di fare questione di parole, o comunque si rende difficile una razionale composizione della vertenza.

Nessuno dei contendenti ha perfettamente adempiuto al proprio dovere a questo riguardo. Ma sarebbe forse stato possibile?

Comunque sia, questa constatazione spiega ma non giustifica l'opinione oggi largamente diffusa, corroborata dall'autorità di D'ALEMBERT e MACH, che la disputa poggiasse in sostanza su malintesi.

Come osserva giustamente MAX PLANCK ⁽¹⁷⁾: « Non si può disconoscere che nella su riferita disputa era inerente un più profondo contenuto; poichè i contendenti, anche se si esprimevano solo incidentalmente e poco chiaramente, erano d'accordo fino ad un certo punto circa il contenuto della parola forza. DESCARTES e LEIBNIZ avevano una idea, per quanto non precisa, dell'esistenza di un principio che asseriva la indistruttibilità di un qualche

⁽¹⁶⁾ I. NEWTONII, Opera, Londini, 1782 T. IV p. 258.

⁽¹⁷⁾ M. PLANCK, *Das Prinzip der Erhaltung der Energie*, Leipzig 1887 p. 7-8.

cosa da cui provenivano tutti i movimenti e tutte le mutazioni nel mondo.

Nella catena di cause e di effetti dai quali è costituito il divenire nel mondo non può esistere nè aumento nè diminuzione. Se chiamiamo questo qualche cosa forza, abbiamo una rappresentazione imperfetta di ciò che nel concetto di forza costituisce il punto di partenza dei due modi di pensare.

Con ciò diventa possibile una differenza di contenuto nell'asserzione di DESCARTES e di LEIBNIZ, secondo le quali la vera misura delle forze è la quantità di moto o la forza viva. Se la polemica fosse stata condotta secondo questa forma precisa, LEIBNIZ avrebbe avuto ragione ».

Noi pensiamo che, sebbene LEIBNIZ non abbia precisato il suo pensiero quanto sarebbe stato desiderabile, tuttavia ha posto la questione di modo tale che non si può contestare il suo contenuto fisico e ne ha assegnato la giusta soluzione.

Dobbiamo tuttavia osservare che la prima nota di LEIBNITZ precede di appena un anno la comparsa dei « *Principia* » di NEWTON. Contemporaneamente HUYGHENS ⁽¹⁸⁾, fondandosi sul principio di relatività, dava una soluzione mirabilmente esatta e completa del problema dell'urto elastico. I contributi di questi due sommi hanno oscurato quelli comparativamente minori di LEIBNIZ. I successivi cultori della meccanica hanno fatto confusione tra il significato che compete al termine forza del sistema di LEIBNIZ e di NEWTON. Questo equivoco ha fatto realmente degenerare la questione in una futile questione di parole. Ma di questa degenerazione non è responsabile LEIBNIZ. Sono responsabili i cattivi interpreti.

Le speculazioni leibniziane sulla conservazione delle forze vive costituiscono un forte progresso verso la scoperta del principio di conservazione dell'energia.

(18) È questo il primo esempio, per quanto ci consti, di sistematica applicazione del principio di relatività all'invenzione di leggi naturali.