
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

ALFREDO PERNA

Ricordo di Ernesto Cesàro (1859–1906).

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. 11
(1956), n.3, p. 457–468.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1956_3_11_3_457_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Ricordo di Ernesto Cesàro. ⁽¹⁾

(1859 - 1906)

Nota di ALFREDO PERNA (a Roma)

Il 12 settembre 1906 periva tragicamente a Torre Annunziata (Napoli) ERNESTO CESÀRO ⁽²⁾, nel sublime — ma, purtroppo, vano — slancio di salvare il figlio Maulio diciassettenne, che le onde del mare, particolarmente agitate in quel giorno, avevano preso e travolto, mentre, coi fratelli e col padre, faceva l'abituale bagno pomeridiano. Crudеле destino che privava la scienza di uno dei suoi migliori figli, lasciando in un lutto profondo una sposa e sette figli. E il rimpianto di una sì grande perdita non poteva non essere vivo ed unanime.

Giustamente fu osservato subito, e ripetuto poi più volte, che nessuno avrebbe potuto, con sicura coscienza, affermare di cono-

(¹) Nel cinquantenario della morte del grande matematico italiano è doveroso rievocarne la nobile figura; e, perchè la rievocazione risponda il più possibile alla realtà, conviene rifarsi alle commemorazioni che se ne fecero subito dopo la morte. Ricordiamo, tra le tante (che possono ritrovarsi in Atti di Accademie o in Riviste scientifiche dell'epoca (1906-07)), quelle di:

CERRUTI, V. - *Rendiconti dell'Accademia dei Lincei, classe di scienze fis. mat. e nat.*, vol. XVI, serie 5^a, 1^o sem. 1907, pag. 76-82.

DEL PEZZO, G. - *Rendiconti dell'Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli*, 1906, pp. 18.

PASCAL, E. - *Rendiconti dell'Ist. Lomb. di sc. e lett.*, s. II, vol. XXXIX, 1906, pag. 916-920.

TORELLI, G. - *Atti dell'Acc. Pontaniana*, vol. XXXVIII, pp. 5.

- *Annuario scolastico dell'Un. di Napoli*, 1906-07, pp. 18.

AMODEO, F. - *Periodico di Matematica*, vol. XXII, 1906, pp. 7.

ALASIA, C. - *Riv. di Fis., Mat. e Sc. Nat. (Pavia)*, a. VIII, pp. 30.

NOBILE, V. - *Boll. di Matem.*, a. V, 1906, pp. 8.

PERNA, A. - *Giorn. di Matem. di Battaglini*, vol. XLV (14^o della 2^a serie), pag. 299-333,

Tutte rispecchiano le doti del CESÀRO, ma forse la 1^a, la 2^a, la 6^a, la 7^a e l'8^a ne danno una più completa espressione, specie in relazione alla vita dell'uomo. La 2^a, la 4^a e l'8^a contengono anche l'elenco delle opere; e quest'ultima anche quello delle centinaia di questioni risolte dal C. e da altri proposte.

(²) Cfr. Commemorazioni PASCAL e DEL PEZZO (loc. cit.).

scere CESARO interamente, tanto complessa era la figura dello scienziato, del maestro, dell'uomo, in cui le alte qualità dell'intelletto mirabilmente s'intrecciavano, fino a confondersi, con quelle morali.

E, infatti, Egli s'imponeva — sbalordiva — per la genialità delle concezioni e l'eccezionale spirito d'iniziativa; per la versatilità dell'ingegno; per la brama di estendere le ricerche a nuovi campi; per la padronanza assoluta degli algoritmi di calcolo, creati talvolta da Lui stesso; per la somma eleganza e chiarezza del dettato; per i pronti e incisivi interventi nelle discussioni scientifiche.

E s'imponeva anche per la Sua cultura eclettica (3); per l'instancabile operosità; per la bontà inesauribile dell'animo; per l'inflessibilità del carattere; per la fermezza nei sentimenti di gratitudine e di amicizia; per l'innata modestia che lo rendeva estremamente riservato e schivo di lodi e di onori, trovando Egli ogni soddisfazione nel lavoro compiuto (4).

* * *

Le vicende della vita del CESARO non furono sempre liete; tutt'altro, ché la Sua esistenza, e fin dagli anni giovanili, fu travagliata da non pochi disagi economici, per mancanza di mezzi e pel continuo crescere della Sua famiglia (5), e amareggiata da critiche insidiose al Suo insegnamento rinnovatore e alla Sua indole indomabile, refrattaria assolutamente ad ogni compromesso.

A quindici anni, il padre — agiato industriale di Torre Annunziata — lo ritira dagli studi ginnasiali e, volendo farne un ingegnere, Lo manda a studiare a Liegi, dove trovavasi un altro figlio — Giuseppe (6) — che Gli fu ottima guida per gli esami di ammissione all'*École des mines*. Il giovinetto, cui sembrava mancare ogni inclinazione per la matematica, si rivela subito fornito,

(3) Dice DEL PEZZO (loc. cit.): « Amava moltissimo i poeti, e soprattutto de Musset, Baudelaire, Lamartine e Béranger; aveva una larghissima cultura letteraria, tanto che sapeva scrivere elegantemente in versi; ma lo celava gelosamente. Aveva tradotto alcuni canti dell'Heine con forma tersa e smagliante. Possedeva conoscenze molto estese in diversi campi delle scienze naturali ».

(4) Gli elementi da tener presente per una fedele costruzione della figura di E. CESARO sono enucleati, con parola commossa, nella Commemorazione fatta da G. TORELLI all'Acc. Pontaniana di Napoli (loc. cit.).

(5) Nel 1836, ancora studente, aveva già moglie e tre figli.

(6) GIUSEPPE CESARO fu insigne professore di Mineralogia e cristallografia.

invece, di qualità eccezionali per lo studio di tale disciplina, talchè Gli fu facile superare brillantemente gli esami.

All' *École des mines* conosce CATALAN e NEUBERG, ed ecco che nel 1878 (quando aveva, cioè, appena 19 anni) compaiono alcune Sue note originali nella *Nouvelle Correspondance de Mathématiques* diretta da CATALAN e altre ne vengono pubblicate negli anni successivi. Comincia così la Sua portentosa ascesa, per cui CATALAN — in una lettera a SIACCI — può chiamarlo « *mon prodigieux élève* » e — in una lettera a CREMONA — Lo preconizza « *futuro grande geometra* ».

Ma rovesci di fortuna e la morte del padre — avvenuta nel 1879 — Gli rendono difficile il soggiorno a Liegi e Lo obbligano a peregrinare (con qualche assegno del Suo comune natlo e coi proventi di lezioni private) fra il Belgio, la Francia e l'Italia.

Nel 1876-77 spera di poter essere iscritto alla Facoltà di Napoli, ma le Sue speranze sono deluse, vietando il regolamento universitario l'accesso a chi manca del diploma di licenza da una scuola media superiore. Torna a Liegi; ma la passione per la matematica (accentuatasi forse a Napoli, a contatto di una scuola tanto diversa da quella belga che era volta più alle applicazioni che ai fondamenti teorici) Lo induce, nel 1882, a passare un anno (ma effettivamente vi resta pochi mesi) a Parigi, dove frequenta le lezioni di HERMITE, DARBOUX, SERRET, CHASLES, entrando subito nella simpatia e nella stima dei Suoi maestri, specialmente dell'HERMITE.

Intanto le condizioni economiche diventano sempre più difficili — quasi disperate (ha già moglie e una bambina) — e CATALAN scrive a CREMONA perchè si adoperi per venire in aiuto al giovane italiano. L'aiuto venne dal Comune di Torre Annunziata, e CESARO poté così iscriversi nel 1883-84 — senza alcuna licenza da scuola secondaria, ma solo in base ai Suoi meriti scientifici (aveva già pubblicato una trentina di note e il libro « *Sur diverses questions arithmétiques* » che doveva renderlo celebre) — al 4° anno della Facoltà matematica di Roma.

* * *

Alla scuola di CREMONA, BATTAGLINI e CERRUTI — e ancora sotto l'influenza delle lezioni di HERMITE e DARBOUX — l'orizzonte degli studi Gli si allarga. E dà, unendo felicemente l'analisi all'aritmetica superiore, quelle meravigliose « *Excursions mathématiques à l'infini* » che tanta rinomanza dovevano darGli. Nello stesso tempo scrive di questioni di meccanica e di probabilità, delle funzioni olomorfe (ampliando anche, elegantemente, alcuni risultati

del LAGUERRE) (7), di geometria intrinseca (la cui prima ispirazione pare Gli fosse stata fornita dalle lezioni di DARBOUX e da alcune memorie di RIBAUCCOUR). Scrive di proprietà dei gruppi più volte transitivi, di calcolo simbolico, di alcuni teoremi di STIELTJES, della teoria dei numeri, della teoria delle serie, mettendosi arditamente nella via battuta da HERMITE e servendosi, pertanto, di tutte le risorse che i metodi di CAUCHY potevano offrire.

Sono bene una cinquantina le memorie — molte di notevole importanza — che pubblicò nel biennio 1884-85, e sui più svariati argomenti, tanto che c'è da domandarsi se veramente non ci fosse qualche cosa di miracoloso in questo giovane, cui l'osservazione e la riflessione — arricchite di una grande intuizione e di una grande facoltà assimilatrice — permettevano di cogliere l'aspetto più significativo di ogni scritto che occasionalmente Gli cadeva sott'occhio e agivano così potentemente da far vibrare ogni corda del Suo essere.

* * *

E qui va subito osservato che se le scuole matematiche francese e italiana Gli scoprirono nuovi orizzonti, non furono certo esse a disciplinare le energie creative del CESARO, ché Egli — pur apprezzando l'altrui lavoro, anzi segnalandolo con compiacimento specialmente ai Suoi allievi — fu insofferente di ogni preordinato sistema di lavoro.

A contatto dell'altrui pensiero, non si piegava a seguirne il corso; ma reagiva fortemente con nuove vedute, con nuove impostazioni, e, quindi, con procedimenti più semplici e più rapidi, con generalizzazioni più feconde di risultati.

CESARO non fu mai quello che comunemente s'intende per « bravo scolaro »; non Glielo permetteva assolutamente l'irrequietezza della Sua mente, cui era impossibile mettere freno. Non era, no, un ribelle; ma apprendeva e produceva quando e come dentro Gli dettava; e, più che passare le ore sui libri altrui, preferiva la gioia del Suo lavoro, che, pertanto, non poteva non riuscirgli facile e abbondante (8)

(7) Dei risultati sulle funzioni olomorfe molto si rallegrò l'HERMITE, non solo con CESARO, ma con i Suoi maestri.

(8) G. DEL PEZZO (loc. cit.) ricorda che CESARO, una volta ebbe a confessargli « di non aver mai provata quella angoscia tormentosa della difficoltà insoluta, che si inchioda nel cervello e lo tormenta per giorni, per mesi ».

* * *

A Roma avrebbe voluto laurearsi, ma — per quella timidezza, di cui non seppe mai spogliarsi completamente, nonostante la vigoria e la fermezza delle Sue idee — non riusciva decidersi a presentarsi agli esami speciali preliminari, dei quali dette (e brillantemente si capisce) soltanto quello di analisi. Nella dissertazione di laurea — sul calcolo isobarico — non portata a termine, o per lo meno mai pubblicata, CESÀRO — c'informa CERRUTI (loc. cit.) — « *prendeva le mosse dai risultati noti intorno alle funzioni simmetriche delle radici delle equazioni algebriche, ma, colla Sua mente elastica — allargando la forma ed il contenuto del calcolo — faceva rientrare nel suo dominio la teoria dei numeri di Eulero e di Bernoulli, la serie di Lagrange, il calcolo delle differenze finite e delle equazioni alle differenze finite* ». Saggi ne apparvero nel Giornale di BATTAGLINI e nelle *Nouvelles Annales de Mathématiques*.

Ancora studente, nel 1886, concorre, per suggerimento dei Suoi maestri, alla cattedra di Calcolo infinitesimale a Messina e a quella di Algebra complementare a Napoli, riuscendo 1° vincitore nella prima, 2° vincitore, con lieve scarto dal primo (°), nella seconda. Aveva solo ventisette anni e già le Sue memorie superavano il centinaio. In base al risultato dei concorsi, il Ministero lo nomina a Palermo alla cattedra di Algebra complementare lasciata dal CAPELLI, e, poco dopo, l'Università di Roma Gli conferisce la laurea *ad honorem* per meriti scientifici.

* * *

L'insegnamento pone CESÀRO di fronte a impegnative responsabilità. Non si tratta più di scegliere *a piacere* il lavoro e portarlo a termine coi metodi che più aggradano: no; ora incombono le esigenze di un insegnamento ordinato e con programma ben definito. E CESÀRO — che, lealmente, confessava di ignorare molte delle cose che doveva insegnare, perchè a Liegi, col CATALAN, non aveva mai seguito un corso regolare di algebra come s'intendeva qui da noi — s'induce a rinnovare la Sua cultura, risalendo alle migliori fonti dell'analisi: all'*Introductio in Analysis infinitorum* di EULERO, al *Cours d'Analyse algébrique* di CAUCHY. Ma la Sua esuberanza non Gli permette di trasportare, senz'altro, l'opera altrui nelle Sue lezioni, che, pertanto, subito si dimostrano, per forma e

(°) ALFREDO CAPELLI, già di ruolo a Palermo.

contenuto, assolutamente originali. Egli appare così, e lo è effettivamente, un riformatore, il che, però, non piace a molti, abituati ad adagiarsi su vecchi e superati schemi ⁽¹⁰⁾.

Sono le prime amarezze, cui Egli, peraltro, reagisce fermentante e senza deflettere; amarezze che si ripeteranno più tardi, a Napoli, dove passa nel 1891 a insegnare Calcolo infinitesimale, e dove, come a Palermo, detta lezioni assolutamente originali, nonostante che si fosse proposto di seguire quelle del Suo predecessore, il BATTAGLINI.

Le lezioni di Algebra complementare videro la luce nel 1894 nel famoso « *Corso di Analisi algebrica con introduzione al calcolo infinitesimale* »; quelle di Calcolo infinitesimale, una prima volta nel 1894 e una seconda volta (notevolmente ampliate) nel 1905, negli « *Elementi di Calcolo infinitesimale* », la cui risonanza non fu minore di quella del Corso di analisi.

I due volumi furono poi tradotti — e fusi in modo da formare un libro solo, il « *Lehrbuch der algebraischen Analysis und der Infinitesimalrechnung* — dal KOWALEWSKI; e anche nella edizione tedesca ebbero grande successo.

Giudizi sui due volumi si trovano nelle Commemorazioni citate in nota alla prima pagina del presente « Ricordo »; ma qui ci piace ripetere quelli di HERMITE e di CERRUTI, per quanto molto espressivo sia anche quello di MANSION e NEUBERG ⁽¹¹⁾.

Scrivono HERMITE a CESÀRO a proposito dell'Analisi algebrica: « *Vous avez trouvé le secret de dépouiller la science des difficultés pour n'en laisser paraître que le charme et le puissant intérêt. Votre livre se lit sans aucun effort, mérite précieux, toujours rare, dont Gauss et Jacobi ont donné d'admirables exemples trop peu suivis à notre époque...; comme eux vous avez..., traité chaque détail en y laissant trace de votre don d'invention* ».

E CERRUTI, parlando di entrambi i libri: « *L'eleganza della forma, la semplicità dei mezzi impiegati anche negli argomenti più ardui e spinosi, la grande varietà delle applicazioni li rendono di studio dilettevole e suggestivo. Questi pregi li faranno sempre consultare con profitto dai giovani, i quali amano procurarsi una*

⁽¹⁰⁾ Una nuova aria nell'insegnamento dell'analisi algebrica era, è doveroso ricordarlo, entrata già con le lezioni del CAPELLI, delle quali la parte introduttoria scritta in collaborazione col GERBALDI, costituisce il bel « *Corso di Analisi algebrica* » pubblicato nel 1886, per i tipi Sacchetto, Padova. Ma il CESÀRO andò ben oltre con le sue vedute.

⁽¹¹⁾ PERNA, loc. cit., pag. 315.

cultura da un lato soda ed estesa, dall'altro lontana da una critica esagerata ed intempestiva che spenga l'attitudine alla ricerca originale ».

* * *

Non pochi furono i corsi superiori impartiti a Palermo e a Napoli. Ricordiamo: *Introduzione alla teoria matematica dell'elasticità; Teoria delle superficie; Funzioni ellittiche; Teoria dei numeri; Geometria differenziale (nell'indirizzo classico); Superficie di Riemann; Calcolo assoluto del Ricci; Teoria dei gruppi; Teoria analitica del calore e del potenziale; Geometria intrinseca; Geometria non euclidea; Idrodinamica; Elettricità e magnetismo del Maxwell.* A proposito di quest'ultimo corso, tenuto dal CESÀRO appena trentenne, BELTRAMI che ne ebbe conoscenza — forse per via epistolare — non esitò a dichiarare che « sarebbe stato desiderabile che un'elaborazione radicale e trionfante delle teorie del Maxwell fosse condotta a termine dal CESÀRO ». Effettivamente il giovane italiano sembrava, allora, il più fedele interprete del grande fisico inglese.

Dei corsi superiori videro la luce quello di « Elasticità » (1894) e quello di « Geometria intrinseca » (1896), che ebbe anche (ampliato) una traduzione tedesca del KOWALEWSKI; ma pare che fossero pronti per le stampe alcuni capitoli dell'aritmetica asintotica — una delle creazioni più geniali del CESÀRO — e le lezioni di Idrodinamica.

* * *

Le lezioni del CESÀRO erano un godimento e, nello stesso tempo, un vero ammaestramento; e noi, che Gli fummo scolari, non possiamo dimenticarlo. Valgano a giustificare l'affermazione, le parole — quanto piene di verità — di BAGNERA, che fu il migliore degli allievi palermitani: « *Dimostrazioni laboriose, con molti richiami a teorie estranee, scritte da uomini che occupavano posti eminenti nella scienza, erano da Lui ridotte a semplici osservazioni e anche generalizzate. Il Suo dire era sempre incisivo, il Suo calcolo sempre elegante e diretto, come lama acuminata allo scopo che si prefiggeva; poche formule poste come pietre angolari; ma che Egli solo sapeva collocare, bastavano a Lui per costruire un edificio altissimo* ». A noi piace aggiungere, alle parole dette nella nostra Commemorazione (loc. cit.), che mentre nelle lezioni del 1° biennio era evidente la volontà di semplificare, di dare al vero una forma che fosse la più chiara e la più accessibile, in quelle del 2° biennio si assisteva, invece, quasi come ad una rivelazione, alla evoluzione

del pensiero nella dura e pur misteriosa costruzione di un edificio solido e armonico nelle sue linee. Era manifesto che Egli, col Suo rapidissimo intuito, al momento stesso della spiegazione, sentiva il bisogno di modificare — senza, peraltro, che ne venisse menomato l'ordine logico — ciò che aveva preparato, e le modificazioni, che erano delle preziose varianti al testo che si era proposto di seguire, portavano sempre le impronte del genio. Parole queste nostre che trovano conferma in altre del BAGNERA, dette a proposito delle lezioni sui lavori del MAXWELL ma che si potevano ripetere per tutte le lezioni di matematiche superiori: « *Studiava il libro, come Egli stesso diceva, alla giornata; eppure in un primo studio fatto così in fretta, trovava modo di rendere rigorose in molti punti le dimostrazioni dando a tutto l'insieme un generale aspetto di omogeneità, allargando talora con altissima poesia di astrazione le ipotesi stesse del Maxwell* ».

* * *

El continua a produrre senza sosta, lavorando anche di notte. Un'ottantina le memorie pubblicate nei cinque anni di permanenza a Palermo e un'ottantina quelle pubblicate a Napoli; un totale, nello spazio di ventisette anni, di più di 250 lavori, senza contare i quattro trattati — pubblicati mentre era a Napoli — e le centinaia di questioni proposte da altri (KUMMER, LAGUERRE, CATALAN, NEUBERG, BROCARD, LUCAS, HADAMARD, LAISANT, ecc.) e da Lui risolte col proprio nome o con lo pseudonimo *Rosace* ⁽¹²⁾.

~ * ~

Forse perchè attratto dagli studi di Fisica matematica che mai aveva trascurato; forse perchè convinto che altrove l'esistenza Sua e dei Suoi sarebbe stata meno difficile; forse anche per sottrarsi ad un ambiente che Gli aveva procurato non poche amarezze, chiese ed ottenne, con decreto reale del 18 agosto 1906, di passare alla cattedra di meccanica razionale a Bologna.

Ma non doveva passare neanche un mese, e la morte lo colpiva — a soli quarantasette anni — nel pieno vigore delle forze fisiche e intellettuali, quando si accingeva a un nuovo insegnamento, che certo avrebbe portato altro cospicuo contributo alla scienza.

(12) Per l'elenco di queste questioni, v. PERNA, loc. cit., di seguito all'elenco delle opere.

* * *

Sappiamo che un Comitato di matematici attende — per lodevole iniziativa dell'Unione Matematica Italiana — alla pubblicazione delle opere del CESÀRO; e noi ci auguriamo che la pubblicazione sia completa, in modo che gli studiosi possano avere un'idea adeguata della Sua grande attività, sia nelle ardue questioni come in quelle semplici, che Egli risolveva con uguale impegno, e che, indubbiamente, erano come una parentesi gioiosa e riposante alle sue fatiche.

La pubblicazione di tutte le opere — a più di cinquant'anni di distanza dalla morte — permetterà, c'è da augurarselo, un esame attento e quel giudizio obiettivo che nessuno, finora, si è sentito di formulare appieno — data la vastità e l'enorme varietà dei lavori sparsi un po' dovunque in riviste italiane e straniere. Si vedrà, specie se si saprà inquadrare l'opera del CESÀRO nel periodo storico cui Egli appartenne, tutta la genialità e la precocità del Suo portentoso ingegno; si vedrà, in particolare, come — appena ventenne e privo di ogni appropriata preparazione (che a Liegi non poteva certo avere) — *senza conoscere* i lavori di BERNOULLI, EULERO, GAUSS, LEGENDRE, DIRICHLET, LIOUVILLE, BINET, BERGER, STIRLING, LIMBOURG, ritrova e sviluppa elegantemente risultati ottenuti da questi matematici, e altri ne ottiene mai prima conosciuti e che giustamente lo collocano tra i precursori delle moderne teorie matematiche ⁽¹³⁾.

* * *

Fu l'opera del CESÀRO apprezzata al suo giusto valore dai contemporanei? C'è da dubitarne: si riconosceva, sì, che Egli era di un ingegno formidabile; ma pochi ne leggevano i lavori, perchè non lavorava secondo corrente, perchè non apparteneva a nessuna scuola, perchè non concentrava tutte le Sue forze su un numero ristretto di argomenti, ma le disperdeva occupandosi anche di

⁽¹³⁾ Al riguardo si confronti il nostro articolo commemorativo (loc. cit.) pag. 306-307. Perciò che riguarda la « scoperta » della funzione Γ di GAUSS, ricordiamo che essa ebbe luogo in seguito alla richiesta di CATALAN di fornirgli un esempio di prodotto infinito, e che, dopo averla trovata, il CESARO seppe dare subito anche la cosiddetta formola di LEGENDRE, sbalordendo il suo Maestro che si affrettò a farne comunicazione alla « Société des Science de Liège ».

piccole questioni. Un solitario, dunque, che si permetteva di porsi problemi diversi da quelli di moda, che — a testimoniare il Suo lavoro personale — aveva fatto Sue, e premesse ad uno dei Suoi trattati, le parole di DE MUSSET: « *Mon verre n'est pas grand, mais je bois dans mon verre* »

Ciononostante il nome di CESÀRO resta indissolubilmente legato a una quantità di importanti risultati e ricordato come quello del creatore dell'Aritmetica asintotica e della Geometria intrinseca.

Qualcuno ha voluto osservare, non sappiamo con quanta ragione, che la Geometria intrinseca, sostanzialmente, rappresenta uno scarso contributo agli studi di Geometria differenziale, in quanto i risultati del CESÀRO possono dedursi tutti dall'ordinaria e classica Geometria differenziale, ma, al riguardo, ci permettiamo di osservare che di ben diverso parere era G. DEL PEZZO, uno dei nostri più geniali geometri. Egli, infatti, dice (loc. cit.): *La Geometria intrinseca è la prima conquista geometrica oltre il campo algebrico e geometrico; è una creazione di sana pianta, che supera l'ambiente in cui è nata. Basterebbe, per convincersene, il riflettere che ivi si pensano le superficie e le varietà non più come generate da punti, da curve che si muovono, non più come aggregati di punti in dipendenza funzionale con gruppi di variabili; ma, invece, come reticoli di curve gettate a caso nella vicinanza di ogni loro punto.*

Dello scetticismo di critici improvvisati il CESÀRO era consapevole; e negli ultimi anni della Sua vita si studiò di giungere a risultati decisivi, capaci di convincere i geometri sulla grande portata della Geometria intrinseca, come lo dimostrano le belle memorie, ricche di nuovi risultati: *Nuova teoria intrinseca degli spazi curvi* (1904-05); *Sui fondamenti della Geometria intrinseca non euclidea* (1904); *Geometria intrinseca degli spazi a curvatura costante* (1904); *Fondamento intrinseco della pangeometria* (1904-05) ⁽¹⁴⁾.

Forse, leggendo attentamente, senza nulla trascurare, tutto ciò che il CESÀRO scrisse intorno alla Geometria intrinseca, si scoprirà che l'opera del grande matematico va, come affermava DEL PEZZO, oltre, ben oltre, un comune metodo d'indagine e che vi sono tante idee che possono essere i germi di nuove, e forse fondamentali ricerche. Del resto si sa bene che la storia della matematica è ricca di esempi di tal genere. E quel che diciamo per

⁽¹⁴⁾ Un'idea, sia pure molto sommaria, del volume di Geometria intrinseca e delle memorie che su di essa il CESÀRO scrisse in prosieguo di tempo, si può avere leggendo l'articolo commemorativo di ALASIA (loc. cit.), da pagina 22 a pagina 29.

la Geometria intrinseca, pensiamo che si possa ripetere per altre ricerche. Lo stesso CESÀRO non ci ha dato quel criterio di sommabilità delle serie, che porta il Suo nome e che certo ha aperto la via a nuovi studi, prima mai concepiti?

È per ciò che siamo sicuri con DEL PEZZO, che, prendendo la matematica sempre più contatto con la realtà delle cose, « *ai futuri ricercatori (che) ficcheranno talora lo sguardo nel passato, sorgerà dinanzi la figura di Ernesto Cesàro, gigante e maestosa, come quella di un divinatore e un precursore* » (15).

* * *

Se la pubblicazione di tutte le opere, compresa eventualmente qualcuna inedita (come potrebbero essere le lezioni di idrodinamica), potrà permettere oggi una valutazione obiettiva e soddisfacente della produzione cesariana, è indubbio che essa va completata — e noi ci auguriamo con tutto il cuore che ciò possa farsi — col carteggio che CESÀRO ebbe con matematici italiani e stranieri; con gli stessi Suoi scolari. In corrispondenza Egli fu con CREMONA, BATTAGLINI, CERRUTI, BELTRAMI, BRIOSCHI, GENOCCHI, SIACCI, PEANO, DINI, DEL PEZZO, TORELLI, ..., HERMITE, CATALAN, NEUBERG, MANSION, KOWALEWSKI, ... Particolare interesse possono avere anche le lettere scritte al fratello Giuseppe.

Chi scrive ebbe occasione, per la redazione del Suo articolo commemorativo (loc. cit.) di avere sott'occhio parecchie lettere scritte al CESÀRO (e forse non sarà difficile rintracciarle presso gli eredi); ma, più che le lettere ricevute, possono avere valore quelle che Egli scrisse (16). Non ci nascondiamo la difficoltà della ricerca del carteggio; ma occorre tentarla, perchè con la lettura dell'epistolario ci si può rendere assai meglio conto del lavoro scientifico compiuto, che fu, certo, frutto di una perspicacia senza pari, di una felice fusione della fantasia e dell'intelletto, di una smisurata e rapida intuizione. Ci si può rendere anche conto di quanto le vicende della vita — che pel CESÀRO non furono sicuramente le più liete — influirono sull'indirizzo dei Suoi studi, e sulla stessa Sua produzione scientifica.

(15) DEL PEZZO, loc. cit.

(16) Qualche notizia dell'importanza di tali lettere può aversi dagli articoli commemorativi di CERRUTI e ALASIA (loc. cit.)

E chiudiamo — riattaccandoci a quanto abbiamo detto in principio — con le belle, e tanto significative, parole del CERRUTI (loc. cit, pag. 81):

« Guardando alla straordinaria fecondità scientifica del Cesàro, alla somma versatilità del Suo ingegno, alla fertilità di espedienti che Gli permetteva di trarre dalla più modesta esercitazione conseguenze inaspettate, alla abilità nella composizione di trattati didattici di lunga lena, la mente ricorre subito ad Eulero, nè parrà alle persone discrete sproporzionato o indegno il paragone; a Lui nocque soltanto la brevità della vita che la robusta costituzione prometteva lunga, e che un lagrimevole incidente troncò nella Sua piena maturità ».