UMI

Recensioni.

* Francesco Tricomi, Lezioni sulle equazioni integrali, Ed. Gheroni, Torino, 1954 (Bruno Pini)
* G. Doetsch, Teoria degli sviluppi asintotici dal punto di vista dele trasformazioni funzionali, pubblicazione dell'Istituto per le Appl. del Calcolo, Roma, 1954 (Francesco G. Tricomi)
* W. Blaschke, Kreis und Kugel, Ed.Walter de Gruyeter e Co., Berlino, 1956 (Luigi Muracchini)
* M. L. Caratwright, Integral Functions, Cambridge University Press, 1956 (Giovanni Sansone)
* J. C. P. Miller, Tables of Weber Parabolic Cylinder Functions giving Solutions of the Differential Equation $d^2y/dx^2 + (x^2/4 - a)y = 0$, Her Majesty's Stationery Office, London, 1955 (Giovanni Sansone)
* N. N. Bogoliubov, Iu. A. Mitropol'skii, Metodi asintotici nella teoria delle oscillazioni non lineari, Gosudarstav. Izdat. Tehn. Teor. Liter., Mosca, 1955 (Roberto Conti)
* Iu. A. Mitropol'skii, Processi non stazionari nei sistemi oscillanti, Izdar. Akad. Nauk Ukrainskoi SSR, Kiev, 1955 (Roberto Conti)
* H. Hadwiger, Altes und Neues über konvexe Körper, Birkhauser Verlag, Basel und Stuttgart, 1955 (Roberto Conti)

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. **11** (1956), n.3, p. 469–480.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1956_3_11_3_469_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Zanichelli, 1956.

RECENSIONI

FRANCESCO TRICOMI, *Lezioni sulle equazioni integrali*, Corso di Analisi Superiore, Anno Accademico 1954-55, Edit. Gheroni, Torino, 1954, pp. 343.

Con queste Lezioni l'A. aggiunge un altro volume alla propria collana di monografie, confermandovi le riconosciute doti di brillante trattatista. L'esposizione, fatta in modo disinvolto, è piana e chiara e, in qualche punto, originale. L'A. si preoccupa di sottolineare al lettore, con significative esemplificazioni, l'importanza applicativa delle teorie che tratta, i punti salienti delle quali vengono sovente dapprima abbozzati per quel tanto che basta a far intendere lo spirito delle cose.

La materia trattata è suddivisa in cinque capitoli, ciascuno corredato da un certo numero di esercizi proposti.

Nel Cap. I, dopo alcuni paragrafi introduttivi, vengono esposte le equazioni lineari di Volterra di seconda specie con nucleo e funzione nota di classe L_2 ; un paragrafo è dedicato alle equazioni di prima specie. Seguono, come applicazioni, lo studio del problema di Cauchy per le equazioni differenziali lineari normali d'ordine n; la trattazione delle equazioni integrali del tipo del ciclo chiuso; lo studio delle vibrazioni trasversali di una trave. Nella seconda parte del capitolo sono esposte alcune estensioni: equazioni lineari con nucleo non di classe L_2 ma riconducibili ai tipi già trattati; sistemi di equazioni lineari; infine un tipo di equazione non lineare.

Nel Cap. II sono trattate le equazioni lineari di Fredholm di seconda specie con nucleo e funzione nota di classe L_2. La natura del nucleo risolvente e i teoremi fondamentali di Fredholm sono esposti dapprima per le equazioni con nucleo di Pincherle-Goursat, successivamente per le equazioni con nucleo generale di classe L_2 mediante il metodo di Schmidt-Picone. Sono esplicitate le classiche trascendenti di Fredholm. Come applicazione della teoria svolta viene esposta la dimostrazione di Fredholm dell'esistenza della soluzione del problema di Dirichlet per le funzioni armoniche in due variabili.

Nel Cap. III sono esposti i fondamenti della teoria dei sistemi ortogonali di funzioni. Come prima applicazione viene provata la possibilità di approssimare in media quadratica un nucleo di classe L_2 mediante nuclei di Pincherle-Goursat. Come seconda applicazione viene esposto il metodo di Enskog per la risoluzione numerica di una equazione lineare di Volterra di seconda specie.

Il Cap. IV è dedicato alle equazioni di Fredholm con nucleo simmetrico; sono esposti i risultati classici sullo spettro di un nucleo simmetrico, sulla decomposizione spettrale di questo, sulle proprietà estremali degli autovalori e loro limitazioni. Come applicazioni sono studiati un problema di valori ai limiti per un'equazione differenziale lineare autoaggiunta del secondo ordine e i problemi della determinazione delle velocità critiche di un albero ruotante e delle vibrazioni trasversali di una trave. Un paragrafo è dedicato alle equazioni di Fredholm di prima specie con nucleo simmetrico. Un paragrafo è anche dedicato alla riduzione di una equazione di Fredholm ad altra con nucleo simmetrico. Sono accennate le estensioni ai sistemi e alle equazioni con funzioni di più variabili; come applicazione sono studiate le vibrazioni di una membrana.

Il Cap. V, il più originale, è dedicato alle equazioni integrali non lineari e a quelle singolari, al cui studio l'A. ha dato notevoli contributi personali. In un paragrafo introduttivo sono presentati esempi che illuminano sulle novità che si presentano per le equazioni non di Fredholm. Per quanto riguarda le equazioni lineari singolari sono studiate: la trasformazione di Hilbert, che viene poi applicata alla risoluzione di una equazione singolare; la trasformazione finita di Hilbert, che viene applicata allo studio dell'equazione dei profili alari; le equazioni integrali singolari del tipo di Carleman. Per quanto riguarda le equazioni non lineari, sono studiate quelle dette del tipo di Hammerstein, di cui è fatta una applicazione allo studio delle oscillazioni forzate.

Indubbiamente anche la presente Opera, della quale in altro luogo è stata annunciata dallo stesso A. una edizione inglese, incontrerà lo stesso favore delle precedenti Opere del Tricomi.

BRUNO PINI

G. DOETSCH, *Teoria degli sviluppi asintotici dal punto di vista delle trasformazioni funzionali*, pubblicazione N. 420 dell'Istituto per le Appl. del Calcolo (Roma, 1954) pp. 86. In vendita presso Rosenberg & Sellier, Via Andrea Doria, 14 - Torino.

Può ritenersi che uno dei progressi più importanti conseguiti dall'Analisi in questi ultimi anni, sia costituito dalla sistemazione in un corpo organico di dottrina e dal perfezionamento dei metodi per lo studio del comportamento asintotico delle funzioni. Invero — anche a prescindere dal fatto che le proprietà asintotiche sono talvolta, p. es. nella teoria dei numeri, le sole semplici, e perciò le sole veramente interessanti — accade spesso che quello che più interessa nelle applicazioni, non è l'espressione esatta di una certa funzione incognita, bensì il suo comportamento asintotico in certe circostanze. Per es. al divergere del tempo t quando si deve studiare l'andamento « di regime » di un circuito elettrico.

Nell'accennata sistemazione dei metodi asintotici si sono ormai nettamente delineati due principali indirizzi: 1) Studio del comportamento asintotico delle soluzioni di certe equazioni differenziali ordinarie, generalmente lineari. 2) Studio del comportamento asintotico della funzione ottenuta applicando ad un'altra una certa trasformazione funzionale, p. es. quella di Laplace; o viceversa.

L'opuscolo di cui si tratta — che è dovuto al maggiore specialista vivente della trasformazione di Laplace — si occupa esclusivamente del secondo dei due indirizzi sopradistinti, specie nel caso in cui la trasformazione funzionale in gioco sia quella di Laplace, vuoi unilatera vuoi bilatera o vuoi anche con integrale esteso ad un cammino tutto al finito. Tuttavia un paragrafo iniziale, di ammirevole chiarezza, orienta il lettore inesperto sul concetto generale di *rappresentazione asintotica* di una funzione, e sul connesso concetto di *sviluppo asintotico*, che viene inteso in un senso più ampio di quello originario del Poincaré.

La parte principale dell'operetta è costituita da una serie di *teoremi abeliani* per la trasformazione di Laplace, cioè di teoremi fornenti delle rappresentazioni asintotiche della *funzione immagine* (cioè della trasformata), all'infinito o nell'intorno di speciali punti al finito, basandosi su ammesse proprietà (generalmente anch'esse di natura asintotica) della *funzione originale* (cioè dell'antitrasformata). Tali teoremi — che in qualche caso vanno anche oltre quanto trovasi nel ben noto *Handbuch der Laplace - Transformation* dell'A. (*) — sono illustrati da svariate applicazioni (p. es. alle funzioni di Bessel, alla funzione *gamma* incompleta, ecc.) che spesso hanno interesse anche in sè sole considerate. Particolarmente notevoli mi sembrano poi le brevi pagine dedicate al metodo di Laplace per le « funzioni di grandi numeri » e al metodo del colle, di cui vengono chiariti i mutui rapporti e quelli con l'« *asintotica abeliana* », cioè coi teoremi di cui sopra.

Nell'opuscolo non si tratta della vera e propria « *asintotica tauberiana* », cioè di metodi atti a far risalire direttamente da proprietà asintotiche della funzione immagine ad analoghe proprietà della funzione originale. Tuttavia vi si trovano numerosi risultati che rientrano in questo quadro, ma fondandosi su quella che l'A. chiamò, in altre pubblicazioni, « *asintotica abeliana indiretta* », in cui lo strumento essenziale è la formula d'inversione complessa della trasformazione di Laplace. Per tale via si riesce, per esempio, a determinare in modo straordinariamente semplice la corrente di regime in un cavo elettrico privo di induttanza.

Nel complesso questo volumetto — che è scaturito da un corso di conferenze tenuto dall'A. nel 1954 all'Istituto per le Applicazioni del Calcolo di Roma — si può caldamente raccomandare a chiunque abbia interesse per le questioni trattate, anche se dal punto di vista delle applicazioni concrete.

FRANCESCO G. TRICOMI

W. BLASCHKE, *Kreis und Kugel*, Ed. Walter de Gruyter e Co., Berlino, 1956, pp. VIII + 167 con 27 figure; D. M. 18. 60.

Si tratta della seconda edizione di un volumetto che il Blaschke pubblicò per la prima volta nel 1916. Con metodi prettamente elementari, assai eleganti, in gran parte originali e dotati del rigore moderno, il lettore viene condotto dalla proprietà isoperimetrica del cerchio a risultati piuttosto riposti della teoria dei corpi convessi.

Tale materia usualmente richiede l'uso dei metodi più elevati del calcolo delle variazioni. Come avverte il Baschke stesso nella prefazione, nonostante la teoria abbia compiuto importanti e sostanziali progressi dal 1916 ad oggi e siano apparsi numerosi scritti sull'argomento dei corpi convessi, tuttavia l'esposizione contenuta nel presente volumetto ha potuto conservare del tutto immutata la sua forma primitiva. Ciò è dovuto appunto al suo carattere notevolmente originale. Naturalmente i nuovi risultati sono stati menzionati nei luoghi opportuni ed è stata arricchita la bibliografia.

Il volumetto è diviso in quattro Parti ed una Appendice. Nelle prime due parti vengono stabilite le ben note proprietà di minimo del cerchio e della sfera secondo le quali: il cerchio è la curva chiusa di minimo perimetro che racchiude una data area, mentre la sfera è la superficie chiusa di minima

(*) Basel, Birkhäuser, I vol., 1950, II vol., 1955.

superficie che racchiude un dato volume. Quest'ultimo risultato viene dimostrato soltanto entro la classe delle superficie chiuse « convesse ». Nella terza parte vengono esposti i risultati sui corpi convessi, notevolmente più riposti dei precedenti, dovuti a Schwarz, Brunn e Minkowski. La quarta parte contiene risultati e problemi appartenenti alla cosidetta « Geometria differenziale globale o in grande » dovuti in gran parte al Blaschke stesso. Infine l'appendice contiene cenni relativi ad ulteriori ricerche sulle superficie convesse.

LUIGI MURACCHINI

M. L. CARTWRIGHT, *Integral Functions,* Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics, n. 44, (Cambridge University Press, 1956), VIII + 131, 18 s.

L'Autrice, conosciuta come una forte studiosa della moderna teoria delle equazioni differenziali ordinarie non lineari, nel periodo 1930-1936 si occupò profondamente dello studio delle funzioni intere apportandovi notevoli contributi originali. Essa alla fine del 1940, come avverte nella prefazione, aveva redatto un volume sulle funzioni intere del quale si è largamente servita per preparare questo volumetto sul comportamento delle funzioni di ordine finito in un angolo e la cui lettura richiede la conoscenza di un buon corso sulla teoria delle funzioni di una variabile complessa.

Nel primo Capitolo « Risultati preliminari » sono richiamati i lineamenti delle dimostrazioni dei teoremi di Lindelöf, di Montel, delle formule di F. e R. Nevanlinna, di Carleman, la limitazione di Borel-Carathéodory, e sono spiegati i significati dei classici simboli $M(r)$, $M_2(r)$, $m(r)$, $N(r)$, $m(r, f)$, $T(r, f)$, $I(R)$, $I+(R)$.

Il secondo Capitolo « Funzioni intere di ordine finito » dà il teorema di fattorizzazione di Hadamard, le definizioni di valori eccezionali di Borel e di Picard, di cammini di finita determinazione, infinita determinazione, infinita indeterminazione.

Il terzo Capitolo « Il principio di Pragmén-Lindelöf » riguarda le funzioni $f(z)$ di ordine finito in un settore, la funzione di Pragmén-Lindelöf $h(\vartheta) = \overline{\lim\limits_{r \to \infty}}\, r^{-\rho} \log f(re^{i\vartheta})$ e altre più generali, e contiene condizioni sufficienti perchè la $f(z)$ risulti identicamente nulla.

La portata dei teoremi è lumeggiata dallo studio della funzioni $E\ (z)$ di Mittag-Leffler e della $\sigma(z)$ di Weierstrass.

Il Capitolo quarto « Ordine generalizzato di una funzione intera » si riferisce alle funzioni intere di ordine finito ρ. Vi si trova il teorema del minimo modulo enunciato da Littlewood e Lindelöf e dimostrato da Wiman e Valiron nel caso $0 \leq \rho < 1$, ed esteso opportunamente al caso $\rho > 1$ da Hayman (1952).

Il Capitolo quinto « Funzioni intere, risultati tipici » contiene delle limitazioni inferiori di $\log |f(re^{i\vartheta})|$ per le funzioni intere di ordine positivo o nullo, quando siano esclusi certi insiemi di valori di ϑ.

Il Capitolo sesto « Alcuni risultati per gli angoli », continuando la discussione dei due precedenti Capitoli, stabilisce alcune relazioni tra il numero degli zeri e il minimo e il massimo modulo delle funzioni regolari e di ordine finito in un angolo.

Il Capitolo settimo « Direzioni di Julia » dà tre teoremi di esistenza di almeno una di queste direzioni per alcune classi di funzioni regolari in un angolo e ivi di ordine finito. Le dimostrazioni si fondano su una limitazione del tipo di Schottky e con questo Capitolo si conclude la parte più importante del libro.

Segue un ultimo Capitolo sulle « Singolarità delle serie di potenze e di $h(\vartheta)$ ».

La bibliografia posta alla fine del libro dà una traccia dello sviluppo della teoria, e un indice finale degli autori citati, dei soggeti più importanti trattati e dei simboli ne facilita la consultazione.

GIOVANNI SANSONE

J. C. P. MILLER, *Tables of Weber Parabolic Cylinder Functions giving Solutions of the Differential Equation* $d^2y/dx^2 + (x^2/4 - a)y = 0$, (London, Her Majesty's Stationery Office, 1955; pp. 233; 63 sh).

Lo sviluppo, in quasi tutte le più grandi Nazioni, degli Istituti di calcolo numerico ha permesso in questi ultimi anni la costruzione di estese tavole numeriche relative alle più importanti trascendenti della fisica matematica e particolarmente alle funzioni ellittiche, le funzioni sferiche e quelle di Bessel.

J. C. P. Miller dopo aver premesso alle sue tavole un'ampia introduzione di 93 pagine relativa alle due equazioni $y'' - (x^2/4 + a)y = 0$, $y'' + (x^2/4 - a) = 0$, alle rappresentazioni integrali delle loro soluzioni, ai relativi sviluppi asintotici ed alle più notevoli formule, presenta una raccolta di sei tavole, delle quali la più importante è quella relativa alle funzioni $W(a, x)$, $W(a, -x)$, soluzioni dell'equazione $y'' + (x^2/4 - a)y = 0$, valutate numericamente per x variabile per intervalli di 0.1 tra -10 e $+10$ e per $a = -10, -9, \ldots, 9, 10$. I valori di W, raccolti in 83 pagine, sono dati con 8 e talvolta con 9 cifre.

GIOVANNI SANSONE

N. N. BOGOLIUBOV - IU. A. MITROPOL'SKII, *Metodi asintotici nella teoria delle oscillazioni non lineari,* (in russo), Gosudarstv. Izdat. Tehn. Teor. Liter., Mosca 1955; 449 pag., 13.40 Rubli.

All'epoca attuale le questioni riguardanti le oscillazioni non lineari attirano l'attenzione degli studiosi nei più diversi campi della fisica e della tecnica. Un metodo molto efficace per il loro studio è, come è noto, quello dello sviluppo asintotico rispetto ad un piccolo parametro.

A tale metodo è essenzialmente dedicato questo libro che, quantunque scritto per coloro che nella matematica cercano strumenti di lavoro, non è affatto un opera « tecnica » e rivela la costante preoccupazione degli AA. di esporre le questioni avendo sempre presente il rigore matematico. Gli esempi tratti dalle applicazioni, particolarmente numerosi nella lunga Introduzione, hanno pertanto un carattere prevalentemente illustrativo poichè il fine del libro non è quello di risolvere compiutamente problemi concreti, bensì quello di esporre un metodo nella forma più semplice ed aggiornata.

I primi due Capitoli (Autooscillazioni nei sistemi con debole non linearità; Metodo del piano delle fasi) trattano il caso delle oscillazioni libere rette da un'equazione della forma $\ddot{x} + \omega^2 x = \varepsilon f(x, \dot{x})$, prototipo che include ad esempio la ben nota equazione di van der Pol ($f(x, \dot{x}) = (1 - x^2)\dot{x}$). Il materiale del Cap. I. non si discosta in sostanza da quello della ormai classica «Introduzione alla Meccanica non lineare», di N. M. Krylov ed N. N. Bogoliubov, apparsa in lingua russa nel 1937 e successivamente tradotta liberamente in inglese da S. Lefschetz, ma la presente trattazione si distingue per maggiore chiarezza e migliore ordinamento. Il Cap. II tratta argomenti in gran parte ormai classici, tra cui lo studio dell'equazione di Liénard; un paragrafo è dedicato al procedimento di Dorodnycin per la valutazione del periodo e dell'ampiezza delle oscillazioni per grandi valori del parametro.

Nel Cap. III sono considerate le oscillazioni forzate, nei sistemi ad un solo grado di libertà, in presenza di una forza periodica, con particolare riguardo al caso della risonanza.

Nel Cap. IV (dedicato al metodo delle medie) si considerano i sistemi con più gradi di libertà, rappresentati, in forma vettoriale, dall'equazione (′) $\dot{x} = \varepsilon X(t, x)$, con ε parametro reale, t variabile reale (tempo), x ed X vettori. Posto (″) $X_0(x) = \lim_{T \to \infty} T^{-1} \int_0^T X(t, x)dt$ una soluzione $\xi(t)$ del sistema (‴) $\dot{\xi} = \varepsilon X_0(\xi)$ è detta la prima approssimazione e da questa si passa ad approssimazioni di ordine più elevato mediante sviluppi in serie di Fourier.

Il Cap. V è indubbiamente quello di maggior interesse matematico e spicca per la generalità e l'importanza dei risultati esposti. Anzitutto gli AA. provano un teorema relativo alle soluzioni di un sistema di tipo (′); supposta l'esistenza della media (″) uniformemente rispetto ad x (condizione questa che è soddisfatta ad es. se x resta limitata ed $X(t, x)$ è quasi periodica in t) tale teorema afferma l'esistenza, in corrispondenza a prefissate costanti $\eta > 0$, $L > 0$, di un numero $\varepsilon_0 > 0$ tale che $|x(t) - \xi(t)| < \eta$ in $0 < t < L/\varepsilon$ per ogni $0 < \varepsilon < \varepsilon_0$, essendo $\xi(t)$ una soluzione del sistema (‴) definita per $0 < t < \infty$ ed $x(t)$ quella soluzione di (′) tale che $x(0) = \xi(0)$. In secondo luogo gli AA. passano a stabilire l'esistenza di una soluzione quasi periodica $x^*(t)$ del sistema (′) per ε sufficientemente piccolo nell'ipotesi che $X(t, x)$ sia quasi periodica in t e sotto ipotesi opportune valutano la differenza $|x^*(t) - \xi_0|$ essendo ξ_0 una soluzione singolare di (‴) ($X_0(\xi_0) = 0$), e la differenza $|x(t) - x^*(t)|$, dove $x(t)$ è una soluzione di (′) distinta da $x^*(t)$. Il confronto viene poi fatto con una soluzione $\xi(t)$ di (‴) periodica, invece che singolare. Infine viene trattato in particolare il caso di $X(t, x)$ periodica rispetto ad entrambe le variabili t, x (con periodi in generale diversi), caso che si ricollega alle celebri ricerche di Poincaré e Denjoy.

Il Capitolo conclude degnamente un libro di cui è da augurarsi prossima una traduzione che ne consenta la più ampia diffusione nel mondo matematico.

ROBERTO CONTI

IU. A. MITROPOL'SKII, *Processi non stazionari nei sistemi oscillanti*, (in russo), Izdat. Akad. Nauk Ukrainskoi SSR, Kiev. 1955, 283 pag., 12.55 Rubli.

Questo volume ha un carattere più spiccatamente tecnico del precedente; esso tratta i seguenti argomenti: Cap. I, Esempi di processi non stazionari nei sistemi oscillanti non lineari; Cap. II, Studio dei processi non stazionari nei sistemi oscillanti con un grado di libertà; Cap. III, Studio dei processi non stazionari nei sistemi oscillanti con più gradi di libertà; Cap. IV; Alcune questioni relative al fondamento matematico del metodo asintotico esposto.

Chiude il volume una breve ma aggiornata bibliografia.

ROBERTO CONTI

H. HADWIGER, *Altes und Neues über konvexe Körper*, Elemente d. Math vom höheren Standpunkt aus, Bd. III, Birkhauser Verlag, Basel und Stuttgart, 116 p. con 17 fig. Broch. FrSv. 13.50, (1955).

La teoria dei corpi convessi dello spazio ordinario costituisce uno dei capitoli più suggestivi e ricchi di risultati della geometria elementare ed insieme rappresenta un campo di eleganti applicazioni di teorie più elevate.

L'A., del quale sono noti i numerosi ed interessanti contributi originali alla teoria stessa, ne offre qui una esposizione esemplare per la chiarezza, la sobrietà e l'organicità, valendosi quasi unicamente dei mezzi della geometria elementare e della teoria degli insiemi di punti, ma senza rifuggire, ove l'argomento lo richieda, da punti di vista più elevati, cosicchè il libro assolve in pieno gli scopi della collezione di cui esso fa parte.

La materia è divisa in cinque capitoli.

Nel Cap. I dalla definizione di corpo convesso (= insieme di punti dello spazio ordinario, limitato, chiuso e convesso), attraverso l'operazione di addizione di Minkowski (uno dei fondatori della teoria con H. Brunn e J. Steiner) e l'introduzione del concetto di ρ-involucro e di ρ-nucleo, si giunge rapidamente alla definizione di una distanza (Blaschke) tra due corpi convessi, ossia alla metrizzazione dello spazio dei corpi convessi, alla dimostrazione della sua compattezza locale (cioè della validità in esso, di un principio analogo a quello di Bolzano-Weierstrass per gli insiemi di punti) ed infine alla definizione di funzionali continui secondo la metrica introdotta.

Il Cap. II è dedicato a due teoremi fondamentali e cioè il teorema di approssimazione dei corpi convessi mediante poliedri convessi ed il teorema di arrotondamento che, valido per insiemi più generali dei corpi convessi, riceve per questi una dimostrazione particolarmente semplice ed elegante.

Ad ogni corpo convesso A si associano tre funzionali continui: il volume $V = V(A)$, l'area della superficie $F = F(A)$ e l'integrale della curvatura media $M = M(A)$: a questi si aggiunge la curvatura totale $C = C(A)$ che però è costantemente uguale a 4π per tutti i corpi convessi. Il Cap. III è basato su due punti principali. Il primo di questi è la famosa formula di Steiner $V_\rho = V + F\rho + M\rho^2 + C\rho^3/3$ che esprime il volume V_ρ di un ρ-involucro di un corpo convesso di dati V, F, M, C: questa semplice ed insieme sorprendente formula è completata dalle relazioni di Minkowski: $F_\rho = dV_\rho/d\rho$, $M_\rho = \frac{1}{2}\, dF_\rho/d\rho$, $C_\rho = dM_\rho/d\rho$. Il secondo caposaldo del Cap. III è costituito da due bei teoremi funzionali, dovuti all'A., che riconducono ad opportune combinazioni lineari di $V(A)$, $F(A)$, $M(A)$, $C(A)$, a coefficienti indipendenti da A, un qualunque funzionale associato ad A, $X(A)$, che sia invariante rispetto alle rototraslazioni, additivo (in un certo senso) e continuo oppure monotono ($X(A) \leq X(B)$ se $A \subseteq B$). Dal secondo di questi due teoremi funzionali l'A. deduce una caratterizzazione del volume $V(A)$, e ritrova, come applicazione, una formula di Cauchy.

Sul sistema delle disuguaglianze di Minkowski ($F^2 - 3MV \geq 0$, $M^2 - CF \geq 0$ e loro conseguenze, tra cui la disuguaglianza isoperimetrica $F^3 - 9CV^2 \geq 0$) si estende il Cap.IV, forse il più interessante per il lettore in cerca di argomenti da meditare. Oltre a diversi miglioramenti di tali disuguaglianze, dovuti a Bol, Dinghas e, per i poliedri convessi, a Goldberg e Fejes Toth sono esaminati i casi limite, cioè quelli in cui vale il segno di uguale. Il Capitolo si chiude con la trattazione del problema di caratterizzare i corpi convessi per mezzo di opportune disuguaglianze tra le quattro grandezze V, F, M, C; poichè a ciò non è sufficiente il sistema di disuguaglianze di Minkowski occorre ampliare tale sistema e ciò fino ad oggi è riuscito soltanto per classi particolari di corpi convessi, cosicchè il problema risulta tuttora aperto nel caso generale. L'esposizione, resa perspicua ed assai suggestiva dall'impiego del diagramma di Blaschke, dà notizia dei più recenti risultati (Bieri, Hadwiger).

Il Cap. V ed ultimo è dedicato ad una succinta esposizione dei principali concetti e risultati della geometria integrale, nello spazo ordinario, con particolare riguardo alle formule di Crofton, Blaschke e Santalò.

Conclude degnamente il libro una bibliografia ricca, accurata ed aggiornata.

ROBERTO CONTI

INDICI DI RECENTI PUBBLICAZIONI MATEMATICHE SOVIETICHE (*)

Matematiceski Sbornik (Raccolta di matematica).

Volume 38 (80), *Fasc. 1*, gennaio 1956

Fasc. 2, febbraio 1956

(*) Cfr. pp. 100 e segg. di questo volume del Bollettino.

Prikladnaia Matematika i Mekhanika (Matematica applicata e meccanica).

Volume XX, numero 1 (gennaio-febbraio 1956)

Izvestia Akademii Nauk SSSR - Seria Matematiceskaia (Notiziario dell'Accademia delle Scienze dell'Urss - Serie matematica).

Volume 20, *Numero 1*, gennaio-febbraio 1956

Doklady Akademii Nauk SSSR (Rendiconti dell'Accademia delle Scienze dell'Urss).

Volume 106, *Numero 1*, gennaio 1956

Matematica.

Fisica matematica.

Volume 106, *Numero 2*, 11 gennaio 1956

Matematica.

Meccanica.

Fisica matematica.

Volume 106, *Numero 3,* 21 gennaio 1956

Matematica.

Volume 106, *Numero 4,* 1 febbraio 1956

Matematica.

Meccanica.

Volume 106, *Numero* 5, febbraio 1956

Matematica.

Volume 106, *Numero 6,* 21 febbraio 1956

Matematica.