
BOLLETTINO UNIONE MATEMATICA ITALIANA

FRANCESCO SBRANA

Su una questione di statica.

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. 11
(1956), n.4, p. 588–589.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1956_3_11_4_588_0>

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Su una questione di statica.

Nota di FRANCESCO SBRANA (a Genova)

Sunto. - È contenuto nelle prime righe che seguono.

Mi permetto di tornare, per qualche ulteriore precisazione, sull'argomento che ha formato oggetto di due mie Note, concernenti il principio dei lavori virtuali, pubblicate in questo Bollettino ⁽¹⁾. Indicherò con *A*) la prima di esse, con *B*) la seconda.

1. Nella Nota *A*) esponevo una dimostrazione, fondata sul teorema dell'energia, della proprietà di un sistema materiale di restare in quiete quando siano nulle le velocità (e le accelerazioni) dei suoi punti nell'istante iniziale $t=0$, le forze attive agenti sul sistema siano posizionali e con derivate limitate, i vincoli opportunamente scelti, fissi e bilaterali; inoltre in ogni possibile moto del sistema l'energia cinetica T si mantenga positiva durante un conveniente intervallo di tempo da zero a $t_1(>0)$ ⁽²⁾

2. Il Professore CARLO CATTANEO, valendosi in parte di alcune mie considerazioni contenute nella Nota *A*), ma sotto ipotesi assai generali intorno alle sollecitazioni ed ai vincoli, pervenne in seguito a dimostrare la sufficienza per l'equilibrio della condizione dei lavori virtuali

$$(1) \quad \sum_1^n F_i(A^*, 0, t) \times \delta A_i \leq 0;$$

con $F_i(A, v, t)$ si intende la forza attiva che agisce nel punto A_i , nella configurazione $A = (A_1, A_2, \dots, A_n)$ del sistema, all'istante t .

⁽¹⁾ Sul teorema di unicità per le equazioni differenziali della Meccanica, Serie III, Anno VIII, pagg. 123-127.

Sulle condizioni sufficienti per l'equilibrio di un sistema materiale dette mediante il principio dei lavori virtuali, Ibid., Anno XI, pagg. 123-125.

⁽²⁾ Questa ultima ipotesi non sembra molto restrittiva, almeno da un punto di vista fisico. L'ipotesi contraria, che $t=0$ sia punto di accumulazione (destro) degli eventuali zeri di T , porta necessariamente a riconoscere l'esistenza di infiniti zeri per la proiezione normale (a meno che questa non sia identicamente nulla), e di altri infiniti zeri per la proiezione tangenziale della forza totale che agisce su ciascun punto del sistema, in ogni intervallo di tempo da zero a $t_1(>0)$.

in corrispondenza dell'atto di moto $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$; e con A^* la presunta posizione di equilibrio. Egli riuscì anzi ad evitare anche la restrizione intorno all'energia cinetica accennata nel n. precedente (3).

3. Animato dal desiderio di cercar di introdurre nell'insegnamento propedeutico i risultati della nota A), e più specialmente di quella del Prof. CATTANEO, ispirandomi a quest'ultima ho dimostrato in B) in forma elementare la sufficienza per l'equilibrio della seguente condizione:

$$(2) \quad \sum_1^n F_i(A^*, 0, t) \times v_i \leq 0,$$

dove v_i è la velocità di A_i al tempo t in un possibile moto del sistema a partire dall'istante zero, in cui esso si trovi nella posizione A^* . Devo ora aggiungere che contrariamente a quanto mi era sembrato allora essa è diversa assai dalla (1) (ed anche più restrittiva poichè non è verificata in casi di instabilità, come quello corrispondente ad un pendolo, semplice o composto, nel quale invece la (1) è soddisfatta). Inoltre la stessa (2) è sufficiente negli ordinari casi di equilibrio stabile, se si esclude la circostanza eccezionale in cui in ogni intervallo di tempo da zero a $t_1 (> 0)$ per una almeno delle masse, m_i , la quantità

$$F_i(A^*, 0, t) \times v_i$$

possa cambiare infinite volte di segno.