Silvana Sacerdoti

Su una particolare equazione del terzo ordine.

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol. **13** (1958), n.1, p. 125–126.

Zanichelli

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_1958_3_13_1_125_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Zanichelli, 1958.

Su una particolare equazione del terzo ordine.

Nota di Silvana Sacerdoti (a Bologna)

Sunto. - *Si dimostra come una equazione differenziale del terzo ordine della magneto idrodinamica, si può ridurre all'equazione delle corde vibranti.*

Summary. - *An equation of third order of magneto-hydrodynamics, is reduced to the wane-equation.*

1. - In una recente nota (I) il Dott. Crupi [1] ha dimostrato come un problema di magneto idrodinamica si riconduca all'equazione a derivate parziali del terzo ordine nelle variabili z e t e nell'incognita u, che, indicando con a, b, c, d opportune costanti positive possiamo scrivere, nel seguente modo:

$$a\frac{\partial^3 u}{\partial t^3} - b\frac{\partial^3 u}{\partial z^2 \partial t} + c\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - d\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0. \tag{1}$$

Il Crupi ha dimostrato che se $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$, (come risulta sviluppando i suoi calcoli) soluzioni particolari di (I) sono onde piane che si propagano senza smorzamento. In questa nota dimostreremo che nell'ipotesi soprascritta l'equazione può ridursi facilmente ad una ben nota equazione del secondo ordine, che coincide con quella delle corde vibranti, per quei valori di z, in cui $u = 0$, $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$ per $t = 0$, sicchè l'integrazione della (I) nel caso di Crupi, non offre nuove difficoltà.

2. - Poniamo:

$$\frac{a}{b} = \frac{d}{c} = \frac{1}{v^2}. \tag{2}$$

Si ha dopo aver diviso (I) per a e dopo ovvi passaggi:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) + \frac{c}{a}\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) = 0 \tag{3}$$

[1] G. Crupi, *Sulle onde piane magnetoidrodinamiche*, «Bollettino dell'Unione Matematica Italiana», (3) XII, 439, 1957.

da cui integrando rispetto al tempo si ottiene l'equazione del secondo ordine cui si è accennato:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)_0 e^{-\frac{c}{a}t} \tag{4}$$

dove $\left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right)_0$ è il valore del termine entro parentesi calcolato per $t = 0$ quindi una funzione, che supporremo nota, di z. In particolare se tale funzione è nulla il che accade ad esempio u e $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ sono nulli per $t = 0$ si ha subito che u soddisfa all'equazione delle corde vibranti come si è detto in principio.