Bollettino Unione Matematica Italiana

Sezione A – La Matematica nella Società e nella Cultura

Giovanni Battista Rizza

Commemorazione di Enzo Martinelli

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 8, Vol. **5-A**—*La Matematica nella Società e nella Cultura* (2002), n.1, p. 163–176.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_2002_8_5A_1_163_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 2002.

Commemorazione di Enzo Martinelli

Il 27 agosto 1999 moriva a Roma Enzo Martinelli.

Nato l'11 novembre 1911 a Pescia (Pistoia), dove il padre dirige la Scuola Agraria, si trasferisce successivamente con la famiglia a Roma, dove il padre termina la carriera come Direttore Generale del Ministero della Pubblica Istruzione. In questa città trascorre la maggior parte della sua vita, salvo una parentesi di quasi otto anni (1947-54) a Genova, dove viene chiamato come vincitore di concorso a cattedra.

Terminati gli studi al liceo classico T. Tasso di Roma, Enzo Martinelli frequenta l'università della capitale e nel 1933 si laurea a pieni voti e lode, discutendo con F. Severi una tesi dal titolo «Sulle funzioni poligene di una e di due variabili complesse». Dal 1934 al 1946 è assistente all'Università di Roma; prima, di Analisi Matematica (con F. Severi) e successivamente di Geometria (con E. Bompiani). Conseguita nel 1939 la libera docenza in Analisi Matematica, tiene per incarico corsi di Geometria Analitica, Geometria Algebrica e Topologia. Con l'anno accademico 1939-40 inizia l'attività l'Istituto Nazionale di Alta Matematica, fondato da F. Severi, ed E. Martinelli, come discepolo ricercatore, partecipa alle ricerche promosse dall'Istituto dal 1939 al 1945.

Primo ternato al concorso di Geometria del 1946, è chiamato all'Università di Genova, ove tiene questo insegnamento dal 1947 al

Prof. Enzo Martinelli

1954. Gli vengono anche affidati gli incarichi di Analisi Matematica, Teoria delle Funzioni e Geometria Differenziale. Rientrato all'Università di Roma nel 1954, ricopre la cattedra di Geometria dal 1954 al 1982 e tiene incarichi di insegnamento di Topologia, Matematiche Superiori, Geometria Superiore. Conclude la carriera nel 1984 con due anni di servizio fuori ruolo. Nel 1986 l'Università La Sapienza di Roma, cui E. Martinelli è particolarmente legato, gli conferisce il titolo di Professore Emerito.

Il 1946, anno del concorso a cattedra, è per E. Martinelli particolarmente importante. Sposa a Roma Luigia Panella, che sarà amorevolmente al suo fianco per tutta la vita. Avranno due figli, Roberto e Maria Renata. Completano la famiglia quattro nipoti. La moglie, matematica anch'essa, diverrà Professore Associato nella Facoltà di Ingegneria di Roma, dove la figlia è attualmente Ricercatrice.

Il talento matematico di E. Martinelli, evidente già negli anni del liceo, ottiene vari riconoscimenti. Durante gli studi universitari, il Premio della Fondazione Cotronei e, dopo la laurea, il Premio della Fondazione Beltrami, i prestigiosi Premi Fubini e Torelli (condiviso con P. Buzano) e il Premio per la Matematica del Ministero dell'Educazione Nazionale.

Nel 1943 e nel 1946 è invitato da R. Fueter a Zurigo ad esporre le ricerche più recenti. Successivamente, come Professore Ordinario, tiene conferenze in quasi tutte le università italiane e all'estero (Bruxelles, Bonn, Münster, Vienna Amsterdam Bucarest, ...).

Dal 1980 è socio corrispondente e dal 1994 socio nazionale dell'Academia Taurinensis, dal 1986 è socio corrispondente dell'Accademia Ligure di Scienze e Lettere, dal 1961 è socio corrispondente e dal 1977 socio nazionale dell'Accademia dei Lincei. Dal 1982 al 1985 è Professore Linceo.

Dotato di un forte senso della giustizia e della legalità, Enzo Martinelli è assai scrupoloso nei suoi doveri di cittadino e di professore universitario, ma è anche pronto a battersi per i suoi diritti e per quelli della cultura.

In una logica di servizio non esita ad accettare incarichi di responsabilità. Fa parte della Commissione Scientifica dell'UMI (1967-72), dei Comitati di Redazione degli Annali di Matematica

(1965-99) e dei Rendiconti di Matematica di Roma (1955-92) ed assume la Direzione dell'Istituto Matematico G. Castelnuovo in un periodo particolarmente difficile (anni 1968 e 1969).

Nella ricerca e nella didattica, oltre ad essere Maestro capace di destare curiosità e di trasmettere entusiasmo, ha la rara dote di saper ascoltare, non solo i Colleghi, ma anche studenti ed allievi.

L'opera scientifica di Enzo Martinelli è ampia e diversificata. Essa comprende una cinquantina di lavori scientifici in senso stretto e spazia dalla Geometria Algebrica alla Geometria Differenziale, alla Topologia, dalla Teoria delle funzioni di più variabili complesse alla Teoria delle forme differenziali esterne. I lavori, che quasi sempre portano a risultati conclusivi, si distinguono per un perfetto equilibrio tra fantasia e rigore. Scritti in un italiano elegante, probabilmente legato alle origini toscane ed agli studi classici, con dimostrazioni essenziali conducono rapidamente ai risultati.

L'articolo di G. Zappa, pubblicato nel volume della Rivista di Matematica di Parma dedicato al Convegno Internazionale in onore di E. Martinelli tenuto a Roma nel 1983, descrive molto bene le attività e l'ambiente dell'Istituto Matematico della capitale intorno al 1940. In quel clima, particolarmente stimolante per la simultanea presenza di grandi Maestri e di giovani promettenti discepoli, Enzo Martinelli muove decisivi passi nella ricerca scientifica. Per suggerimento di F. Severi, rivolge l'attenzione alla Teoria delle funzioni di più variabili complesse, campo allora di grande attualità, e, nel corso degli anni, pubblica quasi venti lavori. Il nucleo più consistente di essi riguarda le rappresentazioni integrali di tipo Cauchy delle funzioni olomorfe. Si tratta precisamente dei lavori [4], [6], [15], [16], [17], [23], [24], [25], che impegnano E. Martinelli per un arco di tempo di quasi quindici anni.

Precisamente, nel lavoro [4] ottiene la formula integrale di dimensione minima, generalizzando risultati noti, nei quali la varietà di integrazione è di tipo molto particolare. Nel lavoro [6] del 1938 E. Martinelli stabilisce la formula integrale di dimensione massima. A questa rappresentazione integrale, di notevole importanza nella teoria, perviene indipendentemente S. Bochner (Princeton Dissertations 1941, Ann. of Math. 1943); per questo, nella letteratura, spesso vengono indicati insieme i due nomi. Infine, con la memoria [23] del 1953, di ben 70 pagine, Enzo Martinelli ottiene il risultato conclusivo superando notevoli difficoltà topologiche e algoritmiche. Si tratta di una famiglia di rappresentazioni integrali per le funzioni olomorfe di n variabili, dipendenti dalla dimensione k della varietà di integrazione, che assume tutti i valori da n a $2n-1$, e da $\binom{k}{n-k}$ interi, che precisano lo stato di allacciamento tra il ciclo di integrazione ed un opportuno scheletro di dimensione duale entro la varietà singolare per il nucleo di integrazione, anch'esso convenientemente scelto. Nel corso degli anni l'interesse di Martinelli per questo argomento è sempre presente. Nell'ultimo lavoro, del 1984, riscrive la formula integrale di dimensione massima in forma particolarmente elegante e ne indica il legame con la formula di Plemelj-Harvey-Lawson.

I risultati sulle formule integrali sono utilizzati da E. Martinelli per ottenere una rappresentazione integrale per le componenti reali delle funzioni olomorfe di due variabili ([7], [8]), per dare nuove dimostrazioni del classico teorema di Hartogs ([12], [15]) e di una formula di Andreotti-Norguet ([45]), per indicare un raffinamento qualitativo delle condizioni di Severi e di Fichera perché una funzione, assegnata sulla frontiera, sia traccia di una funzione olomorfa e per rappresentare quest'ultima in forma integrale a partire dalla traccia ([37], [38]).

Alle funzioni olomorfe di più variabili sono dedicati anche i lavori [10], [27]. Il primo contiene una dimostrazione geometrica del teorema di Weierstrass sui periodi infinitesimi, il secondo una condizione necessaria e sufficiente per la validità di una formula di Caccioppoli. Infine il lavoro [5] rappresenta un primo studio della geometria delle funzioni complesse di più variabili complesse, non olomorfe.

Alla Teoria delle forme differenziali E. Martinelli dedica tre lavori. Il primo teorema di esistenza relativo ai sistemi di forme esterne afferma che, per ogni varietà integrale V_p di un sistema S, esiste una varietà integrale V_{p+1} passante per V_p, purché V_p soddisfi certe condizioni di regolarità. In [14] vengono date una dimostrazione geometrico-infinitesimale del teorema, basata sulla formula di Green-Stokes generale, ed un'interpretazione geometrica delle condizioni di regolarità. I lavori [18], [19] contengono una nuova rapida dimostrazione del teorema di Cartan-De Rham sull'esistenza di forme differenziali con assegnati periodi, nell'ipotesi che la varietà ambiente soddisfi ad una conveniente proprietà topologica, e la costruzione effettiva delle p-forme con $p \leqslant 4$.

È noto che l'attività scientifica di E. Martinelli è rivolta sopra tutto alla Teoria delle funzioni e alla Geometria Differenziale, campo quest'ultimo che comprende ben quindici lavori.

Le note [1], [13] (la prima risale al tempo degli studi universitari) contengono una proprietà delle aree delimitate da linee cicloidali ed una osservazione relativa al cerchio osculatore ad una linea piana in un punto di minima curvatura.

A partire dal 1952 E. Martinelli si interessa alla geometria delle varietà quasi complesse, quasi hermitiane, kähleriane. Nei lavori [21], [31] stabilisce che una struttura quasi complessa su di una varietà V determina sui piani olomorfi tangenti una metrica conforme intriseca. Le metriche hermitiane di V sono precisamente le metriche riemanniane che sui piani olomorfi inducono la metrica sopra indicata. Tra le metriche hermitiane di V quelle kähleriane sono caratterizzate dal fatto che la connessione di Levi-Civita muta piani olomorfi in piani olomorfi. In ogni spazio tangente di una varietà quasi complessa il sistema dei piani olomorfi è geometricamente caratterizzato; ciò consente una definizione alternativa delle varietà quasi complesse. Infine, sono indicate condizioni analitiche perché una connessione su di una varietà quasi complessa abbia torsione nulla sui circuiti infinitesimi nei piani olomorfi.

I lavori [28], [29], [30], [35] sono dedicati alle varietà kähleriane o quasi kähleriane (almost Kähler). Se la varietà V ha, in un punto x, curvatura olomorfa costante c la rotazione del riferimento coordinato per un circuito infinitesimo di area a su di un piano olomorfo di $T_x(V)$ è somma di due rotazioni, entrambe di ampiezza $\frac{c}{2}a$, una parallela al piano olomorfo, l'altra indipendente da questo. Per le sottovarietà olomorfe di V sussiste un teorema di minimo volume, che generalizza un risultato di W. Wirtinger relativo al caso in cui V sia l'immagine reale di C^n o il classico modello metrico reale di $P_n(C)$.

Infine, sia x un punto di una superficie olomorfa S di V. Siano K_T e K_G la curvatura sezionale di V relativa al piano T tangente ad S in x e la curvatura di Gauss di S in x. Introdotta in modo geometricamente naturale la curvatura caratteristica K_c di S in x, risulta $K_T - K_G = K_c^2$.

Un cenno a parte meritano i lavori [33], [34], [39], [40], [46], nei quali vengono introdotte e studiate le varietà a struttura quaternionale generalizzata. Nell'intento di sviluppare una teoria analoga a quella del caso complesso appare naturale considerare i gruppi $GL(n, H)$ e $Sp(n)$ in luogo di $GL(n, C)$ e di $U(n)$. Essi appaiono tuttavia troppo ristretti; perciò vengono scelti a fondamento della teoria i rispettivi prodotti per il gruppo moltiplicativo H^* dei quaternioni non nulli. Una struttura quasi quaternionale generalizzata su di una varietà V dà luogo, in ogni spazio tangente ad un sistema di spazi 4-dimensionali invarianti rispetto a $GL(n, H) \times H^*$ (spazi caratteristici) e definisce su ciascuno di essi una metrica conforme. Le metriche hermitiane quaternionali di V, introdotte partendo dalla nozione di prodotto hermitiano, sono precisamente le metriche riemanniane di V, che subordinano sugli spazi caratteristici la metrica conforme sopra accennata. Il prodotto hermitiano non è invariante rispetto a $Sp(n) \times H^*$; tuttavia questo gruppo conserva i prodotti hermitiani reali e in particolare la misura hermitiana, proprietà quest'ultima che lo caratterizza entro $GL(n, H) \times H^*$. La costruzione del classico modello metrico reale di $P_n(C)$ con la metrica di Mannoury-Fubini-Study si può estendere allo spazio proiettivo quaternionale $P_n(H)$. La varietà reale così ottenuta risulta essere una varietà a struttura quaternionale generalizzata, dotata di metrica hermitiana quaternionale. La 2-forma ω, analoga alla classica forma di Kähler della teoria relativa a C, non risulta chiusa; tuttavia è chiusa la forma $\Omega = \omega \wedge \omega$. Infine, il lavoro [46] contiene una sintesi dei risultati precedenti e indica i successivi sviluppi di questa teoria, dovuti agli allievi.

Di natura algebrica è il lavoro [41]. Siano W uno spazio vettoriale su C e V la sua immagine reale. Un prodotto hermitiano in W dà luogo, per i corrispondenti vettori di V, ad un prodotto scalare e ad un prodotto simplettico. Poiché il prodotto hermitiano è invariante relativamente alla moltiplicazione per i dei vettori, i prodotti scalare e simplettico indotti risultano invarianti rispetto all'isomorfismo fondamentale J di V. Le considerazioni vengono poi estese dai vettori ai k-vettori esterni.

La conferenza al Congresso UMI del 1948 e il successivo lavoro [20] mettono in luce interessanti legami tra Geometria Differenziale e Geometria Algebrica. Sia W una varietà algebrica irriducibile priva di singolarità in $P_n(C)$. La varietà reale V, che rappresenta W nel classico modello metrico reale di $P_n(C)$ (Mannoury-Fubini-Study), è una varietà riemanniana molto particolare e risulta di minimo volume. Ad analoga conclusione si perviene ponendosi da un punto di vista locale (equazioni parametriche di W in $P_n(C)$). Ancora, le proprietà del modello metrico reale di $P_n(C)$ consentono importanti applicazioni della teoria degli integrali armonici di Hodge alla Geometria Algebrica.

A questa disciplina Enzo Martinelli dedica i lavori [9], [11], [22], [26]. Sia $M^{(n,k)}$ l'insieme degli elementi punto-$P_k(C)$ incidenti di $P_n(C)$, cioè l'insieme prodotto di $P_n(C)$ per la grassmanniana dei $P_{k-1}(C)$ di $P_{n-1}(C)$. La risoluzione del problema della base consente di costruire una varietà algebrica M di ordine minimo, modello proiettivo di $M^{(n,k)}$. Siano poi $\Sigma_1, \ldots, \Sigma_s$ sistemi lineari di V_{k-1} sopra una varietà algebrica irriducibile V_k di $P_n(C)$ e sia Σ il sistema di equivalenza ottenuto per intersezione a partire dai Σ_i. Si può supporre che la dimensione r di Σ sia la somma delle dimensioni r_i dei Σ_i. Ciò premesso, se Σ è semplice, entro la varietà di Segre M_s, che rappresenta le s-ple $(x_1, \ldots, x_s)$ con $x_i \in P_r(C)$, viene costruita una varietà V_k', in corrispondenza birazionale con V_k, che dicesi immagine proiettiva del sistema di equivalenza Σ, in quanto le sezioni di V_k' con le sottovarietà di Segre M_{s-1}, subordinate ad M_s corrispondono proprio agli elementi di Σ. Nel lavoro [22] si considera l'immagine reale riemanniana V di una varietà algebrica W di $P_n(C)$. Poiché V possiede una metrica conforme sui piani olomorfi tangenti, è naturale fare uso su V di una metrica hermitiana e, in particolare, di una metrica kähleriana. Ciò premesso, introdotta per le p-forme esterne una nozione di coniugio, si considerano le coppie di p-forme chiuse e coniugate ed i loro integrali. Si perviene infine alla definizione di integrali coniugati. La teoria sviluppata, analoga a quella degli integrali armonici, a differenza dalla teoria di Hodge, è invariante per trasformazioni birazionali di W. Ancora, siano W_1, W_2 due curve analitiche di C^2 e V_1, V_2 le superficie immagini in R^4. Se Ω è un punto algebroide di $W_1 \cap W_2$ ed O la sua immagine reale, si considerino in R^4 una sfera S^3 di centro O e raggio sufficientemente piccolo e le curve $C_i = V_i \cap S^3$. Allora la molteplicità di intersezione di W_1 e W_2 in Ω è uguale all'indice di allacciamento di C_1 e C_2 su S^3. Segue una dimostrazione topologica del teorema di Bezout per due curve algebriche di C^2. Infine, sempre nell'ambito della Geometria Algebrica va ricordata la collaborazione con F. Conforto nel raccogliere le lezioni di F. Severi su «Serie, sistemi di equivalenza e corrispondenze algebriche sulle varietà algebriche», pubblicate da Cremonese nel 1942.

L'interesse di E. Martinelli per la Topologia può farsi risalire ai primi anni dopo la laurea con i lavori [2], [3]. Sia U un aperto su di una superficie di Jordan in R^n ed ω un omeomorfismo che muta le sezioni piane di U nelle sezioni piane di $\omega(U)$. Esiste allora in R^n una omografia Ω tale che $\Omega_{|U} = \omega$. Ancora, se U non appartiene ad un piano, esiste sempre un cono solido proiettante U da un conveniente punto di U.

È indubbio però che il contributo più importante è costituito dai lavori [42], [43], [44] di Topologia Algebrica. Siano rispettivamente $C_*(X)$ e $C_*^{\mathrm{or}}(X)$ i complessi delle catene singolari ordinarie e orientate di uno spazio topologico X. Precisamente $C_*^{or}(X) = C_*(X)/D_*(X)$ essendo $D_*(X)$ il complesso generato dai simplessi e dalle catene degneri. Ciò premesso, $C_*(X)$ e $C_*^{or}(X)$ sono omotopicamente equivalenti e risultano isomorfi i gruppi di omologia a coefficienti in G $H_*(X, G)$ e $H_*^{or}(X, G)$ ed i corrispondenti gruppi di coomologia $H^*(X, G)$ e $H_{\mathrm{alt}}^*(X, G)$. Gli elementi di $C_{\mathrm{alt}}^*(X, G)$ (cocatene singolari alternanti), che possono identificarsi con le cocatene singolari a valori in G che si annullano su $D_*(X, G)$, assumono valori alternanti sui simplessi singolari ottenuti permutando preventivamente i vertici dei simplessi standard. Se G è un campo di caratteristica zero, è indicata una costruzione della dualità omologia-coomologia. Nella stessa ipotesi su G viene definito un cup-product alternante per le cocatene di $C^*_{\text{alt}}(X, G)$, che, a differenza del cup-product ordinario, corrisponde perfettamente al prodotto esterno delle forme. Introdotta una particolare suddivisone simpliciale (suddivisione equilineare), segue una dimostrazione diretta del terzo teorema di De Rham.

Infine, ampia, diversificata e sempre molto curata nell'esposizione è la produzione didattica di E. Martinelli, che comprende anche opere di livello elevato, quali ad esempio quelle indicate ai numeri [8], [19], [26], [29] dell'elenco.

Concludo qui la mia esposizione, sperando di aver dato un'idea della personalità di Enzo Martinelli, non solo per quanto riguarda il suo importante contributo alla Matematica, ma anche per quanto attiene al suo impegno professionale. Uomo di rara onestà intellettuale, Maestro generoso e sempre disponibile, lascia nei numerosi allievi, diretti e indiretti, e più in generale in quanti lo hanno conosciuto, un ricordo destinato a durare nel tempo.

GIOVANNI BATTISTA RIZZA

Pubblicazioni

Note e memorie

[1] *Sulle aree delimitate da linee cicloidali*, Bollettino di Matematica, **10** (1931), 133-147.

[2] *Sugli insiemi bidimensionali di punti dello spazio fra loro omografici*, Boll. Un. Mat. Ital., **15** (1936), 20-24.

[3] *Sui coni proiettanti da un punto di una superficie di Jordan i rimanenti punti*, Boll. Un. Mat. Ital., **15** (1936), 66-71.

[4] *La formula di Cauchy per le funzioni analitiche di due variabili complesse*, Atti Accad. Naz. Lincei Rend., **25** (1937), 33-36.

[5] *Sulle funzioni poligene di due variabili complesse*, Mem. Reale Accad. d'Italia, 8 (1937), 65-125.

[6] *Alcuni teoremi integrali per le funzioni analitiche di più variabili complesse*, Mem. Reale Accad. d'Italia, **9** (1938), 269-283.

[7] *Intorno alla teoria delle funzioni biarmoniche e delle funzioni analitiche di due variabili complesse*, Atti II Congresso U.M.I., Bologna, 4-6 aprile 1940 (1942), 162-167.

[8] *Studio di alcune questioni della teoria delle funzioni biarmoniche e delle funzioni analitiche di due variabili complesse coll'ausilio del calcolo differenziale assoluto*, Mem. Reale Accad. d'Italia, **12** (1941), 143-167.

[9] *Sulla varietà delle faccette p-dimensionali di S_r*, Mem. Reale Accad. d'Italia, **12** (1941), 917-943.

[10] *Sulle funzioni analaitiche di più variabili complesse con periodi infinitesimi*, Boll. Un. Mat. Ital., **3** (1941), 213-215.

[11] *Sulla immagine proiettiva delle serie e dei sistemi d'equivalenza elementari sopra una varietà*, Acta Pont. Acad. Scient., **6** (1942), 147-151.

[12] *Sopra una dimostrazione di R. Fueter per un teorema di Hartogs*, Comment. Math. Helv., **15** (1942-43), 340-349.

[13] *Sopra una proprietà del circolo osculatore ad una curva piana in un punto di massimo del raggio di curvatura*, Boll. Un. Mat. Ital., **5** (1943), 233-235.

[14] *Sopra un teorema fondamentale della teoria dei sistemi di equazioni alle forme differenziali*, Mem. Reale Accad. d'Italia, **14** (1943), 175-190.

[15] *Sulla formula di Cauchy n-dimensionale e sopra un teorema di Hartogs nella teoria delle funzioni di n variabili complesse*, Comment. Math. Helv., **17** (1944-45), 201-208.

[16] *Formula di Cauchy $(n+1)$-dimensionale per le funzioni analitiche di n variabili complesse*, Comment. Math. Helv., **18** (1945-46), 30-41.

[17] *Formule integrali e topologia nella teoria delle funzioni di più variabili complesse*, Acta Pont. Acad. Scient., **9** (1946), 235-250.

[18] *Un'osservazione sopra un teorema fondamentale della teoria degli integrali di una varietà topologica*, Boll. Un. Mat. Ital., **4** (1949), 348-352.

[19] *Sulla costruzione esplicita di forme differenziali con assegnati periodi*, Ann. Mat. Pura Appl., **30** (1949), 97-121.

[20] *Geometria algebrica e geometria riemanniana*, Rend. Mat. e Appl., **9** (1950), 1-25.

[21] *Qualche proprietà geometrica nelle varietà a struttura complessa*, Atti Accad. Ligure Sci. Lett., **9** (1952), 1-10.

[22] *Alla ricerca di nuovi integrali invarianti sulle varietà algebriche*, Atti IV Congresso U.M.I., Taormina, 25-31 ottobre 1951 (1953), 398-406.

[23] *Sulle estensioni della formula integrale di Cauchy alle funzioni analitiche di più variabili complesse*, Ann. Mat. Pura Appl., **34** (1953), 277-347.

[24] *Sur l'éstension des théorèmes de Cauchy aux fonctions de plusieurs variables complexes*, Colloque sur les fonctions de plusieurs variables, CBRM, Bruxelles (1953), 109-124.

[25] *Teoremi integrali nella teoria delle funzioni di più variabili complesse*, Rend. Sem. Mat. Fis. Milano, **24** (1952-53), 172-182.
[26] *Sulle intersezioni delle curve analitiche complesse*, Rend. Mat. e Appl., **14** (1955), 422-430.
[27] *Contributi alla teoria dei residui per le funzioni di due variabili complesse*, Ann. Mat. Pura Appl., **39** (1955), 335-343.
[28] *Punti di vista geometrici nello studio della varietà a struttura complessa*, III Corso CIME, Varenna (1956).
[29] *Sulla curvatura delle superficie caratteristiche in una varietà kähleriana*, Atti Accad. Naz. Lincei Rend., **21** (1956), 267-274.
[30] *Sulle varietà kähleriane dotate di isotropia caratteristica*, Atti Accad. Naz. Lincei Rend., **21** (1956), 400-404.
[31] *Sulle varietà a struttura complessa*, Ann. Mat. Pura Appl., **43** (1957), 313-324.
[32] *Le funzioni analitiche di più variabili dal punto di vista di Cauchy*, in F. Severi, *Lezioni sulla Teoria delle Funzioni Analitiche di più Variabili Complesse*, Cedam, Padova, 1958.
[33] *Varietà a struttura quaternionale generalizzata*, Atti Accad. Naz. Lincei Rend., **26** (1959, 353-362.
[34] *Modello metrico reale dello spazio proiettivo quaternionale*, Ann. Mat. Pura Appl., **49** (1960), 73-89.
[35] *Generalizzazione dei teoremi di minimo volume di Wirtinger a tutte le varietà kähleriane o quasi-kähleriane*, Ann. Mat. Pura Appl., **50** (1960), 135-147.
[36] *Sulle varietà a struttura complessa o quasi-complessa*, Confer. Sem. Mat. Univ. Bari, **52-53** (1960).
[37] *Sopra un teorema di F. Severi nella teoria delle funzioni analitiche di più variabili complesse*, Rend. Mat. e Appl., **20** (1961), 81-96.
[38] *Sulla determinazione di una funzione analitica di più variabili complesse in un campo, assegnatane la traccia sulla frontiera*, Ann. Mat. Pura Appl., **55** (1961), 191-202.
[39] *Metriche hermitiane sulle varietà quasi-quaternionali generalizzate*, Atti Accad. Naz. Lincei Rend., **39** (1965), 400-407.
[40] *Variétés à structure quaternionienne généralisée*, Rev. Roumaine Math., **10** (1965), 912-922.
[41] *Metrica hermitiana e metriche euclidea e simplettica associate*, Rend. Mat., **2** (1969), 295-313.
[42] *Omologia e coomologia singolari, orientata e alternate*, Atti Accad. Naz. Lincei Rend., **53** (1972), 264-274.
[43] *Cup-product, prodotto esterno, teoremi di De Rham*, Rend. Sem. Mat. Fis. Milano, **43** (1973), 121-133.
[44] *Cup-product e prodotto esterno*, Ann. Mat. Pura Appl., **98** (1974), 1-24.

[45] *Sopra una formula di Andreotti-Norguet*, Boll. Un. Mat. Ital., **11** (1975), 455-457.
[46] *Quaternioni, algebra classica, geometria moderna*, Atti Convegno R. Calapso, Messina-Taormina 1981, 249-264.
[47] *Qualche riflessione sulla rappresentazione integrale di massima dimensione per le funzioni di più variabili complesse*, Atti Accad. Naz. Lincei Rend., **76** (1984), 235-242.

Trattati ed esposizioni didattiche - Varie

[1] *Appunti di Teoria delle Funzioni*, Ist. Mat. Univ. Genova, 1947-50.
[2] *Lezioni di Geometria (Geometria Descrittiva)*, Di Stefano, Genova, 1950.
[3] *Lezioni di Geometria con Esercizi, Parti I, II, III,* Di Stefano, Genova, 1952-54.
[4] *Lezioni di Geometria con Esercizi (per il secondo anno di Mat., Fis., Ing.)*, Veschi, Roma, 1955-62.
[5] *Lezioni di Topologia*, vol. I, Ist. Mat. G. Castelnuovo, Univ. Roma, 1955-56.
[6] *Lezioni di Topologia*, vol. II, Ist. Mat. G. Castelnuovo, Univ. Roma, 1956-57.
[7] *Funzioni analitiche di più variabili dal punto di vista di Cauchy*, in F. Severi *Lezioni sulle funzioni analitiche di più variabili complesse*, CEDAM, Padova, 1957.
[8] *Omologia, coomologia, successioni esatte*, Ist. Naz. Alta Mat., Roma, 1957.
[9] *Elementi di Geometria Proiettiva*, in F. Conforto: *Geometria Analitica: lezioni ed esercizi*, Ed. Politecnica Ital., Roma, 1959.
[10] *Problemi organizzativi della Matematica Italiana: Informazione e possibili accordi sulle attività dei vari Enti, impiego dei fondi, coordinamento delle pubblicazioni*, Boll. Un. Mat. Ital. 15 (1960), 232-252.
[11] *Lezioni di Topologia*, vol. III, Ist. Mat. G. Castelnuovo, Univ. Roma, 1961.
[12] *Lezioni di Geometria con Esercizi*, vol. I, Veschi, Roma, 1962-72.
[13] *Lezioni di Geometria con Esercizi*, Complemento al vol. I, Veschi, Roma, 1963.
[14] *Lezioni sulla Teoria delle funzioni e delle varietà complesse*, Parte I: *Funzioni analitiche di una variabile complessa*, Ist. Mat. G. Castelnuovo, Univ. Roma, 1964.
[15] *Corso di Geometria Superiore*, Ist. Mat. G. Castelnuovo, Univ. Roma, 1964-65.

[16] *Complementi di Geometria Analitica* (a cura di M. Benedicty), Ed. Politecnica Ital., Roma, 1965.
[17] (con G. VACCARO), *Lezioni di Geometria con Esercizi (per Ing.)*, Veschi, Roma, 1965.
[18] (con G. VACCARO), *Lezioni di Geometria (per Ing.)*, Parte I *Teoria*, Parte II *Esercizi e Complementi*, Veschi, Roma, 1965.
[19] *Introduzione alla Teoria della Omologia e della Coomologia*, Veschi, Roma, 1968.
[20] *Lezioni di Geometria Superiore*, Ist. Mat. G. Castelnuovo, Univ. Roma, 1972.
[21] *Il metodo delle coordinate*, Lezioni di Geometria con Esercizi (per il primo anno di Mat. Fis. Ing.), Veschi, Roma, 1974.
[22] *Enrico Bombiani*, Ann. Mat. Pura Appl., **107** (1975).
[23] *Enrico Bombiani*, Celebrazioni Lincee, **105** (1977), 1-13.
[24] *Beniamino Segre*, Ann. Mat. Pura Appl., **116** (1978).
[25] *Beniamino Segre*, Atti Accad. Naz. Lincei Rend., **66** (1979), 83-93.
[26] *Introduzione alla teoria delle classi caratteristiche: uno sguardo panoramico*, Centro Linceo Interdisciplinare, Roma, **45** (1979), 1-59.
[27] (con B. SEGRE e G. SCORZA DRAGONI), *Introduzione alla Memoria di Tung Chia Chi: The first main theorem of value distribution on complex spaces*, Atti Accad. Naz. Lincei Mem., **15** (1979).
[28] *Beniamino Segre: His life, his work*, Rend. Accad. Naz. Sci. XL, **4** (1979-80), 1-11.
[29] *Introduzione elementare alla Teoria delle Funzioni di variabili complesse con particolare riguardo alle rappresentazioni integrali*, Centro Linceo Interdisciplinare, Roma, **67** (1984), 1-236.
[30] *Omaggio a Giovanni Battista Rizza in occasione del suo 70° compleanno*, Riv. Mat. Univ. Parma, **3** (1994), 1-2.

Giovanni Battista Rizza, Via Linati 3/5, 43100 Parma