Bollettino Unione Matematica Italiana

Sezione A – La Matematica nella Società e nella Cultura

Benedetto Scimemi

Intervista a Douglas Hofstadter

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 8, Vol. **5-A**—*La Matematica nella Società e nella Cultura* (2002), n.1, p. 25–42.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_2002_8_5A_1_25_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 2002.

Bollettino U. M. I.
La Matematica nella Società e nella Cultura
Serie VIII, Vol. V-A, Aprile 2002, 25-42

Intervista a Douglas Hofstadter.

a cura di BENEDETTO SCIMEMI

Nato a New York il 15 febbraio 1945, Douglas Hofstadter ha compiuto negli Stati Uniti studi regolari di matematica (B.S.) e fisica (Ph.D.), dedicandosi contemporaneamente allo studio delle lingue e della musica. Nel 1979 il suo libro «Gödel, Escher, Bach» gli diede rapidamente fama mondiale: premio Pulitzer nel 1980, tradotto in ben tredici lingue, ha avuto probabilmente più lettori di ogni altro libro della letteratura scientifica non specialistica, divenendo una sorta di riferimento intellettuale per molti giovani, affascinati dall'impareggiabile commistione che vi si ritrova tra scienza e arte, ragionamento e gioco, analisi e creatività. Il largo spettro degli interessi di Hofstadter appare chiaro dal suo curriculum accademico: professore di Computer Science all'Indiana University a Bloomington (1977-84), di Psicologia all'Università del Michigan (1984-88), di Scienze Cognitive, Filosofia e Letterature comparate ancora a Bloomington (dal 1988 a oggi), ha trascorso vari anni come visiting scientist al MIT, a Stanford e all'IRST di Trento (1993-94), dove ritorna ogni anno per brevi periodi. I suoi rapporti con il nostro paese sono particolarmente stretti, anche perché parla perfettamente l'italiano. Per il 2001-2 Hofstadter è visitatore dell'Istituto di Studi Avanzati di Bologna, ed è qui che ci ha rilasciato questa intervista, che verte soprattutto sui suoi rapporti con la matematica.

Tra i tuoi innumerevoli lettori qualcuno pensa che tu sia uno psicologo, altri un fisico, un informatico, un filosofo, un traduttore di poesie, un matematico…. Ti consideri un matematico?

No. Mi piacerebbe, ma non posso considerarmi un matematico, anche se la matematica mi ha coinvolto moltissimo fin da ragazzo ed è stata una delle più grandi passioni della mia vita. Dopo molti anni di coinvolgimento con la matematica, ora so di non poterle dare contributi clamorosi; ciò richiederebbe un livello di astrazione che per me è purtroppo irraggiungibile. Scoperte ad un livello più modesto, però, sì, ne ho fatte molte nel corso della mia vita, e di alcune sono molto orgoglioso; in teoria di numeri e in geometria più che altro, ma qualcosa anche nel campo della logica.

Ne parleremo tra poco. Quali sono i tuoi primi ricordi matematici?

Fin da bambino i numeri mi affascinavano. Ricordo di aver provato una certa eccitazione nel trovare relazioni aritmetiche del tipo $(3 \times 3) \times (5 \times 5) = 15 \times 15$. Non sapevo nulla della commutatività o dell'associatività della moltiplicazione; avevo semplicemente scoperto una legge nascosta nel sistema dei numeri interi. Pensavo che fosse una scoperta nuova per il mondo! Ovviamente non possedevo formalismi, né avevo idea di che cosa fosse una dimostrazione; pensavo che studiando i singoli numeri — come un fisico studia gli atomi — si facessero «scoperte» che poi si potevano pubblicare. Questo atteggiamento sostanzialmente sperimentale mi è sempre rimasto addosso, anche quando venni a contatto con la vera matematica.

Chi ti ha coinvolto per primo con la matematica più avanzata?

Mio padre. Era uno scienziato, un fisico delle particelle elementari. Avevo forse otto anni quando mio padre mi parlò di radici quadrate, e mi insegnò un algoritmo per il loro calcolo. Molto presto mi parlò anche dei numeri complessi. Ricordo con emozione il primo incontro con la formula $e^{i\pi} = -1$; mi posi poi il problema di elevare i alla i, e fui molto colpito nel trovare che, come risultato di operazioni tanto irreali i^i era in definitiva un numero reale. Che bizzarro! E poi adoravo fare la moltiplicazione non commutativa di varie matrici 2×2 o 3×3. E vi dedicavo molte ore, specie quando gli elementi erano numeri complessi. Che sensazione mistica! Chissà perché.

Quale altra matematica incontrasti da ragazzo? Ebbe un ruolo la scuola?

Sì, certo, ma non un ruolo centrale. Tra i 12 e i 16 anni feci invece molte letture per conto mio, che mi suggerirono una quantità di interessi e di problemi profondi: mi chiedevo che cosa sono la coscienza, l'io, la creatività, il pensiero, il linguaggio… Più tardi, un anno trascorso a Ginevra con la mia famiglia mi diede l'occasione di imparare il francese. Ne fui affascinato e lo studiai con enorme impegno: cercavo le leggi del linguaggio, adoravo la grammatica e i diversi suoni… Le lingue straniere infatti divennero da allora una mia grande passione. Proprio dopo il ritorno da Ginevra - ero al liceo - mi imbattei nel bellissimo libro *Gödel's Proof* di Ernest Nagel e James Newman, che ebbe una grande influenza su di me: lo *strano anello* (cioè l'autoriferimento nascosto) che scoprii nel cuore della dimostrazione di Gödel mi sembrava nascondere in sé la chiave del segreto della coscienza e del mistero dell'io. Questi strani anelli (di cui parlo a lungo in *Gödel, Escher, Bach*) divennero per me oggetti assai concreti, da studiare un po' come i numeri.

Quali furono dunque le tue prime vere scoperte matematiche?

A circa sedici anni incominciai a interessarmi di relazioni tra sequenze di numeri interi. Per esempio, mi posi il problema: quanti numeri triangolari si trovano tra due quadrati consecutivi ($n^2 \leqslant t(t-1)/2 < (n+1)^2$)?

1 4 9 16 25 36 49 64 81 100 121 …
1 3 6 10 15 21 28 36 45 55 66 78 91 105 120

Calcolando molti termini, trovai sperimentalmente che la risposta era sempre o 1 o 2. Notai che la sequenza delle risposte

21211212121121211212121121211212112121211…

si può pensare come una serie di *molecole* di due tipi, (21) e [211]:

(21)[211](21)(21)[211](21)[211](21)(21)[211](21)[211](21)[211](21)(21)[211]…

Notai poi che la molecola grande [211] era sempre isolata, mentre la piccola (21) appariva a volte da sola, a volte in coppie. Contando il numero di molecole (21) comprese tra due [211] successive, ottenni un'altra sequenza di 1 e 2:

(21)[211](21)(21)[211](21)[211](21)(21)[211](21)[211](21)[211](21)(21)[211]...

2 1 2 1 1 2 ....

Con mia enorme sorpresa, quest'ultima non era un'*altra* sequenza; era identica alla sequenza originale. Avevo dunque scoperto un tipo di autoriferimento tutto mio! Presto imparai che questo tipo di sequenza, definibile in termini di sé stessa, si chiama *ricorsiva*. Da allora in poi, per molti anni, i temi dell'autoriferimento e della ricorsività mi occuparono molto intensamente. Negli anni successivi, mentre studiavo all'università di Stanford, lavorai molto per variare e generalizzare questo primo risultato. Lo feci in tanti modi diversi. Per esempio, sostituii i quadrati con i numeri pentagonali, ecc. Poi contai il numero delle potenze di 2 che sono comprese tra due potenze successive di 3:

1 3 9 27 81 243 729 2187 6561 ...
1 2 4 8 16 32 64 128 256 512 1024 2048 4096 ...

2 2 1 2 1 2 2 1 ...

Le proprietà dell'ultima sequenza sono collegate con quelle della prima, ma sono più sottili. Alla fine pervenni, per generalizzazioni successive, a successioni che chiamai «sequenze eta»:

$$\eta_k(\alpha, \delta) = [(k+1)\,\alpha + \delta] - [k\alpha + \delta]$$

dove [ ] indica la parte intera e α, δ sono numeri reali arbitrari. Nel giro di tre o quattro anni feci centinaia di scoperte sulle sequenze eta, e anche su altre sequenze ricorsive di tanti tipi diversi.

Restavano risultati isolati, o riuscisti a sistemarli in una teoria generale?

I risultati più centrali sulle sequenze eta si collocavano bene in una teoria, ma poi ce n'erano mille altri. Ero affascinato dai fatti in sè; le dimostrazioni a volte le trovavo, ma molto di più mi interessava la possibilità di variare il tema creando concetti o strutture analoghi ma sempre nuovi. Molto spesso programmavo al computer una sequenza appena inventata, lo facevo girare fino a suggerirmi un'evidenza sperimentale sulla struttura nascosta della sequenza, cercavo poi una formula o una dimostrazione, e creavo infine, per analogia, un'altra sequenza, o magari un grappolo di sequenze apparentate.

Così, di fatto, passavi molto tempo al computer?

Sì, in quegli anni (cominciai queste indagini nel 1961) l'università era in possesso di un unico computer, che occupava una stanza enorme, ed io, per fortuna, ero tra i pochi — forse una dozzina di persone — che lo sapessero programmare.

Ti eri documentato su eventuali ricerche già fatte sui tuoi temi?

Non all'inizio. Ma dopo un paio d'anni parlai con il professor Gabor Szegö, che mi indicò un articolo scritto dal matematico tedesco Christoffel verso l'anno 1900, in cui si trovano le sequenze che io avevo battezzato *sequenze eta*, e si fanno dei collegamenti con le fra-

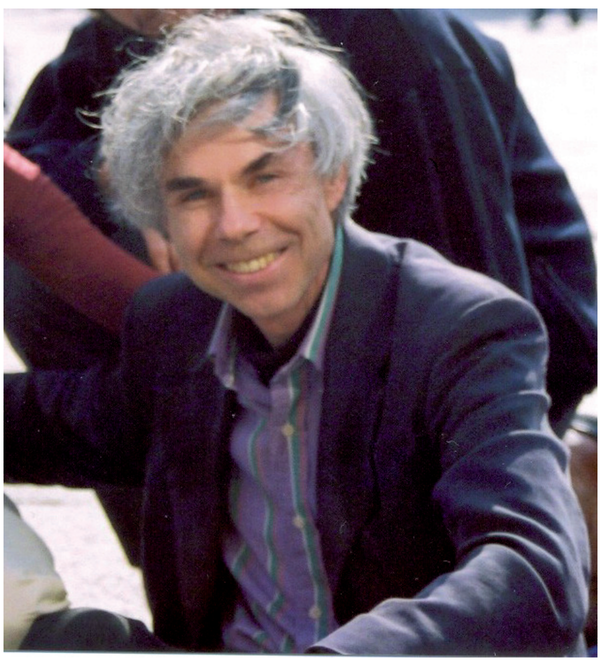

Fig. 1. – Douglas Hofstadter in piazza Maggiore a Bologna nel 2002

zioni continue. Questo articolo svolse un ruolo importante per me, e da allora in poi studiai le frazioni continue con profondo interesse. E tramite le sequenze eta e le frazione continue venni a capire molto più in profondità la natura nascosta dei numeri razionali e irrazionali. (Non lo potevo sospettare in quei giorni, ma queste conoscenze mi sarebbero state incredibilmente importanti anni dopo, nella tesi di dottorato, in un campo a prima vista molto lontano.) Ero naturalmente deluso del fatto che qualcun altro avesse scoperto queste sequenze prima di me, ma d'altro canto vidi che Christoffel non si era affatto concentrato sulle proprietà che avevano attratto me, per cui la maggior parte delle mie scoperte in questo campo ricchissimo erano ancora nuove, il che mi sollevò. Purtroppo, però, non provai mai a pubblicarle, e col passar del tempo altre persone, negli anni 60 e in seguito, ritrovarono per conto loro alcuni dei miei risultati, e li pubblicarono. Racconterò tra poco uno di questi casi.

In quei giorni di sbornia matematica, mi pareva di trovarmi in un terreno totalmente vergine, e mi sentivo sempre più trascinato a scoprirne le bellezze, che erano infinite e incredibilmente attraenti. Era lo scoprire che mi attirava tanto; non mi curavo del pubblicare. Avevo acquisito un vero "fiuto" per inventare sequenze ed altre strutture nuove, per lo più usando analogie e facendo variazioni sul tema. Un esempio concreto mi porterà all'aneddoto cui accennavo.

Un bel giorno, forse nel '62 o nel '63, giocherellando con la famosa sequenza di Fibonacci, decisi di aumentare il *grado di ricorsività* della sua ben nota formula, creando così una funzione definita dalla ricorrenza *incastrata*

$$Q(n) = Q(n - Q(n-1)) + Q(n - Q(n-2))$$
$$\text{con le condizioni iniziali } \mathrm{Q}(1) = \mathrm{Q}(2) = 1.$$

Il comportamento di questa sequenza Q si rivelò incredibilmente irregolare, pur mostrando qua e là rari momenti di regolarità. Questo strano misto di ordine e caos mi lasciò stupefatto, per cui andai in cerca di altre sequenze simili. Ne inventai una quantità, tra cui la seguente:

$$P(n) = P(P(n-1)) + P(n - P(n-1))$$
$$\text{con le condizioni iniziali } \mathrm{P}(1) = \mathrm{P}(2) = 1 .$$

Inizialmente anche questa *P* sembrava complicata ma, dopo un paio d'ore di sperimentazione, scoprii una regola che descriveva perfettamente il suo comportamento. A quel punto persi ogni interesse per questa variante, che mi sembrava un po' banale rispetto alla *Q*, per la quale invece non si vedeva alcun tipo di regola. Ecco dunque la storia curiosa. Circa 15 anni più tardi mi imbattei in un articolo sul *New York Times* che parlava di un premio di 10.000 dollari offerto dal famoso matematico John H. Conway a chi trovasse la spiegazione di una strana sequenza da lui scoperta. Riteneva Conway che la sequenza fosse così disordinata da non poterci essere formula o legge alcuna che catturasse il suo comportamento. Quando buttai l'occhio sulla formula di Conway, riconobbi la mia vecchia sequenza *P*, proprio quella che mi era sembrata, dopo tutto, un po' noiosa, se non banale, per la sua semplicità! Lessi poi che il premio era stato vinto in definitiva da un matematico che si chiamava Colin Mallows, il quale aveva scoperto lo stesso ordine da me trovato in precedenza; anzi, molti anni prima della sfida di Conway. Deluso da questa mancata occasione, scrissi una lettera sia a Conway che a Mallows. Conway non rispose mai, ma Mallows rispose, e molto cortesemente. In effetti, quando Mallows pubblicò un articolo sulla sua risoluzione della sequenza di Conway, non solo menzionò il fatto che io l'avevo preceduto, ma incluse anche la definizione della mia funzione *Q*, la quale rimase totalmente misteriosa, anche dopo la rivelazione di tutti i segreti sulla sequenza *P*. Queste due sequenze si trovano ormai in una grande enciclopedia della matematica sotto il mio cognome, con aggiunti i cognomi «Mallows» e «Conway» per quella più semplice. Inoltre, di recente, ho continuato a fare indagini — in grande misura empiriche, ma non sempre — su una vasta famiglia di varianti della funzione Q, che risulta essere veramente ricca e strana.

Quand'eri a Stanford, parlavi delle tue ricerche con i professori di matematica?

Sì, ne parlavo molto spesso con il professor Gordon Latta, che era molto aperto e generoso, e mi dava tanti incoraggiamenti e consigli;

e ogni tanto anche con altri professori, per esempio con Szegö, che aveva una personalità dolcissima. Nel frattempo seguivo regolarmente i corsi standard, con buoni risultati ma senza grande entusiasmo. Ma le ricerche le facevo generalmente da solo, o qualche volta in compagnia del mio amico Robert Boeninger.

Concludesti gli studi a Stanford in modo ufficiale?

Sì, ottenni il B.S. in matematica, con distinzione. I miei docenti apprezzavano evidentemente le mie ricerche in teoria dei numeri, e anche le presentazioni dei miei risultati che qualche volta avevo fatto in pubblico. Ma la matematica aveva occupato non più del 30% dei miei studi ufficiali. Avevo seguito corsi di lingue, di arte, e altro. Finita l'università, trascorsi un anno in Inghilterra e in Svezia, seguendo i miei genitori, e lì mi dedicai per lo più alle lingue e ad altri interessi. Al rientro in USA, nel '66, entrai nella *graduate school* di Berkeley.

Puntando a un Ph.D in matematica?

Sì, era questa certamente la mia intenzione, ma fu lì che mi colse una crisi profonda: nessuno dei corsi di matematica mi coinvolgeva più di tanto. Mi accorsi che il livello di astrazione richiesto era superiore alle mie forze. Della topologia generale, della teoria dei gruppi ecc. apprendevo senza difficoltà le definizioni e capivo sì le dimostrazioni, ma senza il minimo coinvolgimento personale. Non riuscivo a trovare, con quelle nozioni astratte, quel rapporto diretto, quella sorta di dimestichezza che invece mi aveva legato ai numeri e alle sequenze, che per tanto tempo erano stati, in certo qual modo, i miei amici e i miei compagni di lavoro. Compresi allora che le idee e le strutture tanto concrete e visualizzabili che mi avevano appassionato erano, per molti professionisti della matematica, niente di più che banali esempi. Quei matematici disdegnavano tutto ciò che per me contava. Molti anni più tardi scoprii che esistevano altri matematici che rispettavano il tipo di matematica che amavo io, ma da quelli di Berkeley ricevetti l'impressione chiarissima di aver totalmente sbagliato strada. Fu una profonda delusione.

Abbandonasti allora la matematica?

Sì, nel 1967 decisi con molta angoscia di lasciarla. Ero disperato. Uno dei sogni centrali della mia vita sembrava svanire senza lasciare speranze. Che cosa avrei fatto, dunque, nella vita? Mi consolavo con altre cose, dedicandomi intensamente alla musica, per esempio; ne ricavavo immenso piacere emozionale, suonavo e componevo... Eppure sapevo che non avrei potuto far musica professionalmente, anche perché persisteva in me il desiderio di studiare le leggi della natura (tra cui collocavo quelle della matematica): la mia sete di scoperta era ancora intatta. Date le mie competenze, avrei potuto inserirmi facilmente in un curriculum di informatica, ma attorno a me gli studenti che se ne occupavano sembravano disperatamente poco interessanti: privi di gusto e di fantasia, attaccati tutto il giorno ai loro programmi, parlavano un incomprensibile gergo iniziatico... Io non avevo nulla da spartire con quello standard di persone; oltre a tutto, si trattava esclusivamente di maschi! Altro ambiente, infinitamente più attraente, sembrava piuttosto quello dei fisici: persone colte ed educate, amanti dell'arte, cittadini del mondo... Non avevo capito, ahimè, che queste impressioni sui fisici erano suggerite dal mio ambiente familiare, filtrato e privilegiato, e non dalla comunità più larga dei fisici in genere. In ogni caso, dopo molte esitazioni, feci, con una certa fiducia, il salto nella fisica e simultaneamente lasciai Berkeley — il cui ambiente era divenuto per me molto pesante — trasferendomi all'Università dell'Oregon, un ambiente più tranquillo, che avevo apprezzato in una breve visita fatta nel '67.

E con la fisica fosti appagato dalla maggior concretezza dei problemi?

Inizialmente, sì: i fotoni, gli elettroni, i muoni, e soprattutto i neutrini sembravano particelle affascinanti, concrete quanto bastava per le mie esigenze. Ma dopo un paio di anni successe un altro disa-

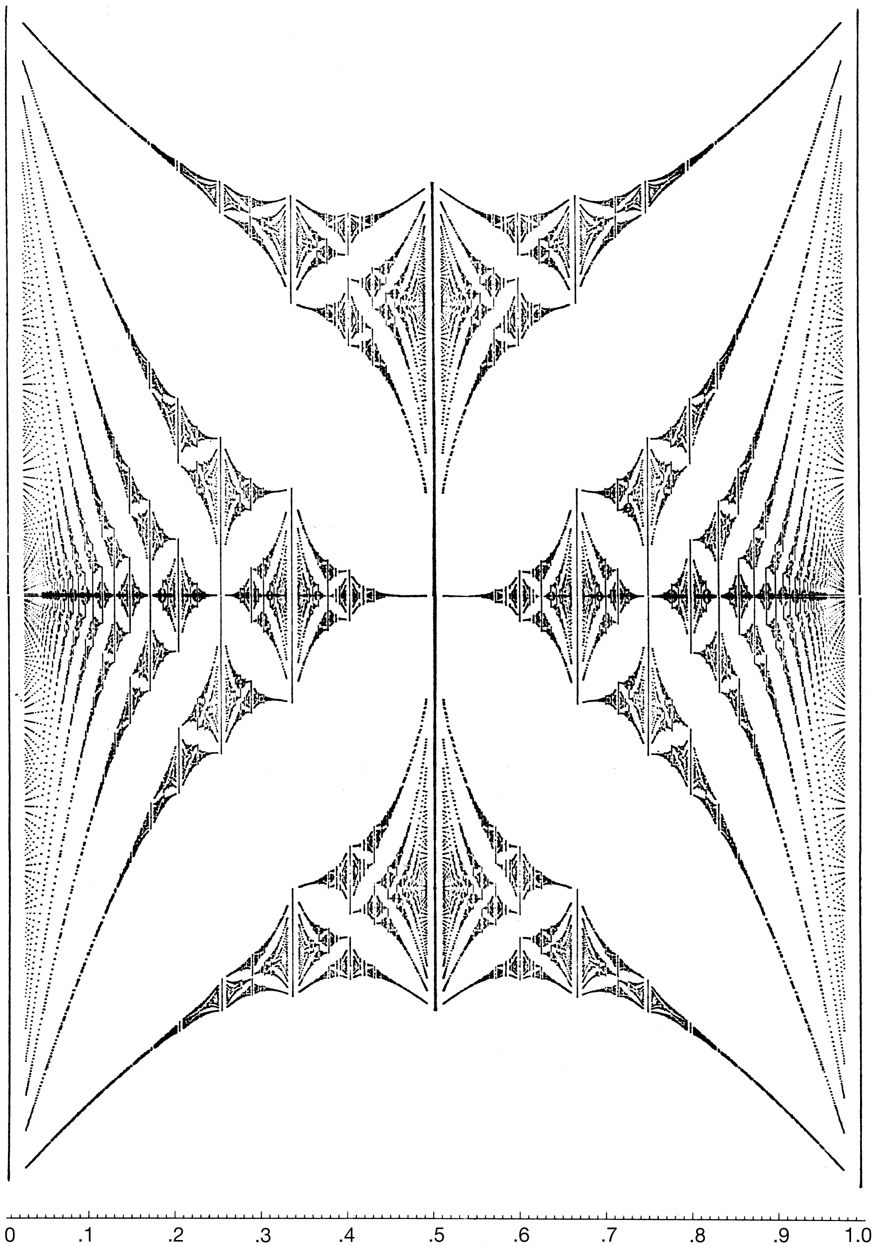

Fig. 2. – La farfalla di Hofstadter (sulle ascisse il campo magnetico, sulle ordinate l'energia).

stro. Mentre adoravo la relatività e la meccanica quantistica, non trovavo nulla di bello nelle più recenti teorie sulle particelle, nulla che mi eccitasse la fantasia. Infatti, la fisica delle particelle elementari, avendo alle spalle un patrimonio di grandi conquiste, attraversava in quegli anni un periodo di profonda crisi. Restai nell'Oregon dal '68 al '72, cambiando più volte sia il relatore che il soggetto della mia ricerca, ma senza mai trovare la minima soddisfazione. Nel '72, profondamente frustrato sia nella mia vita intellettuale che in quella personale, attraversai il continente in automobile, girovagando qua e là in cerca di un posto nuovo per stabilirmi. Alla fine decisi di trasferirmi all'università dove mio padre aveva fatto i suoi primi studi, il famoso *City College* di New York. Purtroppo, dopo soli sei mesi, mi trovai ancora più deluso e frustrato di prima. Rientrato nell'Oregon nel '73, mi decisi finalmente a lasciare il mondo delle particelle elementari e mi tuffai — un altro salto nel buio — nell'ambiente della fisica dello stato solido. E fu proprio questo campo di ricerca, che all'inizio avevo disdegnato come meno «puro» e meno «profondo», che alla fine mi diede le più grandi soddisfazioni come ricercatore. E le mie scoperte, in definitiva, avevano un certo sapore matematico.

Qualche altra scoperta sulle sequenze eta e le loro cugine?

Non precisamente, ma la mia profonda esperienza con quelle sequenze c'entrava, per analogia. Il nuovo problema era, in origine, squisitamente fisico: determinare la distribuzione delle energie degli elettroni di un cristallo sottoposto a un campo magnetico. Però, in un certo senso, fu un ritorno all'antico amore, perché la struttura discreta del cristallo mi consentì un riavvicinamento all'ambiente dei numeri interi. Risultava che, pur di adottare un'unità naturale di misura di flusso magnetico, determinata da tre costanti — la carica dell'elettrone, la costante di Planck, e la velocità della luce — il valore del campo magnetico si lasciava classificare in termini di numeri interi, frazioni semplici, razionali e irrazionali … e in questa situazione pensai alla possibilità di fiutare nello spettro, chissà, la presenza di strutture ricorsive o autoreferenziali, proprio come per le sequenze eta con valori irrazionali di α. Era solo una vaghissima intuizione, ma trascinava il mio interesse. Altri fisici di grido avevano affrontato il problema usando ogni sorta di complicati strumenti matematici, come le varie «trasformate». Il mio approccio fu invece quello, del tutto ingenuo, di calcolare numericamente lo spettro delle energie e di farne un grafico visivo. L'equazione che determinava questo spettro aveva una semplicità e un'eleganza fantastiche; faceva parte della matematica pura, anzi della teoria dei numeri, anche se le sue origini risiedevano nella fisica dello stato solido. Ancora una volta, allora, mi tuffai nella matematica sperimentale, utilizzando il piccolo computer di cui disponevo. In quei giorni, per inciso, i fisici non si erano ancora abituati all'uso dei computer, per cui quel che io facevo era considerato dal mio relatore e dai suoi colleghi un po' deviante, se non bizzarro. Eppure perseverai, con grande fiducia in me stesso, e dopo alcune settimane cominciai ad individuare delle tracce familiari che emergevano sulla carta davanti ai miei occhi nel grafico a colori, e da allora ben presto riconobbi la presenza di una struttura ricorsiva intricatissima e bellissima. Visivamente, quel che avevo messo in luce era di una bellezza stupefacente che colpiva tutti quelli che lo vedevano. Dopo un paio di mesi ero in grado di farne una descrizione precisa, ma non una dimostrazione rigorosa, purtroppo. (Incidentalmente, credo che a tutt'oggi questa mia descrizione non sia mai stata dimostrata o ricondotta a fatti più generali.) A conclusione del lavoro, nel 1975, scrissi una bella tesi di PhD, che in seguito fu citatissima e costituì il punto di partenza per molti altri ricercatori. Il mio grafico fu addirittura ribattezzato *farfalla di Hofstadter* ed è ormai comparso in copertina di numerosi libri di fisica, inclusi libri dedicati ad altri campi della fisica, dato che la struttura risultò essere di una generalità che andava ben al di là della fisica dello stato solido.

Devo anche aggiungere che, all'inizio, l'atteggiamento del mio relatore, lo svizzero Gregory Wannier, era stato assai strano: per molti mesi era rimasto del tutto scettico sulla mia scoperta, che chiamava «numerologia pura», rifiutandosi di inserirla nella mia dissertazione, di cui anzi mi consigliava di conservare solo la parte compilativa. Ma io insistevo, e attorno a me, a poco a poco, c'era sempre più gente che mi dava ragione. Infine, improvvisamente, Wannier si convinse della mia teoria e ne divenne in poco tempo il più accanito sostenitore. Forse, inizialmente, lo aveva allontanato proprio la natura matematica del fenomeno, perché quel grafico e la sua spiegazione appartenevano non alla vecchia tradizione fisica della matematica continua e infinitesimale, ma piuttosto alla matematica discreta e alla teoria dei numeri.

Fu quindi la fisica, paradossalmente, a darti le maggiori soddisfazioni matematiche, e anche un po' di fama.

In un certo senso, sì: un problema fisico complicato, osservato con occhio ingenuo, era diventato un elegante problema matematico, pertinente ad un settore in cui mi muovevo del tutto a mio agio. Perciò venni a capo facilmente del problema con una soluzione che, a posteriori, risultava molto elegante.

Quali altre esperienze matematiche avesti in quel periodo?

Poche, salvo qualche episodio isolato. Per esempio, nell'Oregon avevo incontrato un matematico eccezionale, Ivan Niven, del quale però non fui mai studente. Ma fu in quegli anni che rinacque in me l'interesse per la logica, e in particolare per quegli *strani anelli* della dimostrazione di Gödel. Dalle mie frustrazioni con la fisica trovai un vero rifugio nella lettura del libro *A Profile of Mathematical Logic* di Howard DeLong, che avevo trovato per caso in una libreria: chiarissimo, incisivo, un filosofo che riaprì in me la problematica dell'io, della coscienza, del libero arbitrio, della creatività. Sono di quegli anni i primi abbozzi del mio libro G.E.B.

Come trovasti il tempo di concepire e di scrivere un libro tanto impegnativo?

Non lo so, a dire il vero, ma in qualche modo ne scrissi due versioni negli anni 1972-74, la prima volta a mano (penna e matita!), e poi a macchina. Finita la mia tesi di dottorato nell'autunno del '75, tornai a Stanford, vicino ai miei genitori, e loro mi dettero una «borsa di studio Hofstadter» per due anni, dal '75 al '77, durante i quali mi dedicai interamente al libro, di cui scrissi una terza ed ultima versione, questa volta al computer. Scrivere era diventato per me una vera passione.

Dopo l'enorme successo del tuo primo libro, la comunità internazionale dei matematici ti tributò un certo riconoscimento ufficiale. Ricordo, per esempio, che fosti «invited speaker» all'ICME di Berkeley nell'80.

Sì, negli anni successivi ebbi moltissimi inviti come conferenziere, anche da parte di matematici e in ambiente matematico. Divenni poi per qualche anno l'erede della famosa rubrica *Mathematical Games* nell'eccellente rivista *Scientific American*. Era l'impareggiabile Martin Gardner che aveva reso popolarissima quella rubrica. Io, però, cambiai il titolo della rubrica con l'anagramma: *Metamagical Themas*. Lo feci perché non intendevo affatto continuare sulla strada di Gardner; scrissi, invece, i miei pensieri personali, a volte sulla matematica, a volte sulla fisica, a volte sull'arte, la musica, la letteratura, ecc. E fu così che il mio amore per la matematica si addormentò a poco a poco, e rimase da allora sommerso per circa dieci anni, forse addirittura quindici.

Ci fu un ritorno di fiamma negli anni '90?

Sì, quasi per caso nel 1992 mi avvicinai alla geometria. Riandando col pensiero — chissà perché — a certe nozioni sulle funzioni di variabile complessa che avevo studiato con Gordon Latta trent'anni prima, volli provare a ridimostrare il bel fatto che l'inversione circolare trasforma cerchi in cerchi. Una dimostrazione analitica di questo fatto la ricostruii in un paio di ore, dopo essermi all'inizio smarrito, perché avevo commesso l'errore sciocco — ma molto naturale — di mappare il centro nel centro. Però, nonostante la mia dimostrazione fosse giusta e concisa, non avevo capito il vero perché di quel bel fatto, e di questo mi lamentai con un mio dottorando filosofo (ero nel frattempo diventato professore a Bloomington e i miei dottorandi includevano studenti di filosofia, informatica e psicologia). Il giorno dopo, questo giovane me ne diede una dimostrazione totalmente geometrica, basata sulle similitudini. Fu per me una rivelazione.

Vuoi dire che non avevi mai visto prima una dimostrazione sintetica di geometria elementare?

Le avevo viste, sì, ma solo in casi molto più semplici, e non mi ero mai accorto della chiarezza accecante che ti può fornire una dimostrazione puramente geometrica. L'eleganza della geometria euclidea del piano trattata senza strumenti analitici non mi era mai stata mostrata a Stanford, perché lì quasi nessuno ci avrebbe pensato. La geometria — euclidea, proiettiva, ellittica, o iperbolica che fosse — non era affatto di moda. Ma dopo l'illuminazione-lampo fornitami dal mio studente, cominciai ad accorgermi che la classica geometria del triangolo di fine '800 conteneva delle vere perle di eleganza, suscettibili di suggestive variazioni: una meravigliosa miniera per chi voleva, come me, non solo godere della bellezza matematica ma allo stesso tempo studiare i meccanismi veri della creatività.

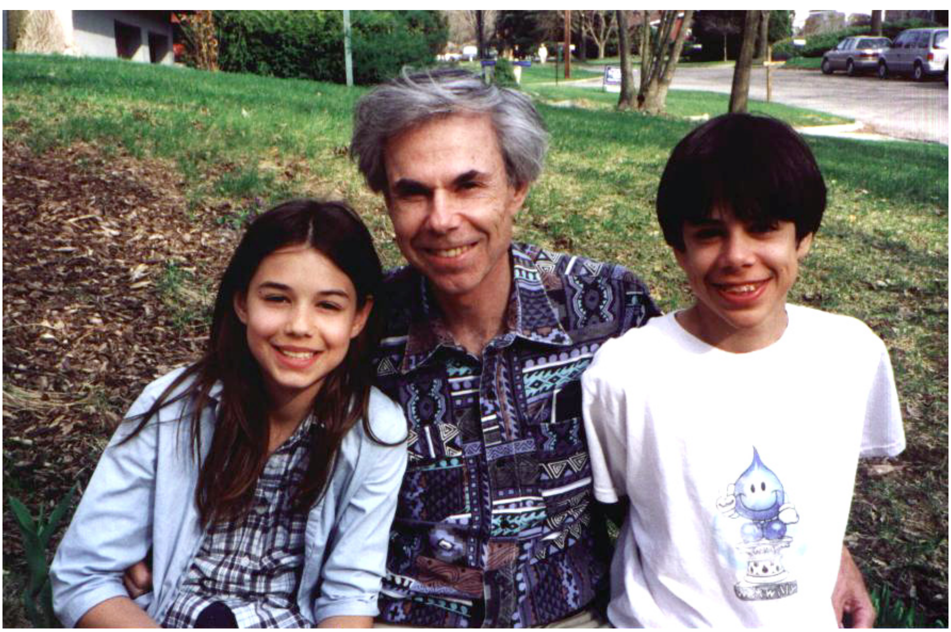

Fig. 3. – Douglas Hofstadter con figli, Ann Arbor, Michigan, Pasqua 2001.

Ti affascinarono i fatti geometrici in sé o piuttosto le loro eleganti dimostrazioni?

Come sempre, ero molto più attratto dai fatti, dalle analogie, dalla possibilità di creare un concetto nuovo partendo da uno vecchio, dalle occasioni, insomma, di esercitare la fantasia. Studiando qualche buon libro di geometria euclidea, venni a conoscere le definizioni di una gran quantità di punti notevoli del triangolo (baricentro, ortocentro, incentro, punto di Gergonne, ecc.). Mi divertii allora a cercare per questo mondo di punti una sorta di struttura che li legasse come in un cristallo: e infatti, come avviene per le particelle elementari, i punti notevoli del triangolo si possono sistemare in schemi e tabelle. Ma una tale tabella può presentare qualche casella vuota. Riempire questi vuoti significa inventare un nuovo punto notevole; e se ne possono poi scoprire affascinanti proprietà... Così la geometria euclidea divenne per me non solo un'avventura matematica, ma anche una splendida palestra per studiare il pensiero e la creatività.

Avevano questi enti geometrici abbastanza concretezza per stimolare i tuoi interessi?

Assolutamente sì, anche perché fin dalla prima ora li visualizzai al computer, utilizzando i programmi di geometria dinamica (come *Geometer's Sketchpad*, un software americano del tipo di *Cabri Géomètre*) che trasformano il piano euclideo in un paesaggio vivo, animato da personaggi di cui l'osservatore attento può studiare il comportamento.

Facesti mai in questo campo qualche scoperta che ritenevi pubblicabile?

Qualche piccola scoperta, sì, l'ho fatta. Ma si trattava, più che altro, di insospettati collegamenti tra nozioni diverse, di costruzioni di concetti nuovi per analogia o per simmetria; nulla, insomma, che potesse chiamarsi una nuova teoria. Queste scoperte producono sempre in me notevole emozione, ma non è probabile che possano aprire importanti strade nuove alla ricerca matematica. O almeno così sembrano pensare i redattori delle riviste matematiche, che considerano la geometria euclidea un settore chiuso e fuori moda, e, in ogni caso, un banale esempio di strutture astratte molto più interessanti.

Devo capire che hai un atteggiamento un po' critico nei riguardi degli editori o, più generalmente, dei matematici professionisti?

Non precisamente. Ho incontrato molti matematici che condividono i miei gusti. Ho poi grande ammirazione per quei matematici che si muovono con naturalezza in un mondo di strutture tanto astratte, ciò che io, semplicemente, non sono in grado di fare. E sono convinto che i migliori matematici, lavorando su un piano di astrazione a me irraggiungibile, sfruttano, nei loro salti più creativi, proprio gli stessi meccanismi mentali che io uso quando scopro una piccola gemma, scavando nel mio terreno molto più modesto. Sono spinti, come me, dall'analogia elegante, dall'estrapolazione dei *patterns*, da un senso molto sfumato della bellezza...

Mi pare però molto naturale che anche la matematica, come tutte le altre scienze, privilegi la novità del risultato, rispetto all'eleganza del metodo. E poi, alla fine di una strada buia può apparire un faro di luce!

Naturalmente. Ma forse talvolta si esagera, come dimostra la mia esperienza con la fisica dello stato solido, di cui abbiamo parlato. Può accadere, cioè, che l'occhio ingenuo dell'osservatore innamorato della bellezza veda qualcosa che è sfuggito a tutti i praticanti più esperti. Inoltre, come ben sanno gli amanti della montagna, un conto è camminare lungo un sentiero fiorito o farsi strada da soli su una parete di roccia, un altro conto è guadagnare la cima con l'elicottero o scavando una galleria. È questione di gusto.

Certo, questo riguarda la dimensione estetica della ricerca scientifica, un tema piuttosto trascurato ai nostri giorni, soprattutto se si fa il confronto con la civiltà classica.

Sì, per me è difficile separare la bellezza dalla scienza. Uno scienziato che guardi i quadri di Escher o ascolti i canoni di Bach non può non capire che cosa intendo. E un matematico che legga Gödel non può che provare la stessa emozione. O, per lo meno, me lo auguro.

Grazie, Douglas. Penso che molti nostri lettori si ritroveranno nelle tue parole e torneranno sui tuoi bellissimi libri con interesse e simpatia tutti nuovi.

Alcuni libri di Douglas Hofstadter editi in Italiano:

Gödel, Escher, Bach: un'Eterna Ghirlanda Brillante, trad. di vari, Milano, Adelphi, 1984.

L'io della mente: fantasie e riflessioni su sé e sull'anima, composte e orchestrate da D.H. e Daniel C. Dennett, trad. di G. Longo, Milano, Adelphi, 1985.

Ambigrammi: Un Micromondo Ideale per lo Studio della Creatività. Firenze: Hopeful Monster, 1987.

Concetti fluidi e analogie creative: modelli per calcolatore dei meccanismi fondamentali del pensiero, trad. di vari, Adelphi, 1996.

ed in Inglese:

Metamagical Themas: Questing for the Essence of Mind and Pattern. New York: Basic Books, 1985.

Le Ton beau de Marot: In Praise of the Music of Language. New York: Basic Books, 1997.

Eugene Onegin: A Novel Versification (traduzione in versi inglesi del romanzo di Alexander Pushkin), New York: Basic Books, 1999.

Benedetto Scimemi, Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata
Via Belzoni 7, 35131 Padova