

---

# BOLLETTINO

# UNIONE MATEMATICA ITALIANA

*Sezione A – La Matematica nella Società e nella Cultura*

---

AL CUOCO

## L'insegnamento della matematica negli Stati Uniti

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 8, Vol. 6-A—La Matematica nella Società e nella Cultura (2003), n.1, p. 27–55.*

Unione Matematica Italiana

[http://www.bdim.eu/item?id=BUMI\\_2003\\_8\\_6A\\_1\\_27\\_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_2003_8_6A_1_27_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)  
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>



## L'insegnamento della matematica negli Stati Uniti.

AL CUOCO (\*)

### 1. – Introduzione.

Il presente testo è complementare al mio articolo *La Matematica per l'Insegnamento*.

In questa sede esporrò il contesto della complessa situazione degli Stati Uniti e procederò a descrivere alcuni dei modi in cui si formano gli insegnanti qui.

Una delle caratteristiche del sistema dell'istruzione di ogni ordine negli Stati Uniti che più colpiscono consiste nella sua decentralizzazione. L'istruzione pre-universitaria (dalla scuola materna fino alle superiori) è finanziata con denaro pubblico attraverso le imposte ed è obbligatoria fino all'età di sedici anni. Ma non esistono programmi scolastici a livello nazionale. Ciascuno dei cinquanta stati è libero di mettere a punto il proprio programma e, nonostante nella maggior parte degli stati esistano «schemi di programma» statali, tale libertà è estesa ad ogni città grande o piccola. Ci sono diversi «adoption states» (i più grandi tra i quali sono la California e il Texas) nei quali esistono liste dei testi ammissibili valide in tutto lo stato, ma si tratta di eccezioni; il programma scolastico è in larga misura una scelta puramente locale. In effetti sembra che quasi ogni cosa che riguardi la scuola sia determinata a livello locale. Ad esempio, in ciascuna città gli insegnanti hanno il proprio sindacato (affiliato alle organizzazioni statali e nazionali) ed ogni sindacato locale tratta le retribuzioni dei propri iscritti direttamente con l'amministrazione della propria città.

Tale decentralizzazione è dovuta alle modalità di finanziamento

(\*) Vorrei ringraziare Micky Cuoco e Helen Lebowitz per le loro critiche alle prime versioni del testo.

dell'istruzione pre-universitaria. Sebbene il governo federale trasferisca denaro agli stati, la maggior parte del finanziamento per l'istruzione è raccolta a livello di stato o locale. Sotto questo aspetto il mio stato (il Massachusetts) rappresenta uno dei casi estremi — la maggior parte dell'istruzione pubblica è finanziata per mezzo di imposte patrimoniali versate all'amministrazione cittadina. Ciò determina enormi differenze nella spesa per l'istruzione facendo sì che le città più ricche possano permettersi strutture, stipendi per gli insegnanti e servizi di ben più alto livello. Prendendo nuovamente come esempio il Massachusetts, trascurando gli studenti pendolari, le spese annue per allievo variano da una città all'altra tra circa \$ 6000 fino a \$12000 [1]. Non sorprende che tali cifre ben si accordino con la percentuale di diplomati che si iscrivono al college — da meno del 50% a più del 95%.

Il sistema dell'istruzione universitaria di primo livello è ancora più complesso. Nella maggioranza dei casi l'ammissione al ciclo quadriennale di studi è competitiva e gli studenti devono fare domanda alle singole istituzioni. Esistono college<sup>(1)</sup> e università privati, interamente finanziati da rette, sovvenzioni e da donazioni private. Ed esiste un sistema parallelo di college ed università statali, finanziati parzialmente con denaro dei contribuenti. Tutte queste istituzioni impongono il pagamento di una retta variabile tra circa \$10000 all'anno (vitto e alloggio inclusi) per i college statali e qualcosa come \$35000 per le università private. Queste rette impongono un carico finanziario molto pesante per gli studenti e per le loro famiglie. In molti casi, laddove una famiglia mantenga più di uno studente nella fascia di età del college, la retta e le tasse superano il reddito annuo della famiglia. Non è insolito che uno studente al momento della laurea si trovi gravato di un debito di \$50000 dovuto ai prestiti contratti per pagare il college.

Oltre alle istituzioni che offrono corsi quadriennali esiste un sistema di college a corsi biennali. Solitamente questi ultimi sono ad

<sup>(1)</sup> Negli Stati Uniti si utilizza il termine «college» per indicare istituzioni, solitamente più piccole delle università e con una minore offerta di corsi di laurea, che offrono corsi di studi quadriennali di primo livello.

accesso libero, finanziati con denaro pubblico e richiamano un'ampia gamma di studenti: studenti che vogliono prepararsi ad una professione che non richiede un titolo quadriennale, studenti che hanno bisogno di una preparazione aggiuntiva prima di passare ad un corso quadriennale e studenti che semplicemente non possono permettersi la spesa che un college quadriennale comporta. Poiché la maggior parte di loro non risiede all'università, la spesa che sostengono in tasse universitarie dipende dai singoli corsi e in media ammonta a \$300 per un corso semestrale di tre ore alla settimana. Molti degli studenti che frequentano queste scuole lavorano anche a tempo pieno (non pochi hanno una famiglia da mantenere), così che anche questo tipo di tassa crea loro difficoltà. Si stima che il 40% degli insegnanti abbia ricevuto parte della propria preparazione matematica presso le scuole biennali [2].

Con un simile mosaico organizzativo è sorprendente quanto sia uniforme l'istruzione americana. Forze su scala nazionale, alcune delle quali hanno poco a che vedere con i principii della didattica, tendono a smussare le disuniformità determinate dal controllo locale.

A livello pre-universitario una di tali forze è la logica economica dell'editoria scolastica. Gli editori fanno consistenti investimenti per soddisfare i criteri del Texas, della California e degli altri «adoption states». Di conseguenza, i sommari della maggior parte dei testi principali assomigliano molto all'unione dei diversi schemi di programma di tali stati chiave. Poiché gli schemi di programma degli stati sono divenuti essenzialmente liste di argomenti specifici e dettagliati da svolgere («messa a denominatore comune di frazioni»), i libri di testo del filone commerciale dominante consistono in una raccolta di capitoli piuttosto slegati tra loro ciascuno dei quali tratta uno di tali argomenti. Gli effetti di tale concezione basata sulla presenza di liste di argomenti si accumulano da un anno all'altro del ciclo scolastico. Al quarto anno di scuola superiore troviamo raccolte di argomenti di 18 capitoli e 700 pagine che spaziano dalla trigonometria dei triangoli fino all'analisi di dati e ai numeri complessi. Il programma scolastico nazionale *de facto* consiste pertanto in sottinsiemi di argomenti scelti a livello locale da questi testi.

Le forze economiche e sociali hanno sempre avuto, in modi diver-

si, un ruolo importante nell'istruzione americana. Durante gran parte della storia di questo paese due sono state le forze trainanti dell'istruzione pubblica pre-universitaria [3]. Da un lato i genitori appartenenti alla classe operaia vedono nell'istruzione dei propri figli il «grande equalizzatore» ed un lasciapassare per la mobilità verso l'alto nella società americana. Dall'altro esistono forze sottili ma sostanziali che agiscono come meccanismi di assimilazione culturale (la formazione del «buon cittadino»), per mantenere le disuguaglianze economiche tra le diverse classi sociali e per produrre diplomati che si inquadrino in una forza lavoro basata sulla gerarchia. Questa tensione emerge quotidianamente nelle aule americane; da un lato gli insegnanti lavorano molto duramente per aiutare i propri studenti a pensare in maniera creativa, a risolvere problemi e a sviluppare le loro abilità e la sicurezza di sé. Dall'altro si passa una gran quantità di tempo ad assicurarsi che gli studenti imparino a sottomettersi all'autorità e ad obbedire ad un complesso regolamento scolastico che regola ogni cosa, dalla puntualità all'abbigliamento fino a quando si può andare in bagno.

Un'ulteriore forza uniformante estremamente potente ha messo radici nel corso dell'ultimo decennio. Si tratta di un fenomeno che in altri paesi potrebbe essere più comune di quanto finora lo sia stato qui: l'esame sbarramento. I contribuenti, attraverso i pubblici funzionari da essi eletti, pretendono che quelle che essi vedono come istituzioni scolastiche autonome rendano conto dei risultati che ottengono. Perciò in tutto il paese si richiede che gli studenti superino determinati esami prima di poter passare al livello successivo di istruzione scolastica. Ci sono tipicamente tre esami siffatti in ciascuna materia. Nel Massachusetts gli esami di matematica si sostengono al quarto, ottavo e decimo anno di istruzione obbligatoria. Gli studenti che non superano l'esame del decimo anno non possono passare alle scuole superiori fino a che ciò non avviene. Ciò che forse è insolito nel sistema statunitense è che, in ossequio allo spirito del principio di controllo locale, ciascuno stato stila il proprio insieme di «standard» (solitamente consistente in liste di argomenti sui quali verteranno gli esami ai diversi livelli — per una critica di questi documenti si veda [4]) e progetta i propri esami. Pertanto i fautori di

varie filosofie didattiche particolari esercitano pressioni in diversi stati al fine di influenzare coloro che controllano gli standard e gli esami. Gli insegnanti sono sottoposti ad enormi pressioni affinché preparino i propri studenti a superare questi esami. Gli studenti che non superano l'esame vengono assegnati a classi di «preparazione ai test» che si concentrano sui dettagli del come si affrontano i test. I punteggi vengono pubblicati sui giornali, le scuole vengono giudicate sulla base della percentuale di studenti che supera i test e i punteggi ottenuti dal sistema scolastico di una città influenzano il valore degli immobili nella città stessa: il valore degli immobili sale nelle aree scolastiche con punteggi alti (che finiscono così col disporre di ancora maggiori risorse da spendere per l'istruzione) e le scuole con risultati più bassi vanno incontro ad una riduzione dei valori immobiliari e dunque delle entrate fiscali disponibili per il finanziamento dell'istruzione.

Infine, molte associazioni professionali stanno colmando il vuoto lasciato dall'assenza di un programma scolastico nazionale ufficiale. Nel 1989, in risposta alla crescente insoddisfazione tra gli insegnanti di matematica negli Stati Uniti, il National Council of Teachers of Mathematics pubblicò il *Curriculum and Evaluation Standards* [5]. Questo documento, pur non essendo un programma scolastico, invocava programmi maggiormente incentrati sugli studenti e fondati sullo svolgimento di attività come pure una minore enfasi sulla pura memorizzazione e su esercizi di tipo tecnico. Gli *Standard* stimolarono un'enorme quantità di attività nel campo dello sviluppo di programmi, della preparazione degli insegnanti e dei programmi di aggiornamento per insegnanti in attività, e divennero il modello per gli schemi di programma e gli standard statali. La National Science Foundation ha investito molto nella creazione di programmi che implementassero gli *Standard* del NCTM. Gli *Standard* stimolarono anche una violenta reazione ad alcune delle interpretazioni estreme di quel documento — tornerò su questo punto nel paragrafo 3. Una loro recente ed estesa revisione [6] tenta di mettere a punto alcune delle raccomandazioni e di affrontare alcuni degli eccessi commessi in nome dell'originale.

L'American Mathematical Association of Two-Year Colleges ha

prodotto una serie analoga di criteri di massima [7] e il Conference Board of the Mathematical Sciences, un'organizzazione che raccoglie 16 associazioni professionali, ha appena pubblicato un insieme di raccomandazioni [8] per la preparazione matematica degli insegnanti; le esamineremo con maggiore attenzione nel paragrafo 4.

Anche in assenza di un programma scolastico nazionale, gli organismi federali, specialmente la National Science Foundation e lo U.S. Department of Education, sono intensamente impegnati a migliorare l'istruzione matematica in tutto il paese. La NSF contribuisce allo sviluppo di programmi scolastici, programmi di aggiornamento professionale per insegnanti in attività e innovazioni nella preparazione degli insegnanti ed è particolarmente interessata a migliorare le competenze matematiche della professione docente. Entrambi gli organismi finanziano ricerche volte alla determinazione di metodi didattici più efficaci e ad ottenere una comprensione migliore di come i giovani studenti arrivino a capire la matematica.

In questo modo, sovrapposta al collage di controlli e centri decisionali locali, si trova una rete di forze che tendono a sfumare le differenze e a rendere gli *effetti* dell'istruzione piuttosto uniformi. Questo è il motivo per cui, ad esempio, ne *La Matematica per l'Insegnamento*, sono in grado di indicare quelli che sembrano essere fenomeni diffusi nelle classi di matematica di insegnanti che, apparentemente, sembrano aver avuto preparazioni piuttosto diverse tra loro. Nei paragrafi che seguono parlerò un po' più diffusamente di tali somiglianze, specialmente per quanto concerne l'insegnamento della matematica e la preparazione degli insegnanti.

Non c'è bisogno di dire che quanto segue è soltanto il punto di vista di una sola persona, offuscata da un indottrinamento piuttosto eccentrico (e quindi, per quanto detto sopra, piuttosto tipico) nell'istruzione matematica. Vi sono molti altri punti di vista (si veda, ad esempio, [9]).

## 2. – La professione.

Le strutture e le forze descritte nel paragrafo precedente tendono a forgiare la professione docente in diversi modi. Nel presente para-

grafo mi concentrerò sull'insegnamento nella scuola superiore (gli anni scolastici dal nono al dodicesimo, cioè gli ultimi della «precollege education»), perchè questo è il livello cui sono più familiare.

La tradizione di finanziamento locale per l'istruzione incide direttamente sulle condizioni di lavoro e sui salari degli insegnanti. Un insegnante di matematica all'inizio della carriera può aspettarsi di guadagnare, con alcune notevoli eccezioni (nei sobborghi ricchi), il 50–75% della retribuzione delle altre professioni che attirano i laureati in matematica. Gli aumenti delle retribuzioni dipendono sia dall'anzianità di carriera sia dall'istruzione post-laurea. Questi aumenti dovuti all'istruzione post-laurea si ottengono per qualsiasi tipo di corso si sia seguito, ed è sorta un'intera industria per fornire agli insegnanti opportuni incontri, seminari di una giornata o corsi nel fine settimana che fanno loro ottenere aumenti di retribuzione. Questi corsi differiscono ampiamente tra loro per qualità e intensità e spesso sono dedicati alle tecniche didattiche, all'uso della tecnologia o alla gestione della classe. I corsi di aggiornamento professionale che descrivo ne *La Matematica per l'Insegnamento* sono tra le rare eccezioni a questo.

Nel Massachusetts gli aumenti retributivi annuali vengono negoziati tra i sindacati locali e le autorità scolastiche locali, e perciò devono competere con negoziati analoghi che coinvolgono altri sindacati e con il bilancio di spesa pubblica e la base imponibile locale ambedue i quali sono limitati dalla legge (nel Massachusetts la spesa di un'amministrazione cittadina non può crescere di più del  $2\frac{1}{2}\%$  all'anno se non con una deroga, detta «override», molto difficile da ottenere). Non è insolito che le trattative non portino ad alcun aumento per diversi anni di seguito.

La tipica giornata scolastica inizia tra le 7 e le 8 e si protrae fino a metà del pomeriggio. Gli insegnanti tengono 4–6 lezioni ogni giorno, normalmente per 3–4 corsi diversi. Le lezioni durano quasi un'ora. Oltre alle ore di lezione solitamente gli insegnanti passano un'ora al giorno come «supervisor» in una sala studio o in una mensa e viene loro assegnato un periodo di tempo «libero» per preparare le lezioni e correggere i compiti. Nella maggior parte dei distretti scolastici,

gli insegnanti sono tenuti a rimanere a scuola per l'intera durata della giornata scolastica, anche durante i loro periodi di tempo libero. La classe tipica conta 25–35 studenti.

Molti insegnanti si sono dotati di notevoli competenze nell'uso della tecnologia. Negli anni Ottanta ci fu un periodo in cui le scuole investirono pesantemente nei microcomputer, ma l'uso didattico della tecnologia è quasi completamente limitato all'uso di calcolatrici — calcolatrici numeriche ai primi anni e calcolatrici scientifiche (grafiche) agli anni successivi. Una piccola percentuale di insegnanti utilizza ambienti di geometria dinamica, fogli di calcolo, pacchetti statistici e perfino sistemi di algebra computazionale. Ma fino a quando questi strumenti non saranno disponibili su dispositivi tascabili (come già accade per diversi di essi), il loro utilizzo didattico rimarrà confinato ad un piccolo numero di appassionati. La maggior parte degli utilizzi di questi strumenti computazionali consiste nel sostituire i calcoli fatti con carta e matita e, specialmente nel caso della geometria, nell'essere un mezzo per giustificare congetture. Ciò crea un dilemma per molti insegnanti che, alla luce delle potenzialità del software matematico, mettono in dubbio l'utilità di molti degli argomenti che insegnano. Questo è vero in modo particolare per quanto riguarda l'utilizzo di tecnologia CAS <sup>(2)</sup>. Ho sentito molti insegnanti preoccupati che l'esistenza di ambienti CAS su dispositivi tascabili rendesse obsoleta gran parte degli attuali programmi scolastici di algebra. Non è un caso che la tecnologia CAS sia stata lenta a prendere piede nelle scuole superiori.

Sebbene alcune scuole seguano un programma «integrato», il tipico programma di scuola superiore rispetta ancora la tradizione americana di quattro corsi: algebra elementare, geometria, algebra avanzata e «precalculus» (un misto di trigonometria, geometria analitica e studio di funzioni). Gli studenti che riescono a cominciare il ciclo con un anno di anticipo possono optare per un corso di analisi all'ultimo anno. Alcune tendenze recenti hanno portato all'introduzione nei corsi standard di argomenti di statistica, probabilità e calcolo combinatorio.

(2) Computer Algebra Systems = Sistemi per l'Algebra Computazionale NdT.

Per quanto questo possa sembrare omogeneo ci sono ampie differenze tra le scuole e perfino all'interno di una singola scuola. Le differenze tra scuole si possono far risalire ancora una volta alle risorse economiche che le comunità possono e vogliono dedicare all'istruzione. Le differenze all'interno di una singola scuola sono un'altra questione.

Negli Stati Uniti è diffusa la convinzione che la capacità di riuscire in matematica sia una questione innata del tipo «tutto o niente»: o si è destinati ad essere uno scienziato, un ingegnere o un matematico oppure non si sarà mai in grado di capire nulla di matematica. I bambini più piccoli che hanno difficoltà in matematica (tipicamente in aritmetica) in età precoce sono spesso classificati come matematicamente «lenti» e vengono gradualmente spostati nel gruppo degli studenti che «non capiscono la matematica». Molti di questi studenti, quando arrivano alle superiori, si ritrovano nella fascia più bassa di un sistema di instradamento che consta di ben cinque diversi «livelli di abilità» per ciascun corso. Mentre solitamente i livelli più alti svolgono un buon lavoro nel preparare gli studenti in vista del college (e perfino, talvolta, nel dare loro un'idea di che cosa sia la matematica), i livelli più bassi consistono in infime rimasticature di argomenti di base della scuola elementare: l'algebra consiste in poco più che esercizi di calcolo numerico e letterale e la geometria è priva di dimostrazioni e consiste principalmente di definizioni e di pratica nell'applicazione di formule per le aree. Molti degli studenti in questi percorsi non riescono a completare uno di questi corsi e debbono ripeterlo o abbandonare del tutto la matematica.

Sebbene le ragioni per le quali gli studenti sono posti in questi percorsi siano le più diverse, i bambini che provengono da famiglie problematiche ci finiscono quasi sempre. Sono proprio questi gli studenti che si sentono maggiormente oppressi dalla funzione di assimilazione culturale della scuola e che in molti casi, trovando poco sostegno a casa e nessuna soddisfazione intellettuale nei corsi, si estraniano e diventano difficili da controllare, un fenomeno questo che tende a diffondersi al di fuori delle aule scolastiche. È questo il ventre molle dell'istruzione americana; è una delle cause principali dell'abbandono dell'apprendimento da parte di troppi adulti e costi-

tuisce il terreno di coltura per buona parte della violenza nelle scuole americane di cui si legge sui giornali.

Temo di aver tracciato un quadro molto cupo della situazione dell'insegnamento nelle scuole superiori americane. In realtà i bassi salari, il pesante carico di lavoro, le rigide regole di comportamento per gli studenti e la diffusa suddivisione degli studenti in percorsi diversi sono lungi dall'esaurire l'insieme delle sfide che gli insegnanti devono affrontare. Non ho menzionato la bassa stima che molta dell'opinione pubblica americana ha per gli insegnanti (Mark Twain coniò un detto che è molto popolare negli Stati Uniti: «Chi sa, fa; chi non sa, insegna»), nè ho discusso il fatto che molti insegnanti devono avere un secondo lavoro (che solitamente non ha nulla a che fare con l'istruzione) per far quadrare i conti. Come ho detto ne *La Matematica per l'Insegnamento*, anche se la preparazione matematica degli insegnanti è essenziale per migliorare l'istruzione matematica in America, essa non è affatto l'unico problema che le nostre scuole devono affrontare e per molti versi non è nemmeno il più difficile.

Ciononostante molti di noi *sono* attratti dall'insegnamento. Conosco e collaboro con centinaia di insegnanti delle superiori e la maggior parte di loro nutre una grande dedizione nei confronti dei propri studenti e considera il proprio lavoro qualcosa di molto importante. Nelle classi che ho visitato ho visto della matematica di scarso spessore e conosco molti insegnanti convinti che il proprio compito principale sia di aiutare gli studenti a recepire «buoni» valori e a sviluppare il rispetto per l'autorità, ma mi è accaduto di rado di conoscere un insegnante al quale non importasse degli studenti o che non lavorasse duramente per aiutarli a conseguire dei risultati.

Curiosamente, proprio alcune delle cose che rendono così frustrante l'insegnamento in questo paese contribuiscono ad attirare verso la professione docente. Lasciatemi citare un esempio dal mio stesso background. L'amministrazione della mia scuola e gli insegnanti del mio dipartimento (in un sobborgo operaio nei pressi di Boston), a dispetto di profonde differenze di filosofia e di valori, erano dediti al benessere e ai progressi dei nostri studenti. Quando gli studenti del percorso di livello più basso arrivarono alla scuola superiore c'era poco che potessimo fare per aiutarli a recuperare così che

potessero seguire corsi di livello più avanzato. Ma molti dei miei colleghi ed io trovammo estremamente gratificante lavorare con questi studenti. Poichè godevamo della fiducia dell'amministrazione e poichè, nella maggioranza dei casi, non stavamo preparando questi studenti per il college, potevamo fare con loro più o meno qualsiasi cosa volessimo. In questo modo, molti dei corsi di «basso livello» nella mia scuola si trasformarono in esperienze di risoluzione di problemi nell'ambito delle quali gli studenti concepivano e realizzavano progetti, spesso utilizzando il linguaggio di programmazione Logo. Cambiai radicalmente il mio approccio all'insegnamento quando compresi che questi studenti, quelli che «non capivano la matematica», erano capaci di ragionare in modo tipicamente matematico quanto gli studenti dei miei corsi avanzati. E, sebbene questi studenti non avessero il background tecnico necessario per progredire secondo il programma normale, molti di loro scelsero ancora altri corsi di matematica ed alcuni finirono nel nostro programma facoltativo avanzato di «studio indipendente». Inoltre, col crescere delle mie stesse conoscenze matematiche, cominciai a vedere il modo di aggirare gli orribili testi dominanti negli anni Settanta e Ottanta e mi resi conto che, anche se i problemi oggetto di ricerca in matematica erano al di sopra delle possibilità della maggior parte degli studenti delle superiori, molti di loro erano in grado, se ne veniva loro offerta la possibilità, di comprendere e di utilizzare *metodi* comuni tra i matematici che fanno ricerca. Questo condusse ad un approccio all'insegnamento e all'apprendimento che mi ha tenuto in classe per più di venti anni e che è stato il fondamento del mio lavoro successivo nel campo dell'istruzione [10].

### 3. – La politica dell'istruzione matematica.

Se non avete seguito la situazione negli Stati Uniti potrà sorprendervi sentire che qui si sta svolgendo un dibattito furibondo su quale sia il modo più efficace di insegnare la matematica. In effetti una ricerca tramite *Google* sull'argomento «math wars<sup>(3)</sup>» rivela

(<sup>3</sup>) Guerre matematiche, NdT.

migliaia di articoli di giornale e di siti web contenenti argomentazioni a favore o contro questo o quell'approccio all'insegnamento della matematica. Alcune di queste fonti comprendono interviste a matematici eminenti o ad alti funzionari pubblici; altre sono state scritte da genitori, insegnanti o uomini d'affari. Ci sono state trasmissioni televisive dedicate all'istruzione matematica e, in diverse occasioni, ci sono state persone chiamate a testimoniare sull'argomento di fronte al Congresso.

Il fenomeno delle «math wars» è estremamente complesso; un buon lavoro di documentazione e di analisi degli eventi ci porterebbe troppo lontano (e un resoconto del genere andrebbe fatto da sociologi e antropologi). Lasciate che io ne descriva a grandi linee il contesto attraverso gli occhi di qualcuno che si sente parte di diverse delle comunità che sono così arrabbiate l'una con l'altra, e che lo faccia ad un livello di astrazione che trascurerà molti dettagli importanti. Ciò che voglio affermare, e che può risultare interessante per i lettori del *Bollettino*, è che negli Stati Uniti i matematici e i didatti della matematica della scuola vivono in mondi diversi; hanno culture diverse, standard diversi di rigore e utilizzano perfino linguaggi diversi per parlare di matematica e di apprendimento della matematica. Nella maggior parte delle università i didatti della matematica (le persone che si specializzano nella preparazione degli insegnanti, nell'epistemologia o nella stesura dei programmi scolastici) non appartengono al dipartimento di matematica; appartengono alle «scuole di didattica», dipartimenti i cui membri sono prima studiosi di didattica e secondariamente specialisti nelle singole discipline. E, almeno negli ultimi anni, un numero significativo di appartenenti a queste due culture — matematici e didatti della matematica — hanno lottato per acquisire influenza gli uni sugli altri e per impadronirsi del controllo dell'istruzione matematica negli Stati Uniti.

Nel paragrafo 2 ho menzionato i mediocri programmi scolastici che erano in vigore durante gli anni Settanta e Ottanta. Questi programmi costituivano una reazione agli eccessi del movimento di riforma cosiddetto della «nuova matematica» risalente al decennio precedente — un movimento guidato da molti matematici di spicco e che cercò di aiutare i bambini ad imparare la matematica tramite il

ragionamento deduttivo, la logica e le strutture matematiche. Nella progettazione dei programmi l'enfasi era posta sulla precisione logica, la cura delle definizioni e la pulizia nell'esposizione. In realtà il movimento portò alcuni benefici duraturi; le sommarie descrizioni caricaturali di alcuni degli aspetti estremi del programma nascondono il fatto che contenesse alcune idee valide. Ma la reazione ai programmi e alla filosofia che li ispirava si trasformò in un movimento alcune volte denominato «ritorno ai fondamentali», uno slogan per indicare un approccio alla matematica che manteneva l'organizzazione degli argomenti e la nomenclatura dei testi della riforma ma che rifuggiva astrazioni e dimostrazioni, ponendo l'enfasi sulle «abilità fondamentali». Lungi dal rimanere sulle cose fondamentali, questo approccio si è evoluto in un programma pieno di arcani esercizi aventi poco a che fare con le abilità fondamentali o con la matematica. Posso ancora ritrovare, in un testo di algebra molto popolare in quell'epoca, una pagina intitolata

«Fattorizzazione di  $x^2 + bx + c$ ;  $c$  positivo».

La pagina era piena di quaranta esercizi identici (e banali). Potete indovinare il titolo della pagina successiva. La maggior parte delle classi delle superiori seguiva un copione prevedibile: l'insegnante esponeva con cura un esercizio su come, ad esempio, si sommano espressioni razionali. Gli studenti avrebbero provato a svolgere un altro esercizio simile al proprio posto. Il lavoro sarebbe stato verificato e, successivamente, gli studenti si sarebbero cimentati con un insieme di esercizi che si sarebbero estesi fino a far parte dei compiti a casa per quella sera.

Alla metà degli anni Ottanta la situazione era divenuta intollerabile per gli insegnanti e per gli studenti. Gli insegnanti (perfino quelli con una scarsa preparazione matematica) si trovavano molto a disagio con i programmi incentrati sulla tecnica; gli studenti stavano abbandonando la matematica, principalmente per pura noia, e perfino quelli che continuavano a studiarla, seguendo quattro anni di matematica della scuola superiore, non avevano idea di che cosa fosse o a che cosa servisse. I progressi della tecnologia stavano rendendo obsoleta la maggior parte dei contenuti dei programmi — calcoli numerici o letterali aventi

l'unico scopo di arrivare alla soluzione di esercizi privi di significato.

Contemporaneamente, una massa critica di ricercatori nel campo della didattica andava adottando una filosofia dell'apprendimento neo-Piagetiana (il «costruttivismo») che sosteneva che l'apprendimento abbia luogo quando (e soltanto quando) il discente elabora i concetti matematici nella propria mente attraverso un processo di astrazione riflessiva. Come corollario di questa filosofia si ha che il genere di esercitazione meccanica in tecniche di calcolo che era divenuta la base della matematica pre-universitaria non avrebbe mai prodotto una solida comprensione della matematica. Questo concordava perfettamente con gli anni di prove aneddotiche accumulate dagli insegnanti, ognuno dei quali raccontava di studenti che potevano imitare ed eseguire tutte le procedure di routine ma non avevano alcuna idea di come utilizzarle. Sfidava altresì il buon senso di molti matematici che ritengono che il modo migliore di apprendere la matematica consista innanzitutto nel porre delle fondamenta solide per poi procedere per mezzo di spiegazioni precise e di un'ampia pratica.

Nel 1989, dopo aver ottenuto un considerevole feedback dagli insegnanti sul campo, il National Council of Teachers of Mathematics produsse il proprio documento, gli *Standard*. Su questo punto sto omettendo molti dettagli; la dirigenza del NCTM, in gran parte formata di volontari, aveva lavorato per almeno un decennio alla redazione di documenti che indicassero la politica da seguire, nel tentativo di riformare l'istruzione matematica pre-universitaria trasformandola in qualcosa che avesse un maggiore significato per gli studenti. Dalle direttive del NCTM emergeva una visione dell'organizzazione del lavoro in classe che appariva assai differente dal classico modello di lezione ed esercitazione. Tra gli insegnanti andava prendendo piede il concetto che forse *non si dovrebbe* insegnare nel modo in cui ci è stato insegnato. A quei tempi era normale ripensare con disprezzo all'esperimento della nuova matematica considerandolo eccessivamente pedante e perfino capace di soffocare lo sviluppo matematico dei bambini; si derideva «l'influenza Bourbakista» sull'istruzione pre-universitaria. Per queste ed altre complesse ra-

gioni si assistette ad una crescita del risentimento tra gli insegnanti nei confronti dei matematici (specialmente di quelli privi di esperienza nell'istruzione pre-universitaria) <sup>(4)</sup>.

La tempestività dell'uscita degli *Standard* NCTM fu assoluta. Gli insegnanti avevano appena diplomato una generazione di studenti sconcertati dalla matematica. Gli insegnanti videro questo documento — che poneva l'enfasi sul dare un senso alle cose, sul considerare l'utilità della matematica negli altri campi e sul ragionamento e la comunicazione — come qualcosa che dava voce a *loro*, spiegando a chi non apparteneva al mondo dell'istruzione che le cose dovevano cambiare.

Nessuno avrebbe potuto prevedere quanto sarebbe successo nel corso dei pochi anni che seguirono, e sebbene il senno di poi ci fornisca alcune spiegazioni, continuo a trovare stupefacente molto di tutto questo. Le diverse culture della matematica e dell'istruzione matematica fornirono il sostegno ad interpretazioni completamente diverse tra loro delle medesime raccomandazioni (e talvolta perfino delle medesime parole). L'«interruzione verticale» tra la matematica dei programmi universitari di primo livello e di quelli pre-universitari che descrivo ne *La Matematica per l'Insegnamento* ha contribuito al verificarsi di alcuni fenomeni strani: essendo stata loro data licenza di schernire il modo stupido in cui gli argomenti venivano trattati in molti testi, e non avendo mai sperimentato, nel corso degli studi universitari di primo livello, il ruolo centrale ricoperto dagli argomenti scolastici nel contesto matematico più generale, insegnanti e didatti esortarono a non fare studiare a memoria le tabelle di moltiplicazione ai bambini, ad eliminare lo studio di algoritmi di calcolo (che alcuni arrivarono a definire «pericolosi»), ad evitare ad ogni costo la formula risolutiva per l'equazione di secondo grado, ad eliminare lo studio delle sezioni coniche e ad allontanare l'algebra dallo studio dei calcoli formali per avvicinarla allo studio del continuo. Naturalmente nessuna di queste cose era raccomandata espli-

<sup>(4)</sup> All'ICME del 1988 a Budapest, presenziai ad un esteso intervento tenuto da un eminente ricercatore di didattica che esordì con «Finalmente stiamo espellendo dall'istruzione quegli arroganti dei matematici».

citamente dagli *Standard*, ma sembrava che si fosse aperta la strada per ogni genere di raccomandazioni, specialmente per quelle che invocassero l'abbandono della scioltezza tecnica e della memorizzazione, il tutto in nome della riforma.

Come unico esempio basta considerare il ruolo della dimostrazione nella matematica pre-universitaria. Per i matematici, l'attività di costruzione di una dimostrazione è una tecnica di ricerca. Nella matematica della scuola, specialmente durante gli anni Ottanta, la deduzione non aveva nulla a che fare con la scoperta, l'intuizione o l'esperimento. In effetti le dimostrazioni venivano insegnate ed eseguite quasi esclusivamente nel corso annuale di geometria come un rituale *post facto* per stabilire la verità di fatti molti dei quali apparivano ovvi sin dall'inizio. Nell'ambito di un tentativo di aiutare gli studenti a costruire dimostrazioni stilizzate di fatti già stabiliti, i testi e i programmi incoraggiavano ad organizzare affermazioni e motivazioni in un formato a due colonne (affermazioni in una colonna, motivazioni nell'altra). Questo espediente è stato in uso per decenni negli Stati Uniti, ma gradualmente si è evoluto da un sistema per organizzare il proprio lavoro in un sistema per *costruire* dimostrazioni. Sembra che questo sia un tema ricorrente nell'istruzione negli Stati Uniti (ancora una volta dovuta in parte all'interruzione verticale e al modo in cui sono organizzati i corsi universitari): il modo in cui si *presentano* i risultati e le intuizioni viene a coincidere con il modo in cui si presume che siano stati *concepiti*. Nella «stesura» di una dimostrazione, molti studenti di geometria scriverebbero i «dati» sulla riga più alta di uno schema a due colonne (che molti insegnanti chiamano un «schema a T»), scriverebbero sulla riga più bassa ciò che è stato loro detto di dimostrare, gli metterebbero accanto come motivazione «Lato-Angolo-Lato» o «Parti Corrispondenti di Triangoli Congruenti sono Congruenti» (di solito una di queste due va bene) e riempirebbero il resto con affermazioni e motivazioni a caso, sperando in bene.

Così molti di noi applaudirono quando gli *Standard* del 1989 invocarono una riduzione dell'attenzione alle dimostrazioni su due colonne e una maggiore enfasi sullo sviluppo delle abilità necessarie per riuscire a scrivere una dimostrazione e per registrare i risultati di

argomentazioni deduttive in una forma letteraria comprensibile. Ma nel giro di pochi mesi cominciai a sentire persone nel campo dell'istruzione affermare che le dimostrazioni erano un argomento obsoleto per la geometria scolastica, specialmente da quando il software geometrico forniva prove così convincenti. Più di un insegnante affermava «non facciamo più le dimostrazioni». Le dimostrazioni erano già state eliminate dai percorsi di geometria di basso livello; ora stavano per scomparire ad ogni livello.

Questo fece infuriare molti matematici. E la stessa storia si ripeté per calcoli algebrici e numerici, fattorizzazione per la soluzione di equazioni, tracciamento di punti a mano, dimostrazione di identità trigonometriche, «completamento del quadrato» e una pletora di altri argomenti. Il «movimento di riforma», come fu chiamato, invocava una minore attenzione a come questi argomenti si fossero corrotti nella matematica scolastica. Poiché agli occhi di molti queste versioni corrotte erano *diventate* gli argomenti stessi (ancora l'interruzione verticale), queste affermazioni vennero interpretate come esortazioni ad eliminare gli argomenti stessi. E coloro che non avevano familiarità con la scuola e con l'istruzione, essendo completamente all'oscuro dell'esistenza delle versioni corrotte, credettero di sentire un'esortazione a mutilare i programmi pre-universitari di buona parte della matematica fondamentale.

Molti eminenti matematici si mobilitarono per fermare ciò che a loro sembrava essere la scomparsa della matematica dalla scuola dell'obbligo. E lo fecero utilizzando gli strumenti che i matematici conoscono meglio: argomentazioni stringenti che fecero a pezzi le raccomandazioni sul «ridurre l'enfasi» mostrando come gli argomenti che presumibilmente erano da tagliare fossero dei prerequisiti allo studio ulteriore della matematica, delle scienze e dell'ingegneria. Questo stimolò l'attenzione di molti genitori che non volevano alcun programma che creasse uno svantaggio per i loro figli ai fini dell'accesso al college o della riuscita nei corsi avanzati. Nei confronti dei didatti della matematica ci furono anche delle critiche brucianti che indicavano gli errori e gli equivoci matematici in articoli pubblicati da questi e che si prendevano gioco del linguaggio utilizzato dai ricercatori di didattica per descrivere il proprio lavoro. I di-

datti replicarono a tono, deridendo l'ingenuità delle affermazioni di carattere pedagogico fatte pubblicamente dai matematici.

Questa acredine si è protratta per più di un decennio e, come per altri conflitti del genere, mentre è andata maturando, le affermazioni pubbliche sono diventate meno aspre e più concilianti. Gli autori della revisione degli *Standard* [6] hanno fatto grandi sforzi per includere nel processo di revisione organizzazioni professionali quali la AMS e la MAA, come pure singoli matematici. La maggior parte dei matematici ora si rende conto che la competenza matematica è un prerequisito necessario ma non sufficiente per avere un insegnamento di qualità e che gli insegnanti e i didatti possono offrire competenze importanti per lo sforzo volto al miglioramento dell'istruzione matematica. Viceversa, i rapporti pubblicati sull'insegnamento e l'apprendimento [8, 11, 12, 13, 14, 15] e le guide per i programmi di aggiornamento professionale degli insegnanti finanziati dal governo federale sottolineano molto l'importanza che la conoscenza dei contenuti riveste per gli insegnanti. Uno sviluppo particolarmente promettente consiste in un documento concordato sulla matematica dei primi otto anni di scuola [16], scritto da un gruppo di matematici, didatti ed insegnanti, che mostra in maniera concreta come si possano sintetizzare molto efficacemente le competenze distribuite in tutta la comunità matematica.

Ma, in privato, continuo a sentire una buona dose di sfiducia e di antipatia da parte di tutti. Temo che lo scontro sia divenuto fine a se stesso. Se ho ragione, i veri danni delle «math wars» consisteranno in un'ulteriore generazione di studenti, una generazione che subirà il genere di assurdità matematiche che può essere rimediato solo se gli adulti che sanno come rimediarvi la smetteranno di litigare.

#### **4. – La preparazione degli insegnanti.**

I due paragrafi precedenti descrivono alcune delle forze che influenzano l'istruzione pre-universitaria negli Stati Uniti. Queste stesse forze esercitano la propria influenza sui programmi adottati dalle università che preparano gli insegnanti. Nel presente paragrafo descriverò come agiscono alcune di tali forze. Ancora una volta mi

limiterò alla preparazione e all'aggiornamento professionale degli insegnanti delle scuole superiori. Si veda [2, 8, 16, 17, 18] per una descrizione della preparazione degli insegnanti dei primi otto anni di istruzione scolastica e per le relative raccomandazioni.

La maggior parte degli stati impongono agli insegnanti di avere un'abilitazione subordinata alla soddisfazione di certi requisiti formali. In ossequio alla filosofia dei programmi scolastici come liste di argomenti, i requisiti consistono in una lista di corsi che si deve aver seguito: l'equivalente di un corso di studi di primo livello («undergraduate major») in matematica (35-40 ore per semestre di corsi di matematica) associata a diversi corsi in didattica.

Solitamente i corsi di matematica non sono appositamente concepiti per i futuri insegnanti. Questo non è necessariamente un difetto: ci sono molti vantaggi nello studiare la matematica in sé e molti dei docenti di tali corsi si prodigano (particolarmente tramite l'utilizzo di opportune tecnologie) per rendere questi corsi a carattere generale appetibili per un'ampia platea di studenti. Ed *esistono* corsi speciali per i futuri insegnanti, solitamente corsi di geometria o corsi «di coronamento» volti a stabilire collegamenti tra gli argomenti trattati nei corsi universitari o con la matematica delle superiori. Ma poichè la maggior parte dei corsi di matematica seguiti dai futuri insegnanti deve soddisfare i bisogni di una platea più vasta (compresi i futuri matematici), in essi non si discute praticamente mai di insegnamento, apprendimento e di programmi scolastici. Anzi, molti studenti di college di matematica non decidono di diventare insegnanti delle superiori fin verso la fine della loro carriera di studenti. Questo spesso li obbliga a frequentare un anno supplementare di college durante il quale seguire i corsi necessari per ottenere l'abilitazione statale.

Il divario tra i dipartimenti di matematica e le scuole di didattica si traduce in un divario nella preparazione matematica degli insegnanti. I corsi di didattica si seguono presso i dipartimenti di didattica, separatamente da quelli di matematica, ma, al pari di questi, molti di tali corsi sono di tipo generico, non concepiti per futuri insegnanti di matematica — corsi come quelli di psicologia dell'adolescenza e di storia della pedagogia. Solitamente c'è un corso di «metodi» che si concentra specificatamente sui metodi per l'insegna-

mento della matematica delle superiori. Spesso questi corsi utilizzano i documenti del NCTM [6] come base per lo studio di tecniche efficaci per coinvolgere gli studenti in attività matematiche, tecniche raramente utilizzate nei corsi di matematica veri e propri. So dell'esistenza, nell'area di Boston, di alcuni corsi di didattica davvero eccezionali, corsi sulla risoluzione di problemi o sull'insegnamento dell'algebra e della geometria, che sono di natura matematica tanto quanto i corsi offerti dai dipartimenti di matematica, ma non sono diffusi nel resto del paese.

In breve, il fatto è che ai futuri insegnanti viene fatta seguire una serie di corsi di matematica e una serie di corsi di didattica. Collegare le due cose è essenzialmente compito dello studente, non dell'università.

Tanto i matematici quanto i didatti della matematica si rendono conto che questo schema non funziona. Agli incontri della AMS, della MAA e del NCTM in tutto il paese si sentono interventi sulla necessità di integrare la matematica e la didattica, di collegare la matematica universitaria a quella della scuola e di fare dell'insegnamento universitario un modello di ciò che vogliamo che sia l'insegnamento alle superiori. Ci sono prove ([19], ad esempio) che altri paesi siano in grado di superare queste divisioni, ma rimane da vedere se il sistema dell'istruzione degli Stati Uniti sarà in grado di superare le tradizioni e le ostilità che rendono difficile progredire in questo ambito.

Un buon esempio di un tentativo meditato di dare coerenza e finalità all'istruzione matematica degli insegnanti si trova in un recente rapporto intitolato esattamente così [8]. Conosciuto come il «rapporto MET», questo documento fa alcune raccomandazioni che dimostrano una conoscenza approfondita dei problemi della preparazione degli insegnanti. Queste comprendono (si veda <http://www.maa.org/cbms> per la formulazione esatta contenuta in [8]):

- è necessario che i futuri insegnanti acquisiscano una comprensione profonda della matematica che insegneranno.

- I futuri insegnanti di matematica dovrebbero laurearsi in matematica e, nel corso dell'ultimo anno, seguire un corso di due semestri che colleghi la loro matematica universitaria alla matematica delle scuole superiori.

- I corsi concepiti per i futuri insegnanti dovrebbero sviluppare la capacità di ragionare accuratamente e il «buon senso» matematico.

- I corsi di matematica per i futuri insegnanti dovrebbero sviluppare la *forma mentis* tipica del pensiero matematico e illustrare stili di insegnamento flessibili e interattivi.

- Un numero maggiore di matematici dovrebbe prendere in considerazione la possibilità di occuparsi più approfonditamente dell'insegnamento della matematica nella scuola dell'obbligo.

- L'istruzione matematica degli insegnanti andrebbe vista come una collaborazione tra i docenti di matematica e quelli di didattica della matematica.

- È necessaria una maggiore collaborazione tra college biennali e quadriennali nell'istruzione matematica degli insegnanti.

- È necessaria una maggiore collaborazione tra i docenti universitari di matematica e gli insegnanti di matematica.

- Agli insegnanti va concessa l'opportunità di sviluppare la propria comprensione della matematica e del suo insegnamento lungo tutto il corso della propria carriera.

Il rapporto fornisce molti altri dettagli rivelatori delle difficoltà che la riforma della preparazione degli insegnanti deve aspettarsi e prende sul serio i problemi strutturali che le università si trovano ad affrontare — ad esempio la necessità di includere i futuri insegnanti in corsi concepiti per soddisfare i bisogni di studenti che si stanno preparando per carriere diverse. Offre suggerimenti concreti su come realizzare le proprie raccomandazioni. Il MET promette di avere una notevole influenza nella preparazione degli insegnanti tracciando il sentiero della riforma per i prossimi anni.

Sfortunatamente, le raccomandazioni specifiche del MET relative ai contenuti sono influenzate dalla natura dei programmi americani basati su liste di argomenti e, anche se la formulazione del problema da parte del MET è assolutamente corretta, temo che il suo progetto di soluzione sia carente, almeno a livello di scuola superiore.

Ad esempio, le sue raccomandazioni relative all'algebra astratta

hanno a che fare con il fatto di giustificare le regole dell'algebra elementare. Sì, l'algebra astratta fornisce un fondamento assiomatico alle trasformazioni algebriche coinvolte nell'algebra pre-universitaria, ma fa anche *enormemente di più* di questo. I suoi temi principali — decomposizione, estensione e rappresentazione [20] — pervadono e collegano enormi porzioni dei programmi pre-universitari. L'algebra mostra perchè l'algebra dei polinomi, uno dei pochi oggetti universali che gli studenti incontrino nella matematica scolastica, ricopra un ruolo così importante nei calcoli formali. Analogamente, la teoria dei numeri aiuta effettivamente a comprendere la fattorizzazione unica ma, cosa più importante, temi importanti come la riduzione e la localizzazione forniscono il contesto teorico per far emergere l'importanza di molti argomenti dell'aritmetica elementare. E la brillante teoria rivoluzionaria di Gauss sulla ciclotomicità collega tra loro più argomenti della matematica scolastica di quasi qualsiasi altra teoria nella matematica universitaria. Anche la teoria dei numeri è uno strumento fondamentale nel *mestiere* dell'insegnamento, specialmente nelle tecniche matematiche, spesso trascurate, di task design [21]. E così via. L'estensione per linearità ricopre un ruolo centrale in algebra lineare e trova applicazione in ogni genere di ambito, dalla geometria delle superiori alla trigonometria, ma non è mai menzionata in [8]. Né lo è l'estensione per continuità, il completamento o altri temi di base dell'analisi che pervadono molti argomenti della matematica scolastica. Le profonde applicazioni dell'algebra multilineare a quasi tutti gli argomenti dei programmi delle superiori aventi a che fare con simmetrie geometriche o algebriche (si veda, ad esempio, [22]) aiuterebbero gli insegnanti a vedere gli utilizzi genuini dei determinanti in un programma che ormai quasi non li menziona più.

Questa non è la capziosità di chi è interessato a sostituire un insieme di raccomandazioni con un altro. Tutto ciò che ho menzionato sopra è risultato utile frequentemente, quasi settimanalmente, nel mio insegnamento alle superiori (in corsi di ogni livello) — questa è stata, per me, matematica per l'insegnamento. E nessuna parte di essa mi era mai stata indicata come degna di considerazione durante gli studi universitari di primo livello. Alcune di queste cose *furono*

menzionate nei miei corsi ma, immediatamente, la discussione si trasformò in una dimostrazione pedante di basso livello di qualcosa come il fatto che  $0 \neq 1$  (questa è la versione universitaria della «sindrome dell'appiattimento» che descrivo ne *La Matematica per l'Insegnamento*). Fu solo durante gli studi di secondo livello (*graduate*) che mi resi conto dell'esistenza di temi centrali in matematica e che, non a caso, questi temi sono strumenti essenziali nell'insegnamento della matematica. Temi matematici come questi, al giusto livello di astrazione e nel contesto adatto, sarebbero ideali come guida per organizzare corsi per i futuri insegnanti.

C'è un altro aspetto di [8] che mi delude. La raccomandazione che «i corsi di matematica per i futuri insegnanti dovrebbero sviluppare la *forma mentis* tipica del pensiero matematico ...» è estremamente importante, per molte delle ragioni che descrivo ne *La Matematica per l'Insegnamento* — specialmente visto che l'insegnamento alle superiori richiede di intavolare questioni, raccogliere i germogli di intuizione presenti nelle idee degli studenti e indirizzare le discussioni in classe a tempo reale. Ma sono persuaso che i corsi, basati su rassegne di argomenti, del genere seguito dalla maggior parte degli studenti universitari (corsi istituzionali di algebra lineare, ad esempio) non siano il mezzo per arrivarci. Non è che si tratti di cattivi corsi, ma sono concepiti per un altro scopo — quello di far conoscere agli studenti una teoria matematica compiuta. Per osservare questa raccomandazione gli studenti hanno bisogno di fare un'esperienza di immersione nella matematica simile a quella per insegnanti in attività («PROMYS») che descrivo ne *La Matematica per l'Insegnamento*. Per tutte le ragioni qui descritte, un'immersione rilevante in una porzione specifica della disciplina è una delle esperienze di maggior valore che un futuro insegnante possa fare. È un peccato che questa non sia una raccomandazione formulata esplicitamente in [8].

Finora ho descritto il «tipico» percorso di avvio all'insegnamento nella scuola superiore tramite un programma di preparazione per insegnanti frequentato al college. In realtà molti insegnanti giungono nelle classi seguendo altre strade.

I meccanismi economici del mercato del lavoro hanno messo in moto un pendolo che oscilla da un eccesso ad una scarsità di insegnanti.

All'università io non seguì un programma di preparazione per insegnanti ma, quando finì il college nel 1969, il pendolo era nella fase di scarsità, così che trovai un impiego con poca difficoltà. Durante gli anni Ottanta, una riduzione del reclutamento e forti proteste contro le imposte patrimoniali in tutto il paese determinarono massicci licenziamenti di insegnanti e di altri dipendenti pubblici e, improvvisamente, ci fu un eccesso di insegnanti alla ricerca di un impiego. Molti programmi di preparazione per insegnanti rischiarono di tacere e i laureati in matematica e gli insegnanti licenziati videro molte più opportunità nell'industria ad alta tecnologia che nell'insegnamento. Per anni le scuole non reclutarono nuovo personale. Quando iniziai ad insegnare ero la persona più giovane del mio dipartimento. Quando smisi ventiquattro anni più tardi ero ancora quasi il membro più giovane. Gli insegnanti della mia generazione stanno cominciando ad andare in pensione e il reclutamento sta tornando a crescere. Perciò ora siamo in un periodo di grave scarsità di insegnanti. Anche a causa della crisi nell'alta tecnologia, molte persone con una preparazione tecnica stanno indirizzandosi a riempire i vuoti nelle fila delle scuole, e le scuole li stanno accogliendo in gran numero.

Ci sono prove [15] del fatto che ogni anno intraprendano la professione fino a 50000 insegnanti non adeguatamente preparati. Secondo un rapporto [23], il 33% degli insegnanti di matematica in attività non è laureata in matematica né ha la matematica come specializzazione secondaria, e questi insegnanti hanno come allievi il 26% degli studenti di matematica del paese. Per peggiorare le cose, un grande numero di insegnanti qualificati abbandonano la professione entro cinque anni.

I varchi nell'insegnamento della matematica vengono riempiti da persone con molti tipi diversi di background. Alcuni sono ingegneri o scienziati con un significativo background matematico molto diversi dal tipico laureato in matematica. Altri sono insegnanti provenienti da altri campi — scienze o informatica e qualche volta storia e magistero — che tengono supplenze di matematica in attesa di una maggiore stabilità d'impiego. Ci sono perfino dei matematici disoccupati, addestrati alla ricerca in matematica pura o applicata, alla ricerca di posti da insegnante nelle scuole superiori.

Sebbene questi accessi alla professione «attraverso la porta posteriore» siano più numerosi oggi che un decennio fa, ci sono sempre state persone che arrivano all'insegnamento senza passare per programmi di preparazione per insegnanti. Per quanto gli sforzi di riformare la preparazione universitaria degli insegnanti siano cruciali, sono tuttavia invisibili a quegli insegnanti che accedono alla professione per altre strade. I distretti scolastici locali, gli stati e il governo federale, per porre rimedio a questo e ai difetti degli attuali programmi di preparazione per gli insegnanti, hanno dovuto investire copiosamente in programmi di aggiornamento professionale per insegnanti in attività.

L'aggiornamento professionale è diventato un grande giro d'affari negli Stati Uniti. Ogni anno si spendono milioni di dollari in programmi del genere e molte grandi città hanno speciali sezioni dell'amministrazione centrale addette al finanziamento ed alla realizzazione di programmi di aggiornamento professionale. La maggior parte degli stati hanno reso obbligatoria la partecipazione a tali programmi al fine di mantenere l'abilitazione e molte università e distretti scolastici offrono programmi per l'abilitazione alternativi per aiutare le persone a ottenere i requisiti necessari per insegnare mentre ricoprono posti di ruolo per mezzo di un'abilitazione «provvisoria».

Le esigenze del corpo docente sono così diverse che la maggior parte dei sistemi di aggiornamento optano per un menù eclettico di forme di aggiornamento professionale che spazia dalle lezioni dopo l'orario scolastico ai seminari di una giornata fino a sequenze organizzate di queste due forme di esperienze. Anche i contenuti variano ampiamente, includendo ogni genere di argomento, dalle tecniche di apprendimento basate sulla cooperazione all'uso delle calcolatrici grafiche, ai seminari su come svolgere un particolare programma scolastico fino a quelli che sono divenuti noti come seminari «make and take» durante i quali gli insegnanti passano un pomeriggio o una giornata impegnandosi in attività che possono utilizzare direttamente con i propri studenti. Dal momento che i programmi consistono in seminari di una giornata o in insiemi di seminari siffatti, a distanza di molte settimane gli uni dagli altri, è molto difficile fare della matematica significativa in tale ambito. L'assunzione palesemente

capziosa (che ne *La Matematica per l'Insegnamento* io chiamo «sapere tutto prima di cominciare ad insegnare») è che la matematica di cui gli insegnanti hanno bisogno sia stata appresa al college.

## 5. – Considerazioni conclusive.

Negli Stati Uniti la matematica, intesa come disciplina scientifica, gode di ottima salute; ogni anno i dottorati producono una nuova schiera di persone di talento con un Ph.D., molti dei quali entrano a far parte di un establishment di ricerca tra i più produttivi del mondo. E il mio paese, oltre alla ricerca matematica, dà contributi essenziali a notevoli progressi nella tecnologia, nelle scienze e nella finanza. Tutti questi contributi poggiano su fondamenta di conoscenze matematiche tra le più solide che esistano. Come può allora un apparato dell'istruzione che produce alcune tra le menti migliori avere così tanti punti deboli? Una risposta risiede nelle enormi dimensioni dell'apparato dell'istruzione. Anche se i nostri programmi di matematica perdessero metà degli studenti per ciascuno dei dodici anni di istruzione pre-universitaria (come si afferma in [24]), ci sarebbe ancora un grande bacino di giovani con la preparazione necessaria a conseguire una laurea di primo livello in matematica. In effetti molti sostengono che l'istruzione in matematica negli Stati Uniti si sia evoluta in un sistema concepito precisamente per coltivare, sin dai primi anni di scuola, il talento destinato a far ricoprire ruoli di punta nella scienza e nella tecnologia, spesso alle spese di una maggiore alfabetizzazione matematica per tutti i diplomati delle scuole superiori. Sebbene io non condivida questa valutazione, è certamente vero che nella scuola superiore i percorsi di livello più alto sono curati dai docenti più competenti dal punto di vista matematico e che i programmi utilizzati in tali percorsi solitamente sono piuttosto tradizionali ed insistono sulla competenza tecnica necessaria per affrontare con successo un corso di laurea in matematica o nelle scienze. E per gli studenti davvero precoci che mostrano propensione alla matematica in giovane età esistono molte opportunità extracurricolari che vanno dai «campi estivi di matematica» ai programmi di tutoraggio. La controparte per insegnanti di uno di tali programmi (il PRO-

MYS) è descritto ne *La Matematica per l'Insegnamento*. Il PRO-MYS (Program in Mathematics for Young Scientists, Programma in Matematica per Giovani Scienziati) per *studenti* esiste a Boston da più di un decennio; opera con circa 60 studenti delle superiori molto avanzati ogni anno, molti dei quali in seguito si specializzano in matematica o in un campo ad essa collegato. Programmi simili esistono presso la Ohio State ed altre università in tutto il paese.

Insomma, sembra che la preparazione per gli studenti della «fascia alta» dello spettro dell'istruzione matematica funzioni piuttosto bene. In effetti gli sforzi compiuti da molti di noi per migliorare l'istruzione matematica del resto dello spettro si può concepire come un tentativo di ampliare la fascia alta, di risvegliare l'interesse nascente nella matematica di cui quasi tutti gli studenti danno prova se viene loro offerta la possibilità e di preparare e aggiornare gli insegnanti di matematica con lo stesso successo col quale prepariamo e aggiorniamo i matematici che fanno ricerca.

Questa è in parte la base dei miei commenti ne *La Matematica per l'Insegnamento*. L'istruzione pubblica negli Stati Uniti è una faccenda estremamente complessa e nel mio paese altri avrebbero idee completamente diverse su cosa risulterebbe importante ed interessante per i lettori del *Bollettino* (ad esempio si veda [25, 9, 26]). Se ho fatto intravedere la complessità del sistema, allora sono riuscito in ciò che mi ero proposto.

## REFERENCES

- [1] Massachusetts Department of Education. Online all'indirizzo [http://finance1.doe.mass.edu/statistics/1\\_spending.html](http://finance1.doe.mass.edu/statistics/1_spending.html)
- [2] National Science Foundation (1998), *Investing in Tomorrows Teachers: The Integral Role of Two-Year Colleges in the Science and Mathematics Preparation of Prospective Teachers*. Rapporto per un National Science Foundation Workshop. Arlington, VA: National Science Foundation.
- [3] S. BOWLES - H. GINTIS (1976), *Schooling in Capitalist America: Educational Reform and Contradictions of Economic Life*, New York, Basic Books.

- [4] L. BRADEN - R. RAIMI (1998), *State Mathematics Standards: An appraisal of Math Standards in 46 States, the District of Columbia, and Japan*, New York, The Thomas B. Fordham Foundation.
- [5] National Council of Teachers of Mathematics (1989), *Curriculum and Evaluation Standards for Teaching Mathematics*, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- [6] National Council of Teachers of Mathematics (2000), *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston, VA: Author.
- [7] D. COHEN (ed) (1995), *Crossroads in Mathematics: Standards for Introductory College Mathematics Before Calculus*, Memphis, TN: American Mathematical Association of Two-Year Colleges.
- [8] Conference Board of the Mathematical Sciences (2001), *The Mathematical Education of Teachers*, Providence/Washington D.C.: AMS/MAA.
- [9] JOHN DOSSEY - USISKIN ZALMAN, «*Mathematics Education in the United States 2000: A Capsule Summary Written for the Ninth International Congress on Mathematical Education*», Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2000.
- [10] A. CUOCO - E. P. GOLDENBERG - J. MARK (1996), «*Habits of Mind: An Organizing Principle for a Mathematics Curriculum*», *Journal of Mathematical Behavior*, 15(4) (1996), 375-402.
- [11] S. LOUCKS-HORSLEY - P. HEWSON - N. LOVE - K. STILES (1998), *Designing Professional Development for Teachers of Science and Mathematics*, Thousand Oaks, CA: Corwin.
- [12] L. DARLING-HAMMOND - M. W. McLAUGHLIN (1999), Investing in Teaching as a Learning Profession. In L. Darling-Hammond & G. Sykes (eds) *Teaching as the Learning Profession*, San Francisco: Jossey Bass.
- [13] National Board for Professional Teaching Standards (NBPTS) (1996), *Adolescence and Young Adulthood/Mathematics: Standards for National Board Certification*, Southfield, MI: Author.
- [14] National Commission on Mathematics Teaching for the 21st Century (2000), *Before It's Too Late*, Jessup, MD: Education Publications Center, U.S. Department of Education. Anche online su:  
<<http://eee.ed.gov/americancounts/glenn>>
- [15] National Commission on Teaching and America's Future (NCTAF) (1996), *What Matters Most: Teaching for America's Future*, New York, NY: Author.
- [16] The National Research Council (2001), *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*, Washington, DC: National Academy Press.
- [17] D. SCHIFTER (2000), «*Teacher Education and Professional Development in the U.S.: Elementary Mathematics*», Articolo inviato allo U.S.-Japan Workshop on Mathematics Teacher Preparation.
- [18] The Learning First Alliance (1998), *Every Child Mathematically Proficient*, Washington, DC: Author.

- [19] MA L. (1999), *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- [20] S. LANG (2002), *Algebra*. New York: Springer Verlag.
- [21] A. CUOCO, «*Meta-problems in Mathematics*», *College Mathematics Journal*, **31** (2000), 5.
- [22] A. CUOCO, «*Raising the Roots*», *Mathematics Magazine*, **72** (1999), 5.
- [23] R. M. INGERSOLL, «*The Problem of Underqualified Teachers in American Secondary Schools*», *Educational Researcher*, **28** (1999), 2.
- [24] National Research Council (1989), *Everybody Counts: A Report to the Nation on the Future of Mathematics Education*, Washington, DC: National Academy Press.
- [25] Z. USISKIN (2000), «*Mathematics Teacher Education in Grades 7-12 in the United States: An Overview*», Articolo inviato allo U.S.-Japan Workshop on Mathematics Teacher Preparation.
- [26] P. FISHER - J. LEITZEL (1996), «*Making the Change*», Rapporto di un convegno finanziato dalla NSF tenuto a Lincoln, Nebraska.

Al Cuoco dirige il Center for Mathematics Education alla EDC.

Il suo indirizzo email è [alcuoco@edc.org](mailto:alcuoco@edc.org)