

---

# BOLLETTINO

# UNIONE MATEMATICA ITALIANA

*Sezione A – La Matematica nella Società e nella Cultura*

---

JUDITH FLAGG MORAN, KIM WILLIAMS

## Una classificazione delle pavimentazioni geometriche realizzate dai Cosmati

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 8, Vol. 7-A—La  
Matematica nella Società e nella Cultura (2004), n.1, p. 17–47.*

Unione Matematica Italiana

[http://www.bdim.eu/item?id=BUMI\\_2004\\_8\\_7A\\_1\\_17\\_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_2004_8_7A_1_17_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)  
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>



## **Una classificazione delle pavimentazioni geometriche realizzate dai Cosmati.**

JUDITH FLAGG MORAN - KIM WILLIAMS (\*)

### **I. – Una retrospettiva storico-artistica.**

#### *I.A. Introduzione.*

Ogni civiltà, attraverso i propri manufatti, ha da sempre dato espressione alla ricerca di un ordine estetico e al costume, se non necessità, tutti umani, di decorare i propri ambienti, oggetti e persone. La passione per l'elemento decorativo è particolarmente evidente nel lavoro di alcune maestranze medioevali della decorazione architettonica: i Cosmati. Con il termine «Cosmati» si è soliti riferirsi ad un gruppo di artisti romani, appartenenti a quattro famiglie di artigiani del tardo Medioevo italiano. Poiché molti membri di queste famiglie portavano il nome «Cosmas», il termine «Cosmati» è passato ad indicare l'intera scuola di tali artisti, il cui lavoro è caratterizzato da un particolare tipo di decorazione architettonica policroma che crea una tessitura geometrica combinando diversamente alcune unità di base, in genere piccole formelle marmoree, di granito, ceramica o vetro, di svariate fogge<sup>(1)</sup>. Abbiamo già discusso delle pavimentazioni realizzate dai Cosmati in un precedente lavoro sulle strutture geometriche della decorazione, in particolare abbiamo analizzato come la percezione stessa del motivo decorativo presente nelle pavimentazioni si sia evoluta durante i secoli [Moran e Williams 2003]. Il contenuto del presente lavoro è molto più specifico, riguardando un possibile metodo di classificazione e catalogazione dei motivi geometrici nelle pavimentazioni dei Cosmati. Il metodo di

(\*) La traduzione è di Claudia Benedetti.

<sup>(1)</sup> La locuzione «*cosmatesca*» è sovente utilizzata in letteratura inglese. Noi però preferiamo riferirci direttamente agli Autori usando il termine *Cosmati*.

classificazione applicherà il concetto di gruppo di simmetria, sviluppato in ambiente matematico, nell'analisi della tessitura decorativa propria dei Cosmati. Con ciò speriamo che questa classificazione incentivi altri ricercatori a studiare ulteriormente il repertorio figurativo dei Cosmati e ci aiuti a comprendere i canoni estetici che lo caratterizzano. La ricerca di una forma sintattica che esprima tali canoni è attualmente nostro oggetto di lavoro.

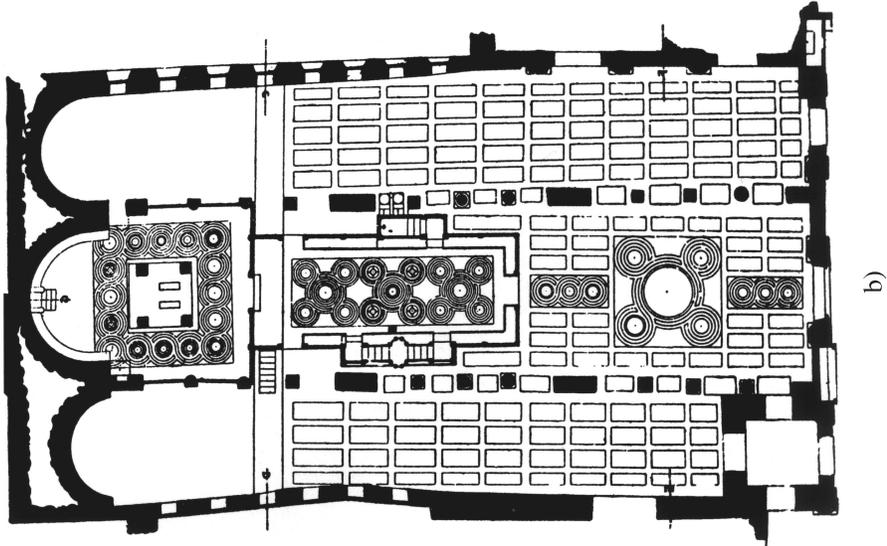
I.A.1. Le pavimentazioni realizzate dai Cosmati. Nonostante l'usura dovuta ai più di mille anni trascorsi, le pavimentazioni realizzate dai Cosmati affascinano ancora oggi per la varietà ed il ritmo dei loro motivi decorativi: tappeti marmorei ricchi di colore che contrastano con il severo stile romanico nel quale sono inseriti. I Cosmati utilizzavano come materiale di base per le pavimentazioni i preziosi graniti e marmi provenienti dai monumenti di epoca romana, soprattutto porfido rosso, serpentino verde, marmo giallo e bianco. Applicavano le loro tecniche artistiche per decorare praticamente ogni superficie disponibile nelle chiese romaniche: pavimenti, pulpiti, transenne, altari, facciate esterne, colonne, portali. A motivo della peculiare bellezza della loro opera, della ben definita collocazione spaziale (Roma e adiacenze) e temporale (XII sec. e inizio del XIII sec.) e per il fatto che ciascuno degli oltre 100 esemplari della produzione decorativa porta la firma di una delle quattro famiglie, l'opera dei Cosmati costituisce un ambito di lavoro ben circoscritto.

Tuttavia, anche tenendo presente queste delimitazioni, essa è troppo vasta per essere considerata nella sua interezza. Abbiamo, pertanto, focalizzato la nostra indagine sulle decorazioni pavimentali e, all'interno di queste, su particolari elementi decorativi. Essendo interessati alla tassellatura del piano, ci siamo dedicati all'analisi della struttura periodica bi-dimensionale dei pavimenti. Anche se i motivi geometrici realizzati nei pavimenti appaiono a prima vista simili a quelli di altre superfici, sia all'interno che all'esterno della chiesa, una significativa differenza ci induce a mantenere una netta distinzione. Infatti, i materiali usati nelle pavimentazioni dovevano essere particolarmente resistenti all'usura determinata dal calpestio e, per questa ragione, erano utilizzate mattonelle di marmo e

granito (porfido). Le superfici verticali, invece, permettevano all'artista l'utilizzo di formelle di vetro o ceramica, oltre al marmo. La diversità dei materiali ha determinato importanti differenze nelle dimensioni degli elementi decorativi: il materiale più duro dei pavimenti non poteva essere tagliato al di sotto di una certa misura (questo lavoro era naturalmente tutto fatto a mano). Come risultato, le tarsie decorative dei pavimenti sono spesso meno complesse di quelle delle altre superfici.

Le pavimentazioni assemblano in un insieme organico più elementi differenti. L'elemento lineare della composizione è sempre disposto lungo l'asse centrale della chiesa che attraversa la navata centrale per giungere all'altare attraverso il coro. Tale elemento architettonico può essere composto da uno dei due motivi decorativi caratteristici dell'arte dei Cosmati o da una loro combinazione: il *quilloche*, fregio composto di tondi coi contorni intrecciati a volute; il *quinconce*, composto da quattro tondi attorno ad uno centrale, sempre coi contorni intrecciati. La chiesa di S.Maria in Cosmedin, a Roma, offre un valido esempio di tali decorazioni pavimentali; nella figura 1a, in primo piano, si può osservare parte di un *quinconce* e sullo sfondo il *quilloche*, che con le sue ampie volute conduce fino all'ingresso del coro. La geometria del pavimento della stessa Chiesa è schematizzata in figura 1b.

Differenti elementi decorano rispettivamente: i contorni, la zona di riempimento degli spazi tra la fascia curvilinea e la forma rettangolare che la incastona, i tondi centrali del *quinconce* e del *quilloche*. L'area rimanente del pavimento delle navate è suddivisa in forme rettangolari di marmo bianco, all'interno delle quali i motivi geometrici si ripetono lungo due direzioni. Tali motivi sono denominati, in linguaggio matematico, a geometria periodica (o anche *wallpaper*) e saranno oggetto della nostra analisi. Risulterà poi evidente che, nonostante la limitazione che ci siamo imposti, il numero dei motivi decorativi esaminati rimarrà comunque ampio e la sua analisi potrà tornare utile per una futura classificazione delle altre decorazioni, sia quelle presenti nel *quinconce* o nel *quilloche*, sia quelle su altre superfici.



b)



a)

Fig. 1. – S. Maria in Cosmedin, Roma: a) foto d'interno; b) pianta della Chiesa.

I.A.2. La geometria locale delle forme. Un aspetto singolare dello stile dei Cosmati è la varietà delle forme utilizzate nelle decorazioni: forme circolari, triangolari, rettangolari, quadrate, romboidali, esagonali, ottagonali e la *vesica piscis* (ovoidale, ottenuta intersecando due cerchi) <sup>(2)</sup>. Le forme sono spesso derivate le une dalle altre: un rombo ottenuto da due triangoli equilateri, un triangolo dalla suddivisione di un quadrato in due parti lungo la diagonale, un rettangolo unendo insieme due quadrati. Altre realizzazioni comportano combinazioni standard di queste forme, come un quadrato inscritto in un altro, dopo essere stato ruotato di  $45^\circ$  (*ad quadratum*), un triangolo inscritto in un altro, dopo essere stato ruotato di  $180^\circ$  (*ad triangulatum*), o anche più circonferenze concentriche. Per quanto ne sappiamo, altre combinazioni quali un quadrato inscritto in una circonferenza, appaiono piuttosto raramente nei pavimenti originali (diverso il caso invece delle pavimentazioni che sono state soggette a restauro). Dal momento che questa sintassi di forme è una delle più evidenti caratteristiche dello stile dei Cosmati, crediamo che ogni schema classificatorio debba di necessità includerla nella propria struttura. Mentre faremo riferimento alla simmetria d'insieme della struttura decorativa periodica come diremo più avanti, il nostro sistema di classificazione analizzerà anche la geometria locale delle singole parti.

I.A.3. La simmetria d'insieme dei motivi geometrici nelle strutture rettangolari. Tralasciando, per ora, completamente il colore, ogni tassellatura a struttura rettangolare realizzata dai Cosmati appartiene ad uno dei 17 gruppi di simmetria del piano. Tuttavia due aspetti limitano l'efficacia di una tale classificazione usuale in matematica. In primo luogo tutti i motivi periodici delle strutture rettangolari dei Cosmati possiedono una simmetria assiale, a parte un esiguo numero di esemplari di non particolare bellezza e forse nemmeno autentici. Ciò significa che solo 10 gruppi possono effettivamente descrivere la tessitura decorativa dei Cosmati, un filtro decisamente insufficiente. La seconda ragione dell'inefficacia di un si-

<sup>(2)</sup> Secondo la definizione corrente la *vesica* o *vesica piscis* è la figura geometrica ottenuta intersecando due cerchi, le cui rispettive circonferenze passano l'una per il centro dell'altra. Qui il termine è usato più liberamente.

stema basato solo sui gruppi di simmetria è l'uso da parte dei Cosmati della policromia. Quattro tinte predominano nelle loro pavimentazioni: quelle rosso-rubino e verde scuro del porfido e quelle gialle e bianche dei marmi. Per uno stile che riserva al colore un ruolo fondamentale nell'armonia dell'insieme è quantomeno sorprendente che la policromia stessa possa apparire invece come il fattore meno importante nella realizzazione dei pavimenti. Ebbene, dopo aver analizzato centinaia di decorazioni a base rettangolare, abbiamo constatato che l'elemento più importante nella percezione d'insieme è dato dal contrasto tra tonalità diverse piuttosto che dal colore di per sé. I Cosmati erano attenti a che le tonalità scure contrastassero le vicine luminose, di modo che l'osservatore potesse cogliere la geometria decorativa<sup>(3)</sup>, mentre aveva minor importanza per l'artista se la tonalità scura era una tinta rossa o verde o egualmente se quella chiara era il giallo o il bianco. Dicendo *simmetria* intendiamo un movimento rigido del piano, ad esempio una rotazione attorno ad un punto fisso, che porta a sovrapporre la figura a se stessa: ad esempio ruotando il motivo di figura 2 di 180° attorno al punto di contatto dei due quadrati bianchi più grandi, lo si porta a coincidere con se stesso.

I matematici individuano come simmetria di colori una simmetria che varia i colori delle superfici in modo conseguente: per esempio se una superficie rossa viene sovrapposta ad una congruente verde, allora ogni superficie rossa deve essere sovrapposta ad una con-

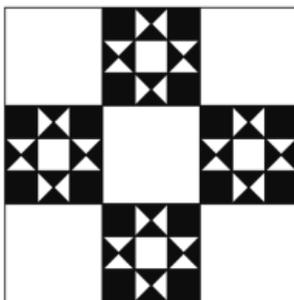


Fig. 2. – Schema del motivo geometrico di figura 3.

<sup>(3)</sup> In Matematica questa operazione è designata *map colouring*.



Fig. 3. – Motivo geometrico composto in contorno rettangolare, S. Maria in Cosmedin, Roma.

gruente verde. In figura 3 è riportata la fotografia di una pavimentazione la cui struttura geometrica è sintetizzata in figura 2. La rotazione stessa di  $180^\circ$  di cui sopra (detta rotazione di ordine 2) non sovrappone ogni piccolo quadrato rosso ad un altro dello stesso colore e non ha dunque proprietà particolari di simmetria policroma. D'altra parte, però, tale rotazione porta a coincidere regioni di tonalità scura con altre regioni sempre di tonalità scura e regioni di colore chiaro con altre sempre di colore chiaro. Chiameremo questa proprietà caratteristica dei motivi geometrici dei Cosmati: simmetria di toni. Grazie a questa proprietà è possibile riferirsi alla geometria in chiaro-scuro delle forme, come ha fatto la storica dell'arte Dorothy Glass [1980] e come abbiamo fatto noi in figura 2 e nelle successive. In una catalogazione parziale precedente, Piazzesi, Mancini e Benevolo [1954] hanno tenuto conto anche dei colori effettivamente utilizzati, producendo però diagrammi che sono di difficoltosa lettura e che non aggiungono ulteriori informazioni.

I.A.4. Il ruolo delle tecniche di realizzazione artistica nella geometria delle decorazioni. Le geometrie artistiche dei Cosmati sono spesso realizzate con una tecnica costruttiva assai ingegnosa di riempimento degli spazi a partire dalla disposizione



Fig. 4. – Frammento di motivo geometrico, S. Maria Maggiore, Civita Castellana.

modulare delle formelle. Come mostra parte di un lavoro incompiuto visibile nella cappella inferiore della chiesa di S. Maria Maggiore, duomo di Civita Castellana, la lastra di base di marmo bianco era scolpita in modo che i bordi risultassero rialzati rispetto ad una zona incavata centrale in cui incastonare poi le formelle di marmo colorato e realizzare così la decorazione (fig. 4).

La zona incavata era ricoperta con un impasto di calce contro cui venivano pressate le formelle. Prima erano disposte quelle più grandi secondo un preciso schema geometrico, qui una disposizione di quadrati scuri a scacchiera. Al termine di questa operazione l'artista aveva realizzato una scacchiera di tessere quadrate intercalate da spazi vuoti. Iniziava dunque a disporre in questi spazi vuoti le formelle più piccole, in questo caso un quadrato di diagonale pari al lato del quadrato più grande, secondo lo schema *ad quadratum*. Giunto a questo stadio, egli poteva scegliere se riempire l'ulteriore spazio rimanente con formelle tagliate ad hoc o se, consentendolo le dimen-

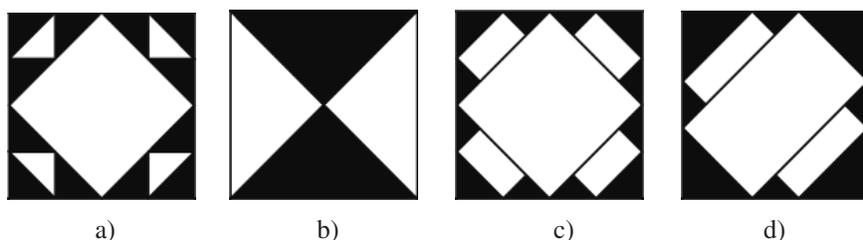


Fig. 5. – a) ad quadratum; b) papillon; c) tavolo-con-sedie; d) tavolo-con-panche.

sioni, continuare a disporre formelle ancora più piccole e poi completare lo spazio rimasto.

La maggior parte delle decorazioni dei Cosmati segue questa struttura, alternando forme più grandi (frequentemente quadrate, ma anche rettangolari, triangolari o a rombo) con altre più piccole e composite che riempiono gli spazi liberi. La struttura più semplice nell'unità quadrata è il cosiddetto *ad quadratum*. Un successivo frazionamento di tale struttura permette una costruzione frattale di triangoli nei quattro angoli. Questi infatti sono decomposti in quattro triangoli congruenti secondo lo schema *ad triangulatum* (fig. 5a). Gli schemi *ad quadratum* e *ad triangulatum* evidenziano l'influenza sull'arte dei Cosmati dell'antica arte musiva, dal momento che tali strutture appaiono proprio nelle pavimentazioni più antiche. Alcune decorazioni esibiscono una collezione di motivi all'interno dell'unità quadrata così comuni nell'arte dei Cosmati da indurci a ricercare una semplice identificazione. Alcuni di questi motivi sono mostrati in figura 5. I loro appellativi sono suggeriti dalle forme visive che paiono evocare (papillon, tavolo-con-sedie, tavolo-con-panche...).

#### I.B. *Il bisogno di un catalogo e di una classificazione.*

Il bisogno di catalogare e la nostra decisione di procedere ad una classificazione dei motivi geometrici dei Cosmati risalgono già alla nostra prima pubblicazione. È bene esplicitare le differenze che intercorrono tra le due azioni. Il catalogo è una collezione o inventario dei motivi geometrici utilizzati nel repertorio dei Cosmati. La classi-

ficazione invece richiede di esplicitare un criterio di struttura e d'ordine del catalogo secondo determinate proprietà dei motivi stessi, in modo da rendere l'operazione di inventario utile a chi è intento ad esaminare specifici aspetti di questi motivi.

I.B.1. Le precedenti opere di catalogazione. Non esiste a tutt'oggi un catalogo esaustivo e completo dei motivi geometrici dei Cosmati. Paloma Pajares-Ayuela, nel suo recente libro *Cosmatesque Ornament: Flat Polycrome Geometric Patterns in Architecture*, afferma che: «*un catalogo analitico completo del repertorio in questione deve ancora essere compilato*» [Pajares-Ayuela 2002:175]. Un tale catalogo dovrebbe risultare fecondo sotto molti aspetti. Determinare il periodo storico, l'autenticità e la paternità delle pavimentazioni di circa un millenio fa è un compito arduo per gli storici dell'arte. Essere a conoscenza dei motivi geometrici ricorrenti, delle loro combinazioni e/o giustapposizioni può aiutarli ad attribuire e datare queste opere. Inoltre, gli studiosi impegnati a ricostruire l'evoluzione storico-artistica dei motivi e determinare quali influenze culturali operarono nell'arte dei Cosmati, hanno tutte le ragioni per ritenere tale catalogo fondamentale. Pajares-Ayuela afferma, a proposito delle possibili influenze delle arti decorative romana e bizantina sulla produzione artistica dei Cosmati:

*«Per determinare i singoli contributi delle due tradizioni decorative sarebbe necessario avere a disposizione un catalogo dei motivi geometrici dei Cosmati. Con tale catalogo alla mano si dovrebbe poter determinare se e in che misura i motivi dei Cosmati appaiono anche in ciascuna di tali tradizioni»* [Pajares-Ayuela 2002:135].

Abbiamo accennato precedentemente alla pubblicazione di due cataloghi parziali dei motivi geometrici che ricorrono nei pavimenti dei Cosmati. Il più vecchio dei due [Piazzesi, Mancini e Benevolo 1954] cataloga i pavimenti di ben dodici chiese di Roma decorate dai Cosmati. I criteri organizzatori si basano sulla forma (geometrie a base esagonale, a base quadrata suddivise a seconda di dove appaiono, se nelle strutture rettangolari, nei tondi o nei contorni), ma laddove è una combinazione di forme a costituire la decorazione geometrica,

un tale sistema comincia ad apparire inefficace. Inoltre i motivi sono contrassegnati da una numerazione strettamente in successione, il che significa un catalogo essenzialmente rigido, in cui nuove decorazioni non possono essere inserite in un momento successivo. Le convenzioni grafiche utilizzate per indicare le quattro tinte presenti nelle pavimentazioni ci paiono appesantire eccessivamente l'inventario rendendone difficile, se non impossibile, l'uso (ciò è dovuto alle limitate possibilità di riproduzione disponibili nel periodo di pubblicazione e al desiderio degli Autori di rimanere fedeli ai colori originali dei pavimenti). Un aspetto che riteniamo molto utile di questa catalogazione è la presenza di una chiave per indicare in quale chiesa era situata ciascuna decorazione. Sapere quante volte e dove è stato eseguito un motivo aiuta infatti a capire quanto esso era apprezzato.

Il catalogo più recente, la cui grafica è particolarmente efficace nel rendere la struttura dei motivi è dovuto a Dorothy Glass [1980]. Glass non ha organizzato il catalogo secondo proprietà geometriche, ma in base alle singole famiglie dei Cosmati che realizzarono i motivi. Questo catalogo è, dunque, utile per gli storici dell'arte, ma non lo è per i nostri propositi. La numerazione segue, come nel precedente catalogo, un criterio ordinale.

Per la nostra indagine abbiamo analizzato tre edifici: S. Maria Maggiore, duomo di Civita Castellana; la chiesa dei Ss. Quattro Coronati a Roma; la chiesa di S. Maria di Castello a Tarquinia. Abbiamo compilato un catalogo dei motivi analizzando dettagliatamente i pavimenti di questi tre edifici, disegnandone la planimetria e misurando singolarmente le dimensioni delle forme rettangolari all'interno delle quali si trovavano le decorazioni e identificandone i motivi. Di conseguenza, non solo sappiamo quali motivi geometrici appaiono in ciascun edificio, ma anche esattamente dove e quante volte essi appaiano. Mano a mano che si procedeva nel lavoro è apparsa sempre più chiara la necessità di sviluppare un sistema di classificazione per poter poi ultimare un catalogo definitivo. Ci apprestiamo dunque a presentare i criteri di classificazione da noi elaborati e seguiti.

I.B.2. L'esigenza di uno schema efficace di classificazione. Una catalogazione realizzata da un solo individuo è facile si ri-

veli poco comprensibile e quasi impossibile da applicare se non da parte dell'Autore stesso. Un problema manifestato dai cataloghi parziali esistenti è la difficoltà di aggiungere al loro interno nuove voci, proprio a causa dell'ordinamento progressivo. Un altro inconveniente è che è difficile trovare determinate decorazioni in una lista non ben differenziata in successione. Avendo l'esigenza di individuare una decorazione specifica nell'uno o nell'altro dei due cataloghi esistenti, è necessario scorrere l'intera collezione. E più il catalogo si arricchisce di nuove voci più la consultazione diviene problematica. Considerato il numero delle pavimentazioni realizzate dai Cosmati ed i limiti strutturali del tempo a disposizione e delle possibilità di viaggio, un catalogo completo può essere redatto solo in tempi lunghi e dovrebbe coinvolgere più persone, come un team di studiosi e allievi. L'elaborazione di schemi di classificazione efficaci deve soddisfare criteri di logica, di utilità per il massimo numero di potenziali utilizzatori e di facile aggiornamento, e dovrebbe identificare proprietà di struttura e di geometria dei motivi le più chiare possibili.

È nostra convinzione che un siffatto schema debba soddisfare i cinque requisiti seguenti:

1. Le categorie devono essere **mutuamente esclusive**: nessuna decorazione può comparire in più d'una categoria;
2. Le categorie devono essere **esaustive**: per ogni decorazione deve esistere una categoria di appartenenza;
3. Le categorie devono poter essere **descritte in termini oggettivi**: la classificazione non può avvenire sulla base di semplici impressioni visive e non;
4. La classificazione deve essere uno strumento di lavoro anche per **non specialisti** in matematica <sup>(4)</sup>;
5. Le categorie devono essere individuate da una **chiave multipla** che identifichi il singolo motivo in base alla sua organizzazione

<sup>(4)</sup> A tale scopo non menzioneremo nella nostra classificazione le traslazioni (*glide-symmetry*), per esperienza meno evidenti delle simmetrie assiali e rotazionali per chi matematico non è (e anche per chi lo è!).

geometrica cosicchè il sistema possa essere usato efficacemente per la catalogazione, resti fondamentalmente aperto e possa essere aggiornato successivamente.

Presenteremo, dunque, il primo passo di un più vasto progetto che si propone di creare uno schema classificatorio di *tutte* le pavimentazioni dei Cosmati ancora esistenti, auspicando l'estensione di tale sistema di classificazione dei motivi geometrici periodici presenti nelle strutture rettangolari anche alle decorazioni dei contorni curvilinei, delle zone di riempimento degli spazi tra contorni curvi e bordi rettilinei marmorei, dei tondi che compongono il *guilloche* e il *quinconce*. Pur essendo queste geometrie decorative tra loro similari, potrebbe essere necessario modificare ed estendere il sistema per integrare altri tipi di simmetrie (in particolare il gruppo dei fregi) ivi presenti. Dal momento che l'estensione del catalogo richiede un'enorme mole di lavoro, esso non può che essere il risultato di un impegno collettivo e per questa ragione la classificazione deve essere assolutamente di agile utilizzo nonchè immune da errori. Siamo convinte che il sistema da noi progettato costituisca un primo passo in questa direzione.

## II. – Il sistema di classificazione.

### II.A. *La struttura del sistema.*

Con l'intenzione di semplificare al massimo l'uso del sistema di classificazione da noi proposto, abbiamo costruito una struttura ad albero (o «diagramma a blocchi»), allo stesso modo di Crowe e Washburn in *Symmetries of Culture* [1988]. Il percorso di collocamento all'interno delle diverse categorie della struttura è determinato dalla scelta tra risposte chiuse fornite a quesiti da un numero minimo di due o ad un numero massimo di quattro. Le prime due domande sono comuni a tutte le categorie e sono discusse nel dettaglio successivamente. Alcune ramificazioni relativamente poco complesse sono selezionate in base al secondo livello di quesiti, senza richiedere ulteriori differenziazioni. Tuttavia, in altri casi, due domande non sono sufficienti a mettere ordine nella ricchezza dei motivi geometrici. Di

conseguenza tutti i motivi a base quadrata (del tipo rappresentato in figura 3, ad esempio) richiedono una serie di quattro quesiti per operare distinzioni lungo questo ramo dell'albero.

## II.B. *Un primo livello di classificazione: l'unità di base della struttura.*

Il primo livello della classificazione è determinato dalla unità di base della struttura decorativa. Abbiamo menzionato precedentemente come lo stile decorativo dei Cosmati fosse connesso alla particolare tecnica costruttiva da loro utilizzata. La decorazione finale appariva spesso come una fitta «trama». Tale locuzione <sup>(5)</sup> indica solitamente fasci di più rette parallele intersecantesi perpendicolarmente. Noi invece useremo questo termine anche per indicare intersezioni generiche, non necessariamente perpendicolari. Dunque il nostro sistema (al pari dei motivi dei Cosmati) contempla «trame» le cui unità sono rombi, triangoli, oltre che quadrati o rettangoli. Ciascuno di questi sistemi (due eccezioni saranno discusse successivamente) individua unità congruenti: cioè in una data trama tutti gli spazi determinati dai fasci di rette sono equivalenti per forma e dimensioni. Abbiamo identificato le trame in base alle unità individuate: trama quadrata, rettangolare, triangolare, romboidale (non esiste una trama esagonale poiché insieme di rette parallele non possono individuare *solo* unità esagonali. I motivi che presentano comunque al loro interno unità esagonali rientrano nella voce «no grid»-trama assente). Si noti che quelle che noi denominiamo «linee di trama» coincidono con le giunzioni materiali tra tessera e tessera della pavimentazione. Queste sono le linee più appariscenti agli occhi dello studioso che osserva per classificare e sono servite agli artisti-artigiani Cosmati come schema di lavoro.

Considerata la regola generale per cui tutte le unità di una trama sono tra loro congruenti, si determinano due eccezioni che richiedono un'ulteriore spiegazione. Una trama è denominata «plaid» <sup>(6)</sup> se è

<sup>(5)</sup> N.d.T: nel testo originale inglese: *grid*.

<sup>(6)</sup> N.d.T.: termine intraducibile che indica una famosa «stoffa spesso a quadri usata per confezionare il costume scozzese»-dalla voce omonima del dizionario Hazon, ed. Garzanti (1981).

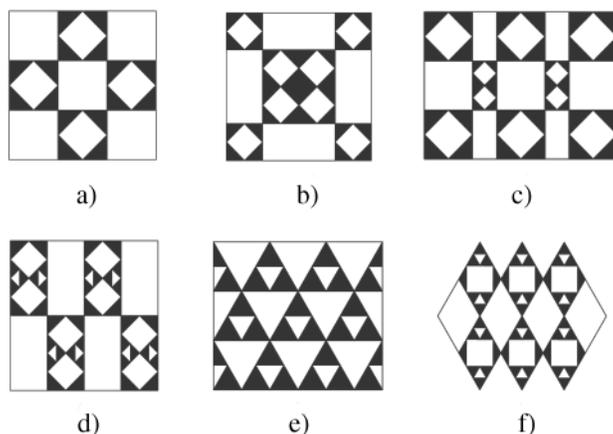


Fig. 6. – a) Trama quadrata; b) trama «plaid»; c) trama «half-plaid»; d) trama rettangolare; e) trama triangolare; f) trama romboidale.

composta da due fasci di rette parallele, perpendicolari tra loro, che individuano spazi secondo lo schema periodico  $a-b-a-b$  in entrambe le direzioni. È denominata invece «half-plaid» se la struttura  $a-b-a-b$  è individuata solo lungo una direzione. L'immagine visiva evocata da una trama «plaid» è quella di una unità più grande circondata da altre più piccole, a modo di cornice, mentre l'alternarsi delle dimensioni nella composizione «half-plaid» crea fasce di separazione in una direzione sola. Nel repertorio artistico dei Cosmati i motivi a «plaid» sono molto più comuni di quelli ad «half-plaid». Si possono osservare esempi per ciascuna delle trame menzionate in figura 6.

La categoria meno specifica del primo livello di classificazione è l'insieme dei motivi privi di una trama-di-base, nel senso specificato precedentemente. Due esempi sono riportati in figura 7.

Nella prima struttura del gruppo di figura 7 (7.a) le rette formano una matrice composta da due unità differenti: una esagonale, l'altra triangolare <sup>(7)</sup>; nella seconda (7b) le rette che costituiscono i lati

<sup>(7)</sup> Alcuni lettori noteranno che anche le trame «plaid» e «half-plaid» hanno unità non congruenti. Tuttavia esse sono individuate da fasci di rette perpendicolari tra loro. L'organizzazione delle geometrie decorative nei sette gruppi principali è stata dettata dal desiderio di creare un sistema di classificazione il più efficace e semplice possibile.

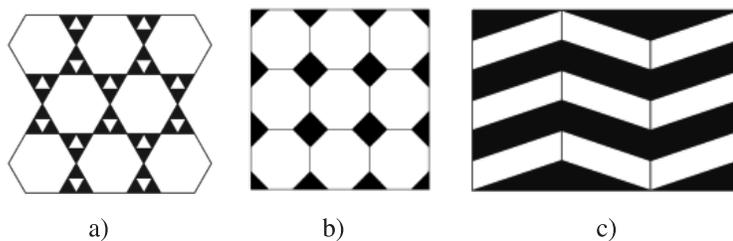


Fig. 7. – a-c. Tre esempi di motivi geometrici privi di tramatura.

delle unità ottagonali secano virtualmente le unità quadrate, cosicchè non è possibile parlare di una vera e propria trama. Nella terza struttura (7c) le rette formano una trama solo lungo una direzione.

II.B.1. Le ambiguità che possono nascere dalla percezione visiva dell'ordine geometrico. Ci siamo fortemente impegnate a rendere la nostra classificazione intuitiva, semplice e non ambigua (in pratica vogliamo che due differenti fruitori classifichino nello stesso modo un medesimo motivo geometrico). Tuttavia alcuni motivi sembrano ammettere più di una possibile interpretazione. Ad esempio, il motivo di figura 8 è costruito a partire da una trama qua-

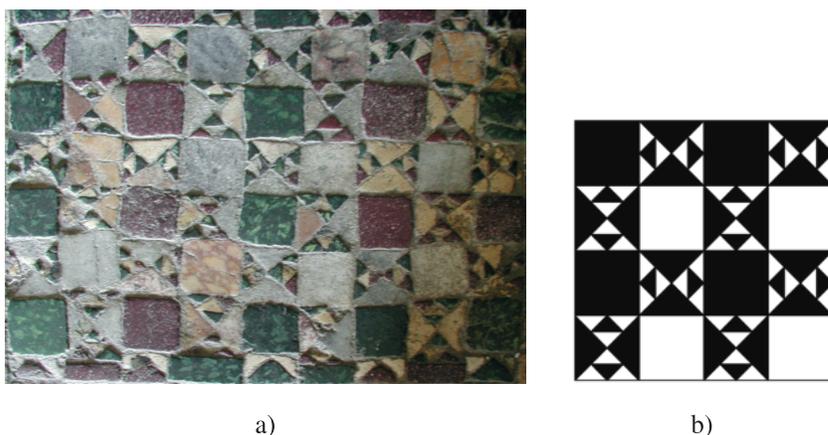


Fig. 8. – Esempio di motivo diversamente interpretabile a seconda di come lo si osserva.

drata. Osservandolo però lungo la diagonale emerge una seconda trama quadrata, più grande della precedente.

Fortunatamente entrambe le interpretazioni conducono alla medesima classificazione, almeno al primo livello: trama a base quadrata, appunto. Sul «campo» queste ambiguità sono facilmente risolte osservando direttamente i bordi delle formelle con le quali è realizzata la pavimentazione. Tuttavia osservare la trama decorativa *in situ* può presentare alcuni inconvenienti. L'orientazione della decorazione rispetto alla forma geometrica che lo incastona (ad esempio l'angolo formato dalle linee della trama con la forma rettangolare di marmo bianco) è un altro fattore che influenza la percezione della geometria decorativa d'insieme. Si consideri, ad esempio, la più semplice struttura decorativa: la scacchiera. Se le linee della trama sono parallele ai lati del rettangolo che la racchiude, individuiamo come unità di base dei quadrati, se la griglia ruota di  $45^\circ$  potremmo anche essere indotti a interpretare le unità come rombi. Ai fini della classificazione proposta, intendiamo minimizzare il più possibile queste differenze che possono emergere a livello percettivo, per giungere ad una interpretazione dei motivi geometrici la più obiettiva possibile. Abbiamo pertanto proceduto ad isolare i motivi dalle forme geometriche nelle quali sono racchiuse, dando loro una orientazione formale sia qui che nel catalogo.

### II.C. *Un secondo livello di classificazione.*

Il secondo livello della nostra classificazione dei motivi esaminati rimane determinato dalla simmetria rotazionale di **ordine più elevato** eventualmente presente nel motivo. Un motivo geometrico è dotato di simmetria rotazionale se esiste almeno una rotazione inferiore a  $360^\circ$  che porta la figura a coincidere con se stessa. Abbiamo già individuato il punto comune alle due unità-quadrato di figura 3 come punto unito della rotazione di ordine 2 che fa corrispondere le unità a se stesse ruotandole di  $\frac{1}{2}$  di angolo-giro (cioè  $180^\circ$ ). Questa non è l'unica simmetria rotazionale presente. Sia il centro del piccolo quadrato contenuto all'interno di una intera composizione quadrata più grande sia il centro della formella bianca quadrata più grande

sono punto unito di simmetrie rotazionali di ordine 4 (ciò significa che una rotazione di  $\frac{1}{4}$  di angolo-giro, ovvero  $90^\circ$ , fa corrispondere il motivo geometrico a se stesso). L'ordine massimo delle simmetrie individuate in tale decorazione è 4. Un ulteriore esempio è dato dalla decorazione rappresentata in 7a: il centro di ciascun esagono è punto unito di una simmetria rotazionale di ordine 6 ( $\frac{1}{6}$  di angolo-giro determina l'esatta sovrapposizione della figura a se stessa). Anche se i centri geometrici di ogni triangolo costituiscono i punti uniti di altrettante simmetrie rotazionali di ordine 3, l'ordine massimo riscontrabile in questa decorazione è 6.

Fortunatamente per noi vi sono solo cinque possibili risposte alla domanda: *qual è il massimo ordine che si riscontra in un determinato motivo geometrico?* La limitazione a 6, 4, 3, 2 o 0 (nessuna simmetria rotazionale) è il risultato di un affascinante teorema denominato «Restrizione Cristallografica». Un esempio di motivo geometrico realizzato dai Cosmati privo di simmetria rotazionale (ordine 0), è riportato in figura 9<sup>(8)</sup>.



Fig. 9. – Motivo geometrico privo di simmetria rotazionale.

<sup>(8)</sup> Il lettore di cultura matematica si meraviglierà sicuramente del fatto che il criterio di simmetria rotazionale non compaia già al primo livello della classificazione. In effetti originariamente esso costituiva per noi il primo livello; successivamente però abbiamo concluso che le peculiarità visive delle pavimentazioni non erano necessariamente individuate dai gruppi di simmetria. Le trame a base quadrata e le trame «plaid», ad esempio, pur possedendo entrambe simmetrie rotazionali di ordine massimo 4 appaiono molto differenti. Abbiamo dunque optato diversamente in base a criteri di utilità e accessibilità.

## II.D. *Introduzione alla classificazione ad albero.*

Utilizzeremo ora il diagramma ad albero per visualizzare la struttura della nostra classificazione, continuare nella descrizione delle categorie che individuano ulteriori rami a partire dal secondo livello di classificazione e concludere dando un esempio per ciascuna categoria individuata.

II.D.1. Il diagramma ad albero e la nomenclatura dei primi due livelli. In figura 10 è riportato l'albero raffigurante la classificazione dei primi due livelli. Come è stato già discusso in precedenza, il primo livello individua la trama eventualmente presente nella geometria decorativa. Al fine di assegnare una «etichetta» a ciascun motivo, abbiamo assegnato a ogni ramo una stringa composta da un minimo di due ad un massimo di quattro elementi, corrispondenti alle possibili risposte ai quesiti (evidenziati in alto in fig. 10) che individuano ciascuna delle ramificazioni dell'albero<sup>(9)</sup>. I singoli motivi geometrici catalogati all'interno di uno stesso sotto-ramo sono poi contrassegnate, a scopo ordinale, da un punto decimale seguito da una numero intero. Il primo simbolo della stringa individua la struttura della geometria ed è la lettera alfabetica iniziale della designazione della trama: *s-square*, *p-plaid*, *h-half plaid*, *r-rectangular*, *t-triangular*, *d-rhombic or diamond*, *n-no grid*. Il secondo simbolo della stringa designa l'ordine massimo della eventuale simmetria rotazionale che caratterizza la geometria decorativa. In base alla precedente discussione può assumere i seguenti valori: **6**, **4**, **3**, **2**, **0**. Non tutti gli ordini di simmetria sono compatibili con le varie trame: infatti nessuna trama ammette tutte le cinque possibilità di simmetria rotazionale.

I rami dell'albero in figura 10 designati dalla stringa a due elementi sono quelli che non danno luogo a successive ramificazioni. In questi casi non si è proceduto ad una ulteriore distinzione perchè gli esemplari ivi catalogati sono talmente pochi che non vale la pena andare oltre. Ad esempio la geometria rappresentata in figura 11 pre-

<sup>(9)</sup> N.d.T.: l'etichetta si riferisce all'originale in lingua inglese, che per ovvi motivi si è preferito non tradurre.

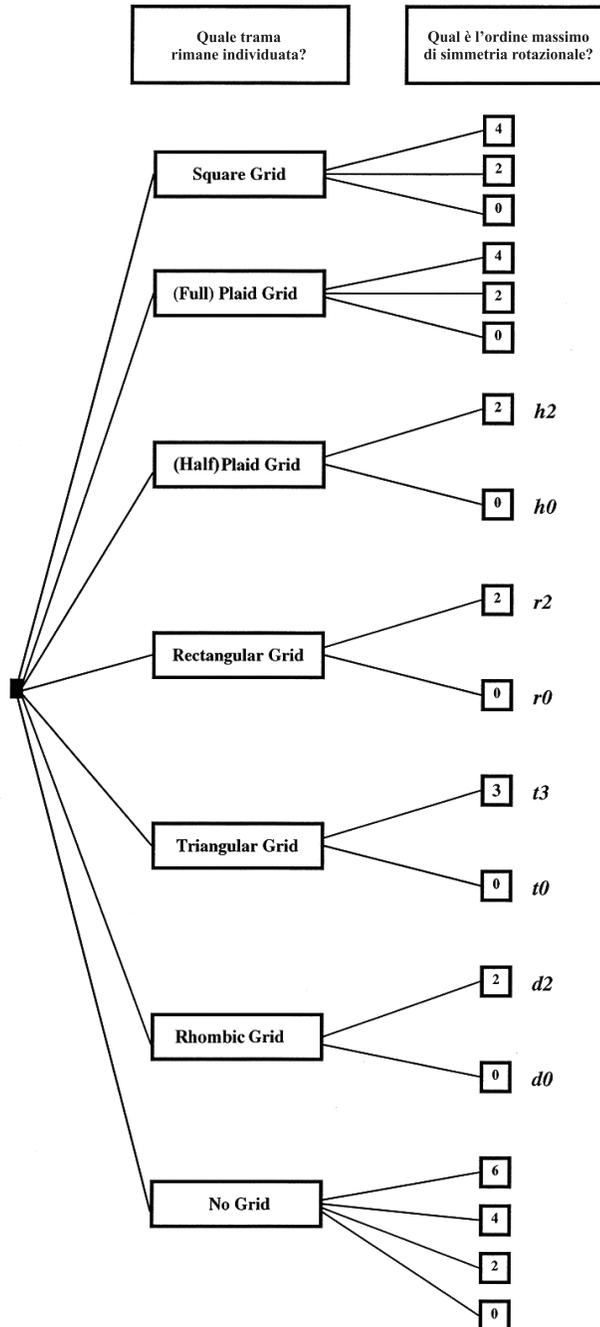


Fig. 10. – Il diagramma ad albero dei primi due livelli della classificazione.

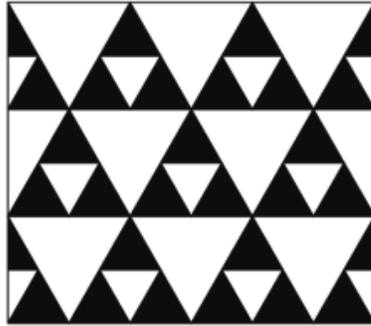


Fig. 11. – Motivo geometrico **t-3.1**.

senta una trama triangolare con simmetria rotazionale di ordine massimo 3 (vi sono infatti al massimo tre centri di simmetria, tutti di molteplicità 3: il centro geometrico del triangolo bianco più piccolo, il centro geometrico del triangolo bianco più grande, il vertice in comune di tre triangoli bianchi e di tre neri).

Designeremo allora tale decorazione come: **t-3.1**. La stringa: **t-3** individua il ramo, mentre **.1** designa la posizione ordinale della particolare decorazione in esame nell'elenco classificato appunto **t-3**.

Tra i requisiti indispensabili per uno schema classificatorio di una certa efficacia avevamo inserito l'eshaustività, ovvero la possibilità di strutturare ramificazioni opportune che consentano di inserire motivi che potrebbero essere localizzati solo in un secondo momento. Ecco perchè sono state incluse categorie che non contengono tuttora elemento alcuno, come ad esempio **d-0**. Possiamo immaginare un motivo che soddisfi tali requisiti nella fattispecie una trama a rombi che non presenti alcuna simmetria rotazionale, anche se ormai non ci si aspetta di trovare motivi simili.

Infatti abbiamo praticamente già cominciato a ricostruire la sensibilità artistica dei Cosmati nei confronti dei motivi geometrici. Procedendo nella catalogazione delle loro opere, notare come alcune categorie della classificazione non contengano esemplari continuerà a fornire preziose indicazioni sui canoni estetici dei Cosmati e aiuterà a ricostruire la sintassi di forme che descrive proprio il loro lavoro.

II.D.2. I motivi a trama quadrata. Successive ramificazioni. I motivi a trama quadrata, sono i più numerosi e vari; di conseguenza, al fine di operare opportune distinzioni tra di essi, abbiamo bisogno di formulare due ulteriori quesiti a seguito della seconda ramificazione (corrispondente all'ordine massimo riscontrato nelle simmetrie rotazionali eventualmente presenti). Il diagramma ad albero della sottoclassificazione dei motivi a trama quadrata è riportata in figura 12.

Si noti che la classificazione delle simmetrie rotazionali comprende tre voci: ordine 4, 2, e nessuna simmetria. Queste simmetrie, infatti, sono le uniche compatibili con una trama quadrata. La domanda-chiave che individua il terzo livello di classificazione dipende, nello specifico, dall'ordine massimo delle simmetrie rotazionali presenti, ma contempla in tutti e tre i casi l'eventuale presenza di simmetrie assiali. La domanda-chiave posta in corrispondenza della terza ramificazione ammette allora due risposte: sì/no, contrassegnate dal simbolo *m-mirror*<sup>(10)</sup> in caso di risposta affermativa e senza etichetta in caso di risposta negativa (nell'ultimo caso il ramo termina con una stringa a soli due elementi, per esempio *s-2*). I motivi a trama quadrata che *non* presentano simmetria rotazionale, essendo in numero esiguo, sono identificate unicamente da stringhe di due o al massimo tre simboli, *s-0-m* o *s-0*, corrispondentemente alla presenza o meno di simmetrie assiali con asse lungo le diagonali dei quadrati.

I motivi con simmetrie rotazionali di ordine 4 o 2 sono i più numerosi e richiedono di procedere ad una quarta ramificazione. La domanda-chiave che individua il quarto livello di classificazione è la medesima per entrambi i sottogruppi paralleli e riguarda il motivo decorativo riscontrato nei quadrati composti o negli spazi della trama. Al quarto livello corrispondono tre rami. Il primo ramo è un «leit-motif» dello stile decorativo dei Cosmati: il già visto «*ad quadratum*» e porta la simbologia parallela: *s-2-m-a* e *s-4-m-a*. Il secondo ramo contempla quei motivi le cui unità sono parallelamente suddivise da ulteriori sotto-trame, *s-4-m-g* e *s-2-m-g*. Con la locuzione

<sup>(10)</sup> N.d.T.: dal termine inglese equivalente all'italiano «speculare».

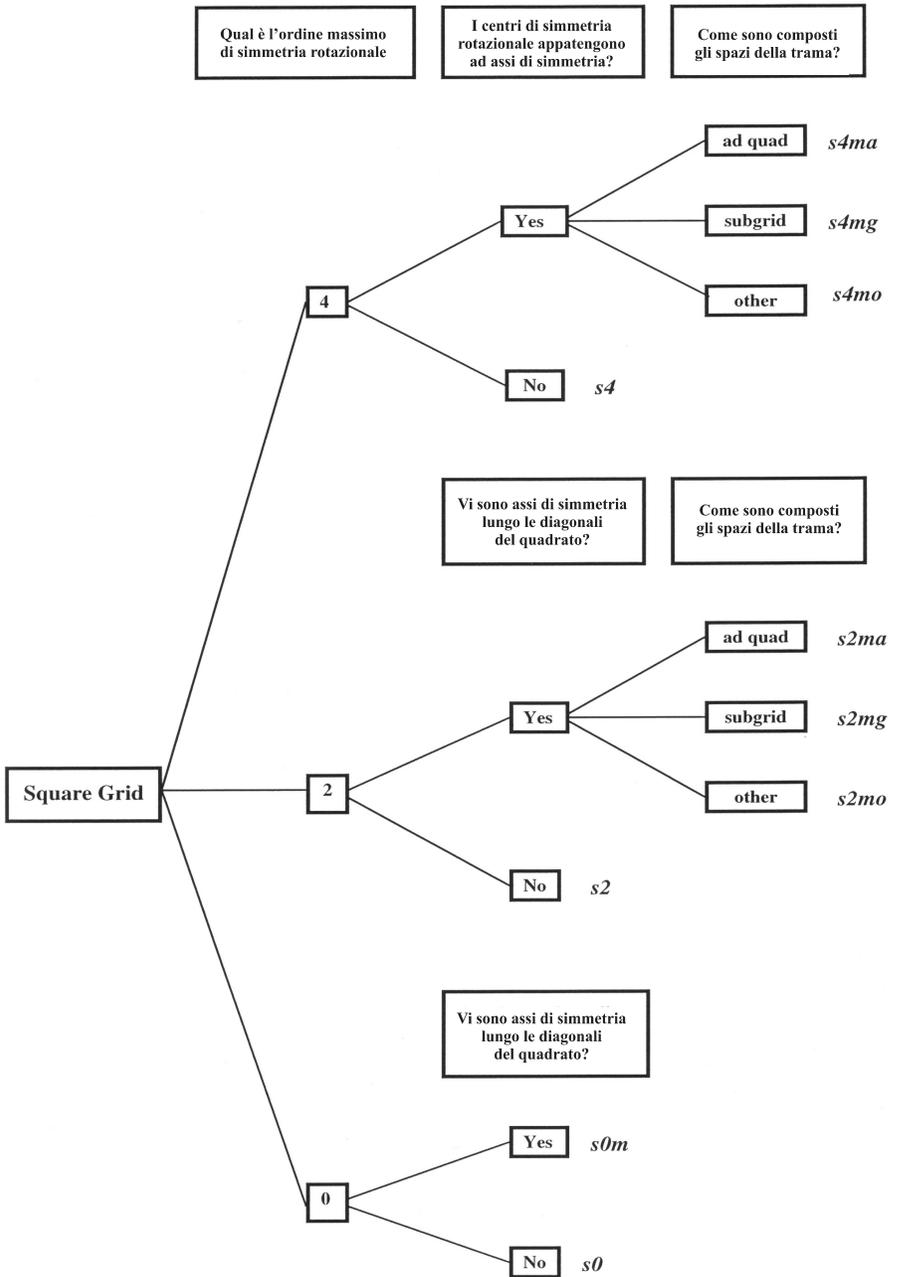


Fig. 12. – Diagramma ad albero dei motivi a trama quadrata (s-square grid).

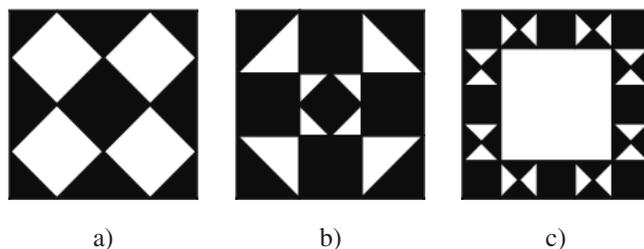


Fig. 13. – Serie di motivi che evidenziano una sotto-trama all'interno della trama quadrata.

sotto-trama si designa una trama sempre ad unità quadrata ma in scala più piccola, come mostrano i motivi rappresentati in figura 13.

Il terzo ramo individua la sotto-categoria generica *o-other* etichettata col simbolo *o*, al fine di garantire la richiesta esaustività della classificazione.

II.D.3. Le geometrie a trama «plaid». Successive ramificazioni. In quanto variazione di una trama a base quadrata, la geometria a «plaid» può possedere una simmetria rotazionale di ordine 4 o 2 o anche non possederne alcuna (0). Poiché vi sono relativamente poche pavimentazioni riferibili a questo modello, aggiungeremo un solo ulteriore livello alla classificazione, che sarà determinato dalla medesima domanda-chiave in tutti i sotto-casi previsti: in quale zona della trama appare un determinato motivo? Nella maggior parte dei casi esaminati i Cosmati scelgono di decorare entrambi i quadrati più piccolo e più grande del «plaid» (*c-corner square & central square*) o le bande rettangolari dello spazio rimanente (*s-strips*). I motivi geometrici che non presentano decorazione alcuna o che viceversa le presentano in entrambe le tre regioni menzionate sono fatte rientrare nella categoria generica *o-other*.

L'albero relativo alle decorazioni che presentano una trama «plaid» è riportato in figura 14. Esempi di decorazioni a trama «plaid» con simmetrie di ordine 4 e riconducibili al terzo livello di classificazione sono riportate in figura 15.

II.D.4. I motivi non riconducibili ad alcuna trama. Successive ramificazioni. Questi motivi che al primo livello non sono

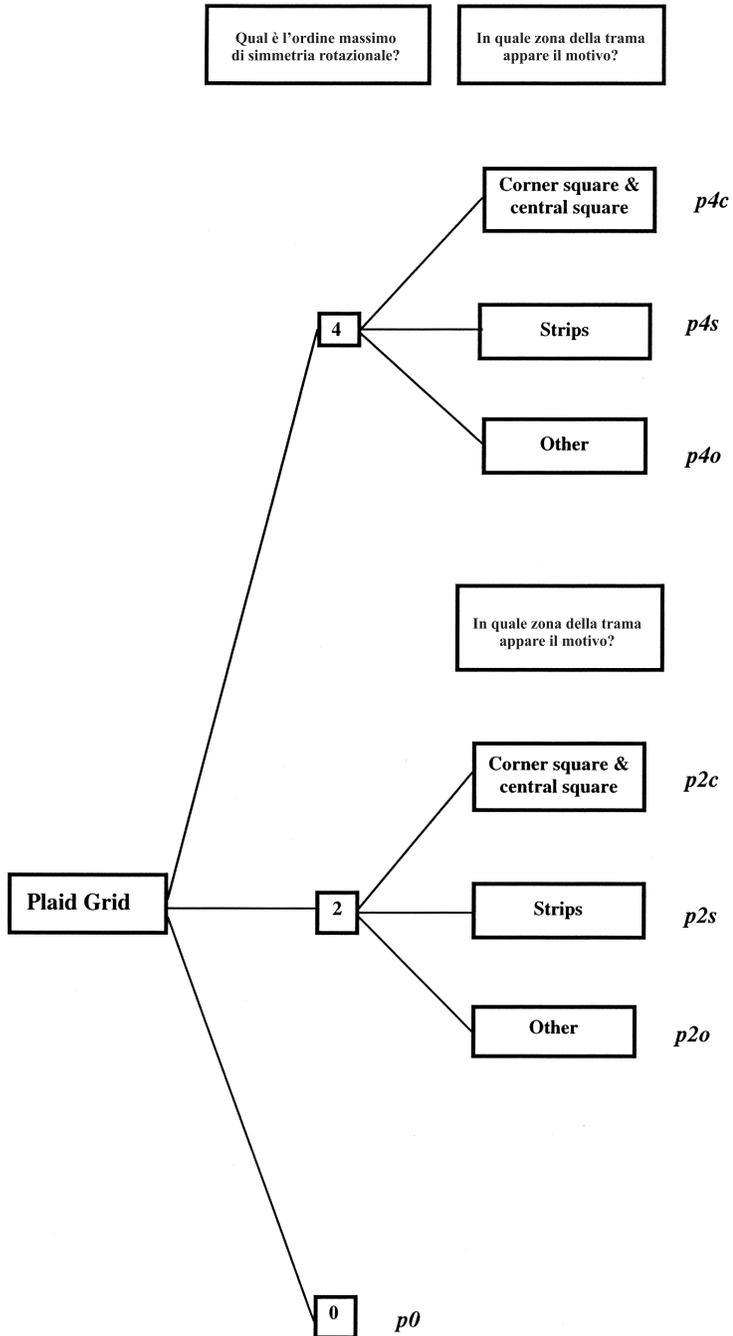


Fig. 14. - Diagramma ad albero dei motivi a trama plaid (*p*-plaid grid).

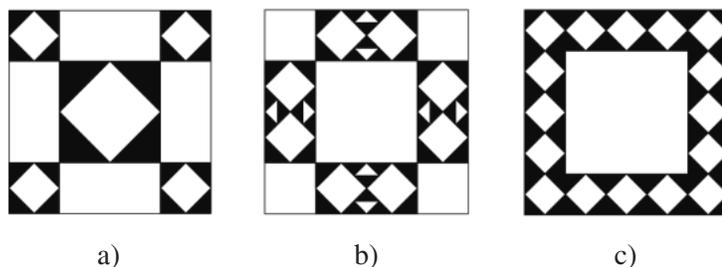


Fig. 15. – a) Motivo con decorazioni in entrambi i riquadri della trama a plaid; b) motivo con decorazioni solo nella banda rettangolare; c) motivo con decorazioni nel riquadro più piccolo e nella banda rettangolare.

riconducibili ad alcuna struttura reticolare possono avere simmetrie rotazionali di ordine 6, 4, 2 o 0<sup>(11)</sup>. Già ad una prima analisi le pavimentazioni dei Cosmati rivelano il loro estremo interesse verso le simmetrie complesse. Dunque si osserva che nelle sotto-strutture ad albero raffigurate rispettivamente nelle figure 12, 14 e 16, i rami con simmetrie di ordine inferiore, più semplici, complessivamente contengono il numero minore di motivi; conseguentemente queste geometrie sono rappresentate da stringhe con pochi elementi: due o al massimo tre simboli. In particolare per i motivi non rappresentabili con reticoli nel senso sopra specificato, tre domande-chiave sono necessari per determinare la classificazione lungo i primi due rami. I due rami inferiori, corrispondenti ad un ordine massimo al più 2, necessitano di una stringa di appena due simboli al fine di operare una adeguata distinzione.

La domanda-chiave per il terzo livello in ciascuno dei primi due rami, corrispondenti a ordini di simmetria rotazionale 6 o 4, chiede quale particolare forma geometrica (all'interno delle specificate) appare nella decorazione. Al fine di individuare categorie le più efficaci possibili, scegliamo quelle forme che fino ad ora sono comparse più frequentemente. Pertanto, i motivi con simmetria di molteplicità 6 saranno differenziati in base alla presenza di rombi (*diamond*), o,

<sup>(11)</sup> Il terzo ordine sembra comparire solo nelle strutture a griglia triangolare; si trova così catalogata solo nella ramificazione corrispondente dell'albero, già esaminata.

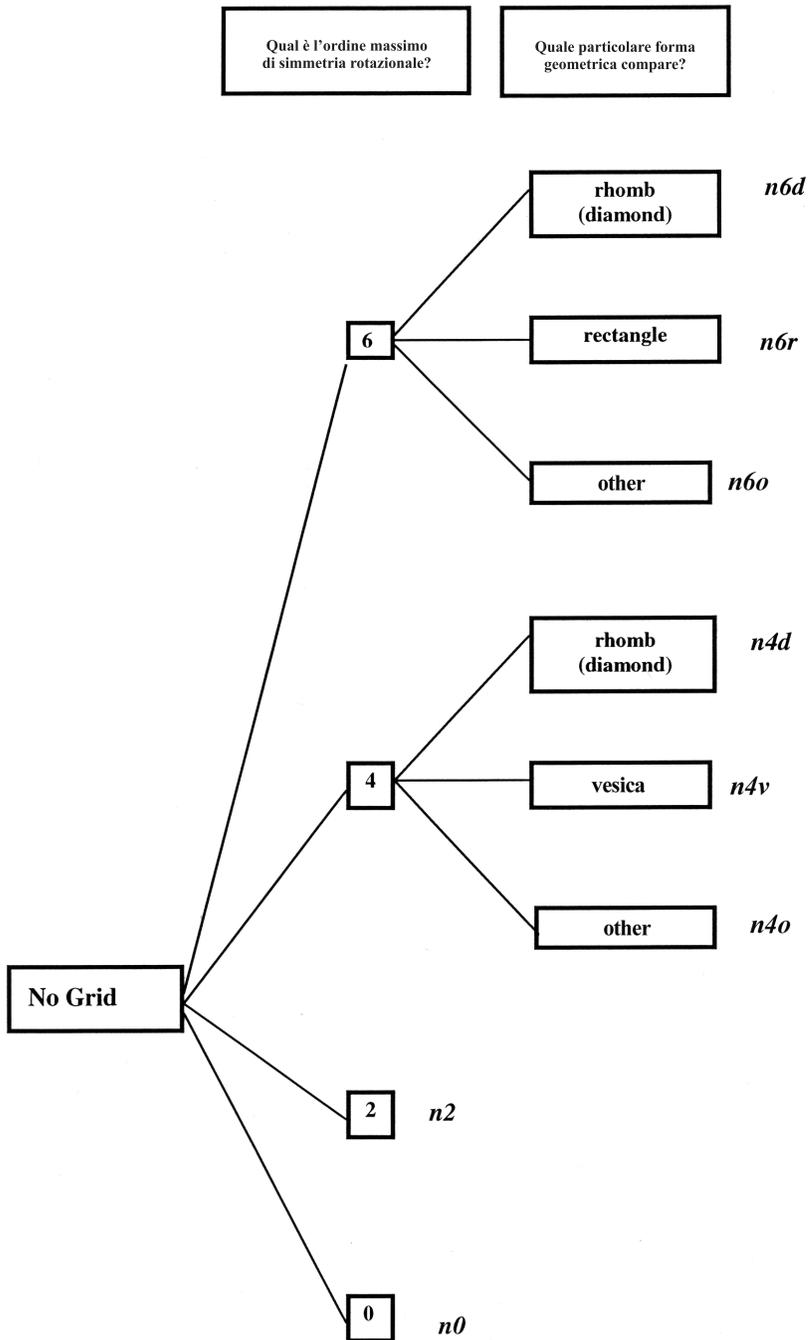


Fig. 16. - Diagramma ad albero dei motivi senza trama (*n*-no grid).

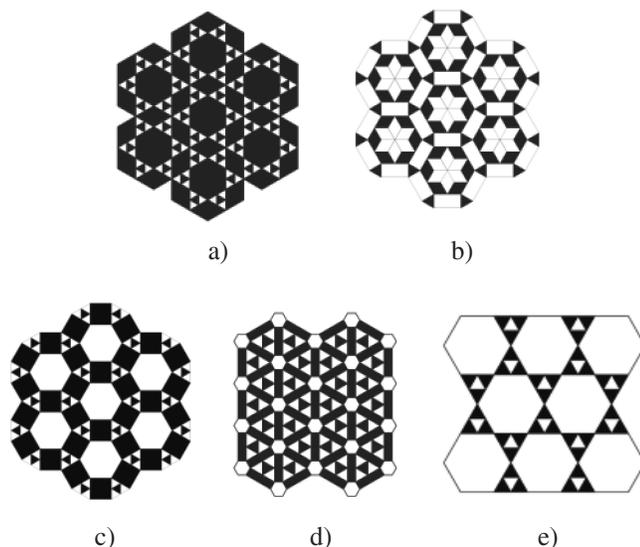


Fig. 17. – Esempi di motivi geometrici dei Cosmati in cui non è individuata alcuna trama e con ordine di simmetria rotazionale massimo 6.

*solo* in assenza di questa forma, di rettangoli (*rectangle*). Il quadrato è considerato, in questo caso, un rettangolo particolare.

Le figure 17a e 17b costituiscono esempi dello stesso ramo (*n-6-d*), contenendo il 17b *sia* rettangoli *sia* rombi. I motivi di figura 17c e 17d sono entrambi etichettati: *n-6-r*.

Considerato il quadrato come un rettangolo particolare e che dunque queste ultime due decorazioni sono descritte dalla medesima stringa, tuttavia appaiono assai differenti proprio perchè nel 17c

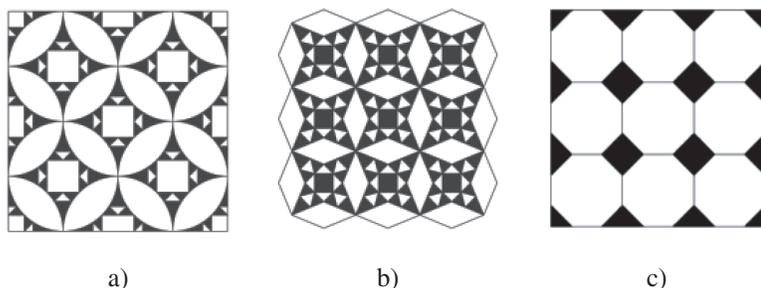


Fig. 18. – Esempi di motivi geometrici dei Cosmati in cui non è individuata alcuna trama e con ordine di simmetria rotazionale massimo 4.

sono presenti quadrati, mentre nel 17d, al loro posto, compaiono dei rettangoli. Di ciò si è tenuto conto assegnando loro una differente numerazione ordinale: ***n-6-r.1*** e ***n-6-r.2***.

La quinta geometria, la 17e, non presenta alcuna delle forme specificate e rientra così nella categoria generica «altro»: ***o-other***. È contrassegnata quindi dalla sigla: ***n-6-o***.

Per finire, se un motivo senza trama presenta una simmetria di ordine massimo 4, le forme che compaiono più frequentemente, quindi le più efficaci per classificazione, sono: il rombo, identificato dal simbolo ***d***; e la vesica, identificata dal simbolo ***v***. Allora i motivi collocabili all'interno di tali ramificazioni avranno le stringhe: ***n-4-d***, ***n-4-v*** e ***n-4-o***.

### *Conclusioni.*

Il multiforme e affascinante complesso di motivi geometrici creato dai Cosmati mille anni or sono continua a costituire, oggi, un fertile campo di ricerca. Con il sistema di classificazione dei motivi decorativi periodici realizzati da questi artigiani-artisti, qui presentato, confidiamo di aver gettato le basi per la creazione di un sistema classificatorio coerente ed efficace basato su proprietà geometriche e di struttura semplici da individuare. Abbiamo in programma di espandere e meglio delineare il sistema al fine di includere i motivi geometrici riscontrati in altri elementi delle decorazioni, quali i contorni sinuosi, le superfici degli interstizi, i tondi che compongono il *guilloche* ed il *quinconce*. È importante che il sistema sia di semplice utilizzo, cosicchè ricercatori di differenti discipline possano unificare le loro conoscenze per creare in sinergia un catalogo completo delle realizzazioni artistiche dei Cosmati. Il sistema di classificazione qui proposto ed il catalogo che in base ad esso sarà compilato aiuteranno a comprendere i canoni estetici dei Cosmati, cioè ciò che essi consideravano meritevole di comparire nelle decorazioni. Attraverso questo strumento, intendiamo esprimere l'estetica dei Cosmati in termini di una sintassi delle forme che sia in grado di descrivere le modalità con cui i Cosmati combinavano tra loro le forme stesse per dare vita ad una sintesi armonica di geometrie che ancora oggi affascina l'osservatore in ciascuna delle oltre cento chiese da loro deco-

rate. Siamo inoltre convinte che la metodologia qui sviluppata possa in seguito essere efficacemente applicata all'analisi di altre decorazioni geometriche e nella comprensione di altre estetiche decorative, quali per esempio, quelle delle popolazioni Native Americane o quelle del mondo Islamico.

### *Ringraziamenti.*

Il lavoro di ricerca di Judith Flagg Moran che ha reso possibile questo articolo è parzialmente sovvenzionato da Graham Foundation for Advanced Studies in Fines Arts, Chicago.

I diagrammi ad albero appaiono per cortesia di Mike Williams, Trinity College. Gli schemi dei motivi geometrici appaiono per cortesia di Lorenzo Matteoli.

### RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- CROWE, D.W. and D.K. WASHBURN. 1988. *Symmetries of Culture: Theory and Practice of Plane Pattern Analysis*. Seattle, WA: University of Washington Press.
- GLASS, DOROTHY. 1980. *Studies on Cosmatesque Pavements*. British Archaeological Reports International Series, Vol. 82. Oxford: British Archaeological Reports.
- GOMBRICH, E. H. 1979. *The Sense of Order: a study in the psychology of decorative art*, Ithaca, Cornell University Press.
- GRÜNBAUM, B. and G.C. SHEPHARD. 1987. *Tilings and Patterns*. New York: Freeman. (Section 10.1.)
- KIER, HILTRUD. 1970. «Die mittelalterliche Schmuckfussboden», *Die Kunstdenkmäler des Rheinlandes* 14. Duesseldorf.
- KNIGHT, TERRY W. 1994. *Transformations in Design*. Cambridge: Cambridge University Press.
- LI, ANDREW I-KANG. 2001. «A Shape Grammar for Teaching the Architectural Style of the *Yingzao Fashi*.» Ph.D. Diss., Massachusetts Institute of Technology.
- MARCH, LIONEL. «Rulebound unruliness». 1996. *Environment and Planning B: Planning and Design* 23: 391-399.
- MARTIN, GEORGE E. 1982. *Transformation Geometry: an introduction to symmetry*, New York, Springer-Verlag, 1982.

- MITCHELL, WILLIAM J. 1998. *The Logic of Architecture: Design, Computation and Cognition*, Cambridge, MA: MIT Press.
- MORAN, JUDITH and KIM WILLIAMS. 2003. From Tiling the Plane to Paving Town Square, in *Visual Mind II*, Michele Emmer, ed., Cambridge, Massachusetts, MIT Press. In press.
- PAJARES-AYUELA, PALOMA. 2001. *Cosmatesque Ornament: Flat Polychrome Geometric Patterns in Architecture*. Maria Fleming Alvarez, trans. New York, London: W.W. Norton.
- PIAZZESI, A, V. MANCINI, L. BENEVOLO. 1954. «Una statistica sul repertorio geometrico dei Cosmati». *Quaderni dell'Istituto di Storia dell'Architettura* 5: 11-19.
- SCHATTSCHNEIDER, D. 1993. «The Fascination of Tiling.» Pp. 157-164 in M. Emmer (ed.), *The Visual Mind*. Cambridge MA: MIT Press.
- SCHATTSCHNEIDER, D. «The plane symmetry groups: Their recognition and notation.» *American Mathematical Monthly*, 85(6), 1978, 439-450.
- STINY, G. 1975. *Pictorial and Formal Aspects of Shape and Shape Grammars*. Basel: Birkhauser.
- STINY, G. 1994. «Shape rules: closure, continuity and emergence». *Environment and Planning B: Planning and Design* 21: s49-s78.
- WILLIAMS, KIM. 1997-a. *Italian Pavements. Patterns in Space*. Houston: Anchorage Press.
- WILLIAMS, KIM. 1997-b. «The Pavements of the Cosmati.» Pp. 41-45 in *The Mathematical Intelligencer* 19 (Winter 1997): 1, 41-45.

Judith Flagg Moran, Associate Professor of Quantitative Studies Director  
Mathematics Center, Trinity College Hartford, CT 06106-3100 U.S.A.  
judith.moran@mail-trincoll.edu

Kim Williams, Architect, Editor in Chief, Nexus Network Journal  
Via Mazzini, 7 - 50054 Fucecchio (FI)  
kwilliams@kimwilliamsbooks.com