

---

# BOLLETTINO

# UNIONE MATEMATICA ITALIANA

*Sezione A – La Matematica nella Società e nella Cultura*

---

MARCO PRANZO

## Algoritmi ed applicazioni per problemi di job shop scheduling complessi

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 8, Vol. 7-A—La Matematica nella Società e nella Cultura (2004), n.3, p. 559–562.*

Unione Matematica Italiana

[http://www.bdim.eu/item?id=BUMI\\_2004\\_8\\_7A\\_3\\_559\\_0](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_2004_8_7A_3_559_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)  
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>



## Algoritmi ed applicazioni per problemi di job shop scheduling complessi.

MARCO PRANZO

### 1. – Modello.

Un problema di scheduling richiede di determinare il sequenziamento e la temporizzazione di un insieme di operazioni da eseguire su un insieme di risorse. I problemi di scheduling sono tra i problemi combinatori più difficili da risolvere e sono stati studiati nel dettaglio per più di cinquant'anni [1]. Nel corso degli anni sono stati proposti vari modelli per affrontare questi problemi, anche se i diversi approcci utilizzati riescono difficilmente a rappresentare nel dettaglio i tanti vincoli aggiuntivi che caratterizzano i problemi di scheduling, in particolar modo quelli derivanti da problemi reali.

In questa tesi si è fatto riferimento ad un recente modello, noto come *grafo delle alternative* [2], che è una generalizzazione del grafo disgiuntivo di Roy e Sussman. Facendo ricorso al grafo delle alternative è possibile rappresentare in maniera dettagliata e risolvere, ricorrendo ad un approccio unificato, un gran numero di problemi di scheduling complessi per i quali fino ad ora non esisteva un unico approccio efficace.

Il problema di job shop scheduling è il problema di assegnare nel tempo delle macchine a dei job rispettando i vincoli che ogni macchina può eseguire un job alla volta. Il processamento di un job su una macchina è chiamato *operazione* e non può essere interrotto. Ogni operazione richiede un tempo di processamento fisso e noto a priori, e ogni job consiste in una sequenza ordinata di operazioni, anch'essa nota in anticipo. L'obiettivo consiste nella minimizzazione del makespan, ovvero del tempo di completamento dell'ultima operazione. Nel problema affrontato è noto un insieme di operazioni  $\{o_0, o_1, \dots, o_n\}$  che devono essere eseguite su  $m$  macchine  $\{m_1, m_2, \dots, m_m\}$ . Ogni operazione  $o_i$  richiede un tempo di processamento  $p_i$  su una macchina  $M(i)$ , e non può essere interrotta dal suo tempo di inizio  $t_i$  fino al suo tempo di completamento  $c_i = t_i + p_i$ .  $o_0$  e  $o_n$  sono operazioni fittizie, con tempo di processamento nullo, chiamate rispettivamente inizio e fine. È definito un insieme di relazioni di precedenza tra le operazioni. Una *relazione di precedenza*  $(i, j)$  impone un vincolo sul tempo di inizio dell'operazione  $o_j$ . Il tempo d'inizio di  $o_j$ , infatti, deve essere maggiore o uguale al tempo di inizio dell'operazione  $o_i$  sommato ad un *ritardo*  $w_{ij}$ , che in generale può assumere valore positivo, negativo o nullo. Inoltre assumiamo che  $o_0$  precede  $o_1, \dots, o_n$ , e  $o_n$  segue  $o_0, \dots, o_{n-1}$ . Le relazioni di precedenza sono divise in due insiemi: *fisse* e *alternative*. Le relazioni di precedenza alternative sono partizionate in coppie, che usualmente rappresentano il vincolo che due operazioni non possono essere eseguite contemporaneamente. Uno *schedule* è un assegnamento di tempi di inizio

$t_0, t_1, \dots, t_n$  alle operazioni  $o_0, o_1, \dots, o_n$  tale che siano soddisfatte tutte le relazioni di precedenza, ed esattamente una per ogni coppia alternativa. Inoltre si può assumere senza perdita di generalità che  $t_0 = 0$ . Questo problema può essere formulato come un particolare programma disgiuntivo, ovvero un programma lineare con condizioni logiche «and» ( $\wedge$ , congiunzione) e «or» ( $\vee$ , disgiunzione).

$$\begin{aligned} \min \quad & t_n - t_0 \\ \text{s.t.} \quad & t_j - t_i \geq w_{ij} \quad (i, j) \in F \\ & (t_j - t_i \geq w_{ij}) \vee (t_k - t_h \geq w_{hk}) \quad ((i, j), (h, k)) \in A \end{aligned}$$

Un problema così formulato può essere rappresentato dalla tripla  $\mathcal{G} = (N, F, A)$ , chiamata grafo delle alternative. L'insieme dei nodi  $N$  rappresenta le operazioni, l'insieme di archi orientati  $F$  rappresenta le relazioni di precedenza fisse, ed infine l'insieme di coppie di archi orientati  $A$  rappresenta le coppie alternative. Gli archi negli insiemi  $F$  ed  $A$  sono pesati e il peso rappresenta il ritardo  $w_{ij}$ . Una *selezione*  $S$  è un sottoinsieme di archi di  $A$  ottenuto scegliendo al più un arco per ogni coppia alternativa. Una selezione è detta *completa* se è stato scelto esattamente un arco per ogni coppia alternativa. Data una selezione  $S$  sia  $\mathcal{G}(S)$  il grafo  $(N, F \cup S)$ . Una selezione  $S$  viene detta *consistente* se il grafo  $\mathcal{G}(S)$  non presenta cicli a peso positivo. Una *soluzione ammissibile* è una selezione completa e consistente, e, ad ogni schedule ammissibile è associata una soluzione ammissibile sul grafo delle alternative. Anche solo il problema di estendere una selezione parziale in una selezione completa ed ammissibile, o di mostrare che tale estensione non può esistere è stato dimostrato essere  $\mathcal{NP}$ -completo [2]. Il *makespan* di una selezione consistente  $S$  è la lunghezza del cammino più lungo dal nodo 0 fino al nodo  $n$  in  $\mathcal{G}(S)$ , anche chiamato *cammino critico*. Il cammino critico è definito anche in presenza di selezioni parziali purché siano consistenti. Il grafo delle alternative generalizza il grafo disgiuntivo, infatti le coppie alternative nella forma  $((i, j), (j, i))$ , con  $M(i) = M(j)$  generalizzano efficacemente il concetto di arco disgiuntivo.

Dal punto di vista modellistico numerosi problemi di scheduling  $\mathcal{NP}$ -difficili sono formulabili attraverso l'uso del grafo delle alternative. In particolare è stato evidenziato come siano facilmente modellabili una serie di vincoli come ad esempio l'assenza di buffer (problemi blocking e blocking no swap), la presenza di buffer limitati, la presenza di vincoli di deperibilità o vincoli di no-wait, la presenza di tempi di rilascio e di date di consegna (sia per i job sia per le singole operazioni), la presenza di tempi di setup e di rimozione (sia indipendenti dalla sequenza, sia dipendenti dalla sequenza), la presenza di macchine a capacità infinita ma con separazioni temporali ed altri ancora. Inoltre è possibile considerare anche il massimo ritardo oltre al massimo tempo di completamento come funzione obiettivo.

## 2. - Algoritmi.

Lo scopo di questa tesi è fornire un insieme di algoritmi di soluzione utilizzabili per la risoluzione di un qualsiasi problema formulabile mediante il grafo delle alternative. Nel corso di questa tesi sono stati sviluppati principalmente algoritmi

euristici e metaeuristici, basati sulla formulazione generale del grafo delle alternative. Questi algoritmi non richiedono nessuna ulteriore ipotesi restrittiva sulla struttura del problema rappresentato. Nella tesi si è concentrata l'attenzione sulle potenzialità di vari approcci algoritmici, decidendo di privilegiare schemi algoritmici concettualmente semplici ma che permettessero di ottenere soluzioni per problemi generali. In particolare è stata sviluppata una nuova famiglia di euristiche costruttive randomizzate specificatamente progettata per il grafo delle alternative [4] e una serie di algoritmi di ricerca locale che permettessero di migliorare la soluzione corrente. Combinando questi due strumenti sono stati implementati sia algoritmi metaeuristici basati sulla ricerca locale, sia metaeuristiche costruttive basate principalmente sul procedimento costruttivo. Nella prima classe di metaeuristiche ricadono algoritmi ben noti come la Tabu Search, l'Iterated Local Search e il GRASP, mentre nella seconda famiglia rientrano algoritmi di Rollout [3], e di Iterated Greedy. Tutti gli algoritmi sviluppati sono stati valutati su un ampio insieme di istanze note in letteratura per i problemi di job shop scheduling, e per problemi con vincoli di blocking, blocking no swap e no-wait. I risultati ottenuti sono di buona qualità e richiedono tempi di calcolo soddisfacenti.

### 3. – Applicazioni.

Dal punto di vista applicativo sono state analizzate in dettaglio due applicazioni reali provenienti da ambiti estremamente diversi tra loro come la schedulazione della produzione in una acciaieria e la risoluzione dei conflitti in tempo reale in una rete ferroviaria. Anche se i vincoli e i requisiti sono molto diversi entrambe queste applicazioni sono state formulate facendo uso del grafo delle alternative.

Il primo problema consiste nel sequenziamento della produzione settimanale di un impianto siderurgico italiano. La presenza di molti vincoli rende questo problema molto difficile per gli approcci tradizionali. Attualmente la schedulazione della produzione settimanale richiede alcune ore di lavoro da parte di un operatore esperto. La linea di produzione dell'impianto considerato consiste in una linea produttiva di quattro macchine con la presenza di buffer limitati tra le macchine. Il processo produttivo parte dai materiali grezzi e si conclude con la produzione di semilavorati di acciaio. L'acciaio fuso viene caricato nelle siviere che attraversano varie fasi chimiche per giungere alla fine alla macchina di colatura che permetterà di ottenere i semilavorati solidi. La produzione avviene a lotti, ovvero per la produzione di un semilavorato, sono necessarie più siviere. Diversi vincoli complicano questo problema tra cui la presenza di buffer a capacità limitata, di tempi di setup su alcune operazioni, di vincoli di deperimento, e di alcuni vincoli stringenti sulla macchina di colatura. Infatti viene richiesto che tutte le siviere appartenenti al medesimo lotto vengano sequenziate senza interruzioni sulla macchina di colatura. Tutti questi vincoli possono essere formulati con successo attraverso il grafo delle alternative, permettendo di ottenere un modello estremamente dettagliato del problema in esame. Il problema viene poi risolto attraverso un algoritmo euristico e i risultati sono confrontati con un lower bound e con un simulatore industriale.

La seconda applicazione reale affrontata è il controllo in tempo reale e la riso-

luzione dei conflitti in una rete ferroviaria. Il sistema di segnalamento del traffico ferroviario si basa su due standard tecnologici differenti: il *blocco fisso* (comunemente adottato), e il *blocco mobile* (attualmente in fase di sperimentazione). Nel segnalamento a blocco fisso ogni linea ferroviaria è suddivisa in una serie di sezioni di blocco separate da segnali. Per motivi di sicurezza un treno che procede a bassa velocità può entrare in una sezione di blocco solo se questa è libera, mentre un treno ad alta velocità può entrare in una sezione di blocco se e solo se non sono presenti altri treni nelle due successive sezioni di blocco. Nel secondo standard di segnalamento del traffico ferroviario la sicurezza del traffico ferroviario si basa sul distanziamento dei treni. In pratica si assume nota la posizione e la velocità di ogni treno circolante nella rete ferroviaria, e le distanze di sicurezza sono imposte da un sistema centralizzato che assegna ad ogni treno una velocità massima tale da rispettare i distanziamenti di sicurezza. Per una corretta gestione del traffico ferroviario si deve tenere conto di altri vincoli, come ad esempio, gli orari di arrivo e di partenza dalle stazioni, tempi di separazione e così via, che sono agevolmente formulabili attraverso il grafo delle alternative. Nella tesi viene proposto un Sistema di Supporto alle Decisioni per il controllo della rete ferroviaria, che permette di modellare reti ferroviarie sia a blocco mobile sia a blocco fisso e permette di generare un orario aderente all'orario teorico anche in presenza di conflitti o di forti ritardi. Il confronto tra soluzioni generate automaticamente dal sistema con le soluzioni ottenute seguendo una comune prassi ferroviaria conferma la validità e l'efficacia del sistema di supporto alle decisioni sviluppato.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] BRUCKER P., *Scheduling algorithms*, Springer, Berlin (1998).
- [2] MASCIS A. e PACCIARELLI D., *Job shop scheduling in with blocking and no-wait constraints*, European Journal of Operational Research, **143** (2002), 498-517.
- [3] MELONI C., PACCIARELLI D. e PRANZO M., *A rollout metaheuristic for the job shop scheduling problems*, Annals of Operations Research (**to appear**) (2004).
- [4] PRANZO M., MELONI C. e PACCIARELLI D., *A new class of greedy heuristics for job shop scheduling problems*, Lecture Notes in Computer Science, **2647** (2003), 223-236.

Dipartimento di Informatica ed Automazione, Università degli Studi Roma Tre  
Via della Vasca Navale, 79 - 00146, Roma, Italy  
e-mail: mpranzo@dia.uniroma3.it

Dottorato di Ricerca in Ricerca Operativa  
(Sede amministrativa: Università di Roma «La Sapienza») - XV Ciclo  
Direttore di ricerca: Prof. D. Pacciarelli, Università di Roma Tre