Bollettino Unione Matematica Italiana

Sezione A – La Matematica nella Società e nella Cultura

Carlo Bernardini

Una piccola vicenda dimenticata: Einstein, Burali Forti e Boggio

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 8, Vol. **8-A**—*La Matematica nella Società e nella Cultura* (2005), n.2, p. 347–355.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_2005_8_8A_2_347_0>

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 2005.

Bollettino U. M. I.
La Matematica nella Società e nella Cultura
Serie VIII, Vol. VIII-A, Agosto 2005, 347-355

Una piccola vicenda dimenticata: Einstein, Burali Forti e Boggio.

CARLO BERNARDINI

1. - Molti anni fa, quand'ero studente, mi dedicai per qualche tempo all'incetta di libri scientifici usati: avevo scoperto che Napoli era una miniera a cielo aperto, con i suoi librai negli scantinati delle strade vicino all'Università. Mio padre fu generoso; e mi aiutò molto un lontano parente, Mario Pascal, il meccanico razionale figlio di Ernesto, famoso analista, che mi dava notizie bibliografiche (spesso per conoscenza diretta) degli autori di quei testi «sacri». Ero ignorante, ma lettore instancabile otreché bibliomane. Tra i tanti, scovai alcuni libri che mi incuriosirono molto (e che oggi si trovano solo nelle biblioteche di vecchi istituti): uno *Spazio e tempo (secondo le vedute di A. Einstein)* di Guido Castelnuovo, pubblicato da Zanichelli nel 1923 – del quale molti anni dopo ebbi l'onore di scrivere una breve prefazione, su richiesta degli Enriques, per la ristampa anastatica (1981) –; un saggio, *Espaces courbes, critique de la relativité*, di Cesare Burali Forti e Tommaso Boggio, pubblicato dall'editore Andrea Viglongo di Torino nel 1924 (forse meglio conosciuto come «STEN» – *Società Tipografico Editrice Nazionale*); inoltre, di Tullio Levi Civita, le *Questioni di meccanica classica e relativista* (Zanichelli, su testi di conferenze tenute in Spagna nel gennaio-febbraio del 1921), nonché le sue lezioni *Fondamenti di meccanica relativistica,* redatte da Enrico Persico, il mio maestro (Zanichelli, 1928); di Roberto Marcolongo, *Relatività*, uscito con Principato (Messina) nel 1921; infine, di Augusto Occhialini (padre dell'indimenticabile Giuseppe-Beppo) *Ragione e spirito della relatività*, uscito con Le Monnier (Firenze) nel 1922 e basato su conferenze promosse nientemeno che dall'Istituto Giuridico (!) della regia Unversità di Sassari. Voglio parlare soprattutto dei primi due di questi

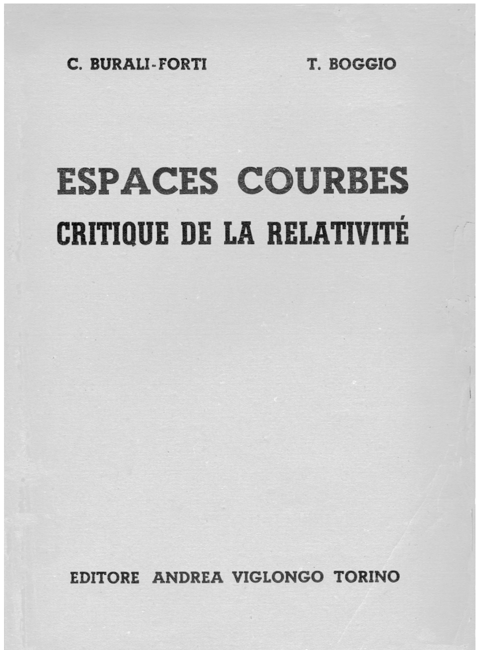

Fig. 1. – Copertina del libro di C. Burali Forti e T. Boggio edito da Viglongo (Società Tipografica Editrice Nazionale) nel 1924.

libri. La curiosità mi veniva da due diversi spunti: il primo (quello relativo a Castelnuovo), è che il suo testo appariva come un saggio di «alta divulgazione», di quelli che gli editori ormai rifiutano da tempo perché l'autore si concede qualche formula. Il secondo, sin dalla «prefazione generale», appariva come un velenoso libello contro le idee di Albert Einstein. Ora, grazie alle pazienti spiegazioni di Mario Pascal, seppi subito che Guido Castelnuovo era un grande della matematica del '900 e che il suo sforzo divulgativo era quanto di meglio si potesse produrre all'epoca (buono anche molto dopo, quando ne uscì l'anastatica); ma anche di Burali Forti e Boggio non si poteva parlar male: al primo resta intestata, nella storia della logica, una importante antinomia (1), al

(1) L'antinomia enunciata nel 1897 da Burali Forti, apprezzata da Bertrand Russell, riguarda la natura del "massimo ordinale"; chi fosse interessato a questo problema della logica potrebbe consultare la *Storia della Logica* di Corrado Mangione e Silvio Bozzi, Garzanti 1993

secondo si può riconoscere di essere stato un meccanico razionale di valore (quando i titolari di cattedre di meccanica razionale avevano ruoli di primo piano nell'accademia italiana). Dunque, i contenuti dei due libri dovevano essere anche sintomi di un contrasto nella comunità scientifica dell'epoca. Mi incuriosii e mi misi a leggere anche le invettive di Boggio e Burali, archiviando la cosa nella mia testa per più di 50 anni. Ed ecco che l'anniversario del 2005, 100 anni di relatività, è un buon pretesto per riesumare quelle opinioni, cercando di capire perché la strada iniziale della relatività è stata così faticosa anche al di là delle semplici violazioni del senso comune, cioè di un realismo identificato con le idee di Newton (come accade ancora adesso con i non addetti ai lavori).

Tra i matematici, la geometria sembra essere il contatto più naturale e storicamente più remoto con il mondo circostante. Lo spazio è intangibilmente intorno a noi, sicché si può averne una rappresentazione mentale astratta, come a loro piace; già il tempo avvicina ai casi della vita, perché scandisce l'evoluzione e i fenomeni: i meccanici razionali si prodigano in nozioni cinematiche complesse per «geometrizzarlo» per quanto possono («geometria del movimento» si chiamerà, più nobilmente, la cinematica di Gian Antonio Maggi ([2])). Il grande Felix Klein porterà la geometria a livelli straordinari ([3]), anche di astrattismo, superando le concezioni intuitive; e gli italiani Gregorio Ricci Curbastro e Tullio Levi Civita costruiranno una geometria differenziale, dapprima accolta con scetticismo, che permetterà risultati senza precedenti in spazi qualsiasi e risulterà indispensabile per la formulazione della relatività generale di Einstein.

La linea di confine su cui matematici e fisici si separano è la «materia». La materia è in qualche modo lontana dal rigore delle strutture simboliche, è «sporca»: lo spazio la contiene, il tempo l'accompagna, ma sono contenitori e marcatori puliti, immateriali, estranei al loro contenuto. Forse, qualunque scienziato dell'800 avrebbe pensato che se pure la materia avesse raggiunto le sue forme più povere e degradate,

([2]) G. A. Maggi, *Geometria del movimento*, Zanichelli, 1913 (tre edizioni, sino al 1927)
([3]) I.M.Yaglom, *F.Klein and S.Lie*,Birkhäuser, 1988

lo spazio e il tempo che la contengono e accompagnano da sempre avrebbero conservato immutate le loro proprietà. Spazio e tempo assoluti. Euclidei, come il loro modello più semplice e intuitivo, buono per ogni punto nel quale ci sia un osservatore. Ed ecco che nel bastione delle certezze confortate dal senso comune, arriva questo ebreo tedesco, Albert Einstein, che pretende che la materia sia «misura di tutte le cose». Una novità straordinaria per Guido Castelnuovo; un orrore per Cesare Burali Forti e Tommaso Boggio. Una cosa talmente esecranda che non la nominano nemmeno, riversando il loro ingegno su una difesa dello splendore della geometria.

Castelnuovo non ha ripugnanza per i corpi materiali. Il suo libro prende le mosse da Galilei, anche per rivendicare a questo eccezionale personaggio, giustamente, il doppio ruolo sia di «padre» della relatività detta speciale, già chiaramente prefigurata nel celebre *discorso della nave* nel *Dialogo sopra i due massimi sistemi del Mondo* ([4]), che quello di padre della relatività detta generale con l'enunciato del «Principio di equivalenza» almeno per il moto dei gravi in prossimità della superficie terrestre (indipendenza dalla massa dell'accelerazione di caduta: esperimento leggendario della Torre di Pisa). Castelnuovo appare entusiasta delle nuove idee con cui Einstein abbraccia tutta la fisica allora conosciuta includendo le condizioni estreme, fino ai confini segnati dalla velocità della luce e dall'immensità del cosmo. Non è certo il ricorso a geometrie non euclidee a metterlo in imbarazzo, anzi: che la fisica ricorra a nozioni che i matematici hanno già pensato solo perché pensabili, lo rassicura sull'importanza della stessa matematica.

La causa scatenante dell'opera di Burali Forti e Boggio sembra essere un articolo di Carlo Somigliana, altro nome illustre della fisica-matematica italiana, pure «intesa in modo classico, [...] indifferente al sorgere e allo svilupparsi [...] delle nuove teorie relativistiche e quantistiche» ([5]). L'articolo, *Sur les fondaments de la Relativité*, era apparso su «Scientia» (la rivista di Federigo Enriques, Eugenio Rignano e Paolo Bonetti che

([4]) *Dialoghi sopra i due Massimi Sistemi del Mondo*, Giornata seconda

([5]) Cf. la biografia scritta da Bruno Barberis in *La Facoltà di Scienze MFN di Torino, 1848-1998*, Tomo II («I Docenti») , a cura di Silvia Roero, Deputazione Subalpina di Storia Patria, Torino 1999.

aveva provocato le ire di Benedetto Croce e Giovanni Gentile per «furto di filosofia»), vol. XXXIV, 1923. Pare dunque che Somigliana fosse convinto (e lo abbia scritto anche in una nota dei Rendiconti Lincei, serie V, vol. XXXI, 1922) che « alla spiegazione relativista di un fenomeno, noi possiamo associarne un'altra, newtoniana, di egual valore [...] le basi della teoria della relatività sono ben poco sicure». Con queste premesse, Burali e Boggio s'appoggiano all'illustre Augusto Murri che, nelle sue *Lezioni di Clinica Medica* del 1906 scriveva: «C'è una quantità di gente la quale gode nel credere l'incredibile, anzi si sente felice solo quando non riesce a capire nulla di quello che crede». Il loro saggio, che da qui prende le mosse, è però scritto con notazioni che oggi appaiono assai «pesanti» e, almeno per i fisici, desuete e oscure (dal punto di vista dell'identificazione delle simmetrie soggiacenti).

La affiliazione con il grande Giuseppe Peano sembra avere un ruolo decisivo: Burali e Boggio, come se il loro obiettivo fossero le definizioni costitutive di un linguaggio formale, sin dalle prime pagine (e ce ne saranno 250!) puntualizzano e sviscerano nozioni di cui difficilmente si intuisce la rilevanza per l'obiettivo proposto: smascherare l'assurdità logica della relatività. Bisognerà studiare intensamente per 212 pagine il «calcolo assoluto delle omografie generali negli spazi a n dimensioni», che serve loro per «eliminare» gli elementi dell'ordinario ([6]) *Calcolo differenziale assoluto* (coordinate, covarianza e controvarianza – di cui «dimostrano la completa inutilità» –, simboli di Riemann e di Christoffel, ecc.) prima di arrivare a un capitolo V, *Critique de la relativité*. La critica è detta deliberatamente (e correttamente) «matematica», essendo già stata data una critica «fisica» nella prefazione (secondo le idee di Somigliana) e non intendendo (Dio ne scampi e liberi) darne una critica «filosofica». Solo le note alleggeriscono talvolta il testo riportando versi di Renato Fucini invero spesso gustosi ([7]).

([6]) Degli innominati (con buona pace del rigore bibliografico!) Gregorio Ricci Curbastro e Tullio Levi-Civita, tanto cari ad Einstein.

([7]) Per esempio, da *La creazione dell'uomo*:

«Io so da buona fonte che il Creatore /dopo aver fatto i vermi e il firmamento /si decise a far l'uomo in un momento/di malumore /ma quando l'ebbe fatto /e, bello vivo, almanaccar lo vide, /disse fra sé ballando come un matto / - Mondo birbone, almeno ora si ride!»

Burali e Boggio non dubitarono nemmeno per un istante che quei versi potessero rivoltarsi in qualche futuro non lontano contro quella che sarebbe apparsa ben presto, pedanteria pura: la loro. Certo, ci si può chiedere se, caduto l'oblio su queste critiche e acquisito ormai il contenuto della relatività speciale e generale, valga la pena di prendersela ancora con Boggio e Burali per il loro scivolone. Penso però di sì, che ne valga la pena, per un motivo che forse non riscuote ancora la dovuta attenzione nella storia delle matematiche. Tutti conoscono la vicenda dei quaternioni di Hamilton: è una vicenda che si può riassumere come uno «scontro di notazioni» tra i quaternioni (soccombenti) di Hamilton e dei suoi pochi seguaci e il calcolo vettoriale, ormai largamente diffuso e vincente, con uso di matrici rappresentanti comodamente oggetti non commutativi. Qualcosa di analogo era successo in Italia: Tullio Levi Civita e Gregorio Ricci Curbastro non erano, evidentemente, molto amati da alcuni loro colleghi, come Boggio e Burali, che avevano puntato molto su un calcolo vettoriale (detto già allora «calcolo vettoriale italiano» o «all'italiana») che usava notazioni ibride, assai meno efficaci di quelle del calcolo tensoriale. Ciò che Boggio e Burali avevano affermato in più, strafacendo e tirando in ballo Einstein, era che il loro calcolo aveva un carattere di verità più solido di quello degli avversari, eliminando gli elementi convenzionali della geometria e utilizzando esclusivamente concetti assoluti, indipendenti da esplicite coordinate. Ecco, a me sembra di estremo interesse occuparsi della storia dello sviluppo delle notazioni: la scoperta di notazioni di elevata «intelligibilità a vista» va annoverata tra le grandi conquiste della matematica. L'esempio delle equazioni di Maxwell che, con notazioni tensoriali come quelle usate da Minkowski, mostrano banalmente le simmetrie della loro struttura profonda, è, a questo proposito, eclatante.

2. – Certo, Boggio e Burali non erano soli: tra i fisici, vi furono avversatori di rango, come Michele La Rosa e Quirino Majorana (lo zio del più famoso Ettore) e altri meno di spicco. Come si è detto con buoni motivi, alcuni di questi fisici produssero, con i loro esperimenti intesi a confutare la relatività, tra le più accurate prove sperimentali di essa. Ma qui vorrei piuttosto parlare ancora dei matematici piuttosto che dei fisici italiani, ricordando soprattutto Roberto Marcolongo, Attilio Palatini e Carlo Cattaneo. Un caso di eccezionale onestà intellettuale è indubbiamente quello di Roberto Marcolongo: pur essendo uno degli autori, con Burali Forti, del «calcolo vettoriale all'italiana», nel suo trattato *Relatività* del 1921 già citato rende pieno merito al calcolo differenziale assoluto anche se si sforza di rappresentare alcuni risultati mediante le predilette omografie. Così pure, chiama le celebri trasformazioni di coordinate di «Lorentz» e non di «Voigt-Lorentz» come aveva suggerito Somigliana al puro scopo di insinuare che, senza usare concetti relativistici innovativi, analoghe trasformazioni erano state introdotte in ambito strettamente classico dal tedesco Woldemar Voigt basandosi su certe proprietà elastiche di un «etere luminifero». Insomma, Marcolongo è un eccellente esempio, forse non abbastanza riconosciuto, di fisico-matematico di grande qualità ([8,9])

Restando agli stretti interessi per la relatività, specie quella detta Generale, Attilio Palatini, professore a Pavia, è uno dei pochi fisici matematici italiani che figuri ancora, come autore di risultati fortemente innovativi, nei trattati internazionali ([10]): fu infatti l'autore (nel 1919) della formulazione hamiltoniana variazionale delle equazioni di Einstein. Anche Carlo Cattaneo, professore a Roma, ha contribuito in tempi più recenti (1960-1970) con importanti lavori sull'idrodinamica in relatività generale. Infine, non si può passare sotto silenzio Tullio Regge (fisico teorico, a Torino) che nel 1961 uscì con un lavoro rimasto poi tra i classici della relatività generale ([11]).

3. – Ovviamente, le due figure centrali nel rapporto tra la matematica italiana e la relatività generale di Einstein sono Gregorio Ricci Curbastro e Tullio Levi-Civita: come abbiamo visto, essi sono anche il principale bersaglio iniziale dei colleghi . Lascio da parte le

([8]) Tra i suoi allievi, Mario Pascal e Antonio Carrelli, a Napoli.

([9]) La figura di Marcolongo è ben contestualizzata in *La matematica italiana dopo l'Unità (Gli anni tra le due guerre mondiali)* a cura di S.DiSieno, A.Guerraggio, P.Nastasi; Marcos y Marcos, 1998

([10]) C.W. Misner, K.S.Thorne, J.A. Wheeler, *Gravitation*, Freeman, 1973

([11]) *General Relativity without coordinates*, Nuovo Cimento, **19**, 558, (1961) obiezioni incompetenti, che pure abbondavano, in Italia, sulla relatività. Mi riferisco semmai alla diffidenza reticente di Federigo Enriques o alla esitante accettazione di Guido Fubini. Lo stesso Levi-Civita non deve considerarsi un difensore delle idee di Einstein se non dopo un lungo travaglio intellettuale: certo, egli stesso ebbe il vantaggio della trasparenza di quel calcolo differenziale assoluto che con Ricci avevano rigorosamente costruito. Ricci scomparve a 72 anni già nel 1925; Levi-Civita ebbe modo di stringere rapporti molto stretti con la comunità dei fisici tra i quali (particolarmente Persico) trovò sostenitori convinti delle nuove idee che a lui tributavano il dovuto riconoscimento per avere fornito ad Einstein lo strumento indispensabile a formalizzare la concezione generale. Purtroppo, nel 1938 Levi-Civita viene allontanato dall'Università per le leggi razziali e non sopravviverà a lungo a questo sopruso: morirà nel 1941, a 68 anni. Ma sulle vicende dei creatori del calcolo differenziale assoluto e dei loro rapporti con Einstein molto è stato già scritto e non mi sembra il caso di dilungarmi oltre; rimando perciò ai volumi citati alle note (9, 10) per ulteriori notizie storiche. Ma è anche il caso di segnalare il grosso saggio di Abraham Pais, *Sottile è il Signore*, pubblicato da Boringhieri nel 1986.

APPENDICE

Omografie vettoriali

Molti, forse, non hanno più dimestichezza con le nozioni e le notazioni corrispondenti alle omografie e iperomografie care a Burali Forti, Boggio e, in qualche misura, Marcolongo. Riassumo qui brevemente alcune informazioni utili a chi volesse affrontare la lettura di «libri d'epoca». Il testo più esemplarmente chiaro tra quelli disponibili è indubbiamente quello di Bruno Finzi e Maria Pastori, *Calcolo tensoriale e applicazioni*, pubblicato da Zanichelli nel 1949: il cap. III, «Omografie Vettoriali», è un riassunto esaustivo dei concetti di base.

In un qualsiasi spazio vettoriale lineare, una omografia è un operatore τ che trasforma un vettore in un altro. Essa è dunque riconducibile a una matrice o un tensore, di rango 2, sempre banalmente decomponibile in una parte simmetrica e in una antisimmetrica:

$$A_{ik} = (A_{ik} + A_{ki})/2 + (A_{ik} - A_{ki})/2 \equiv S_{ik} + E_{ik}$$

Nel caso di spazi vettoriali tridimensionali, è comoda la trascrizione di questo operatore nella forma seguente:

$$\tau = \sigma + \varphi \wedge$$

dove σ coincide con la parte simmetrica ed è detta la *dilatazione* di τ e φ è detto il *vettore* della parte assiale dell'omografia, essendo $\varphi^1 = E_{32} = -E_{23}$, ecc.; in generale, si segue la convenzione italiana del prodotto vettoriale corrispondente al tensore di Ricci: $E_{ik} = \varepsilon_{kij}\,\varphi^j$. Nozioni importanti sono quelle degli invarianti: lineari, quadratici e cubici. Si tratta delle attuali proprietà di invarianza sotto trasformazioni unitarie corrispondenti alla traccia di A, di A^2 e di A^3 nonché del determinante di A. Le iperomografie, poi, corrispondono poi semplicemente a tensori di rango 3 (ma anche, generalizzando, da 3 in su). Pertanto, una iperomografia di rango 3 trasformerà un vettore in una omografia, eccetera. Vi è poi tutto l'apparato relativo alla diagonalizzazione delle matrici che corrisponde automaticamente alla costruzione di forme quadratiche canoniche, con identificazione degli «assi». Insisto sul fatto che, oggi, le notazioni hanno acquisito una migliore trasparenza, come si riscontra facilmente soprattutto nei testi di Metodi Matematici per Fisici ([12]).

Carlo Bernardini, Dipartimento di Fisica,
Università di Roma, la Sapienza
e-mail: carlo.bernardini@roma1.infn.it

([12]) C. Bernardini, O. Ragnisco, P. M. Santini, *Metodi Matematici della Fisica*, Carocci 1993.