

---

# BOLLETTINO

## UNIONE MATEMATICA ITALIANA

*Sezione A – La Matematica nella Società e nella Cultura*

---

PAOLA GARIO

### **Quali corsi per la formazione del docente di matematica? L'opera di Klein e la sua influenza in Italia**

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 8, Vol. 9-A—La  
Matematica nella Società e nella Cultura (2006), n.1, p. 131–141.*

Unione Matematica Italiana

[<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI\\_2006\\_8\\_9A\\_1\\_131\\_0>](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_2006_8_9A_1_131_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)  
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>



## Quali corsi per la formazione del docente di matematica? L'opera di Klein e la sua influenza in Italia.

PAOLA GARIO

*È senza dubbio vero che l'Università deve soprattutto introdurre lo studente all'ideale scientifico e, per tale motivo, gli studenti devono spingere i loro studi matematici ben al di là dei campi elementari che potranno insegnare più tardi. Ma quell'ideale non deve essere scelto talmente distante e talmente lontano dalle loro necessità immediate, da far diventare difficile o anche impossibile coglierne la portata sul futuro lavoro, nella vita pratica. In altri termini, l'ideale dovrebbe essere tale da ispirare al futuro professore entusiasmo per la sua carriera e non disprezzo per un lavoro che altrimenti considererà terra a terra e indegno.*

(Felix Klein 1893, 153).

### I. – Klein e il problema della formazione degli insegnanti.

In occasione dell'*Esposizione universale* di Chicago per il quarto centenario della scoperta dell'America e del *Congresso internazionale di matematica* dell'estate 1893 ad essa collegato, Felix Klein (1849-1925) si recò negli Stati Uniti in veste di Commissario del Ministero prussiano dell'Educazione. Nelle due settimane che seguirono il congresso, Klein tenne un ciclo di conferenze, particolarmente interessanti per la comprensione del suo pensiero sulla matematica e sulla sua didattica, la cui lettura è ancor oggi di sicura attualità. Il contatto con un modello di università, per molti aspetti diverso da quello europeo, ebbe riflessi importanti sui suoi progetti di riforma dell'insegnamento matematico-scientifico. «Ritornai in patria arricchito da numerosi stimoli», ricorda Klein (1923, 169) in un breve scritto di carattere autobiografico apparso in un giornale universitario di Gottinga molti decenni più tardi. Ad esempio, l'indagine «sullo studio della matematica da parte delle donne», fatta in quell'occasione su incarico del Ministero, portò nel 1895 al «primo

dottorato regolare di una donna in Prussia». Klein rimase inoltre impressionato dall'organizzazione concreta degli studi di ingegneria nelle varie università americane. Dal viaggio negli Stati Uniti egli trasse anche la convinzione che l'università si dovesse occupare della matematica delle Scuole preparatorie molto più di quanto non fosse solita fare, e fu particolarmente colpito dalla disponibilità dei privati, che «ovunque mostrano molto interesse per il mantenimento e lo sviluppo delle università americane».

L'ultima delle sue *Conferenze americane* aveva per argomento l'organizzazione degli studi di matematica a Gottinga. Nel pubblico vi erano studenti interessati alla ricerca, che potevano avere l'intenzione di trascorrere un periodo di studio nella città tedesca, divenuta ormai uno dei centri mondiali della matematica. Klein intendeva tuttavia trattare «tutti gli aspetti che potevano interessare gli studenti» e mise al centro del suo intervento il problema della formazione dei futuri insegnanti. Era sua opinione che in Germania «l'istruzione teorica astratta che viene loro fornita si sia spinta troppo avanti» e che occorreva pertanto trovare un difficile equilibrio tra l'ideale scientifico di una formazione culturale superiore e le necessità della vita pratica.

Le riflessioni di Klein su questi temi matureranno presto in un programma in cui i contenuti elementari della disciplina vengono indagati da un punto di vista superiore, e più tardi nella proposta, accolta in particolare nel nostro paese, di istituire corsi universitari che anche nel titolo ne richiama le finalità.

### I.1. *Klein e le matematiche elementari.*

I problemi dell'insegnamento figurano tra gli interessi di Klein sin dall'inizio della sua straordinaria carriera scientifica e costituiscono parte integrante della sua concezione della matematica. Così, se nel *Programm*, la relazione che Klein presenta quando nel 1872 a soli 23 anni viene chiamato a ricoprire la cattedra di geometria a Erlangen, unifica attraverso la concezione gruppale i vari rami della geometria, nell'*Erlanger Antrittsrede*, il discorso inaugurale per il suo insediamento all'università, Klein espone invece il suo pensiero in campo didattico.

Negli studi specialistici, non bisogna dimenticare l'unità di tutte le scienze e l'ideale di un'educazione globale. Educazione umanistica e matematico-scientifica sono legate tra loro e non devono porsi in contrapposizione. D'altro canto, oltre che alla Matematica pura bisogna dedicarsi a quella applicata per garantire i rapporti con le discipline affini come la Fisica e la tecnica. Inoltre nella Matematica, assieme alle capacità logiche, bisogna sviluppare – come fattore ugualmente importante – l'intuizione e soprattutto la fantasia matematica e la creatività che con essa cresce. Infine l'Università deve curare l'insegnamento nelle scuole propedeutiche e quindi dare una particolare importanza alla formazione degli aspiranti insegnanti. (Klein 1923, 163)

L'ideale della visione unitaria della matematica, che ispira il programma per la matematica pura, si traduce nell'*Erlanger Antritttsrede* (cfr. Rowe 1985), nell'ideale di un'educazione globale, contro la separazione tra educazione umanistica ed educazione scientifica, che Klein ritiene la causa principale della scarsa diffusione della cultura matematica. Lo scritto è una riflessione sugli scopi dell'istruzione matematica e su come debba essere impartita nell'università. Klein vi esamina inoltre il rapporto della matematica con le applicazioni e, a questo proposito, ritiene esemplare ciò che si è attuato nei confronti della fisica, dando origine alla Fisica matematica, disciplina che dal punto di vista del matematico, a suo avviso non è molto diversa dalla geometria.

Si tratta di riflessioni di carattere piuttosto generale, che solo in parte possono far presagire gli sviluppi del suo pensiero, sia nei riguardi della matematica applicata sia della didattica della matematica. Klein si esprime in termini sostanzialmente conformi al sentire comune, tanto da affermare, in modo un po' sbrigativo, che se si educano meglio gli insegnanti la matematica progredirà da sé, senza entrare in un'analisi specifica dei contenuti sui quali deve avvenire la formazione del futuro insegnante. Decisivo è il periodo successivo, che Klein trascorre a Monaco (1876-1880) alla *Technische Hochschule*.

Accettando la chiamata, avevo in mente l'ideale di Politecnico come si era già realizzato a Parigi e Zurigo e verso cui si tendeva a Monaco: la preparazione tecnica doveva procedere di pari passo con quella teorico-scienti-

fica, in modo da rendere possibile una formazione completa. A Monaco, il lato teorico – scientifico di questo obiettivo veniva realizzato tenendo conto fin dall'inizio che, nella *Technische Hochschule*, bisognava formare – oltre che ingegneri – anche aspiranti docenti delle discipline esatte. La realizzazione dei miei piani fu resa meno difficile dal fatto che, contemporaneamente a me, era stato chiamato pure Brill (da Darmstadt). [...] L'organizzazione della didattica, elaborata insieme a Brill, prevedeva che ciascuno di noi tenesse lezioni elementari per i tecnici e molte lezioni speciali per gli studenti interessati alla ricerca, nelle quali trattavamo e svilupparamo i nostri studi. Corsi di lezioni regolari si tenevano invece in misura modesta, sia perché ciò avrebbe richiesto parecchio del nostro tempo, sia perché gli aspiranti insegnanti avevano la possibilità di seguire i corsi della locale Università. (Klein 1923, 164)

L'evoluzione delle idee di Klein trova testimonianza nel discorso inaugurale sui *Rapporti della nuova matematica con le applicazioni*, che tiene a Lipsia nel 1880 in occasione del suo ritorno all'insegnamento universitario. Cinquant'anni più tardi Klein (1923, 165) ricorderà che «il consenso su questi tentativi di rinnovamento non fu per nulla unanime». Affrontando i problemi dell'insegnamento alla *Technische Hochschule* di Monaco, e nella sua sezione speciale, destinata alla preparazione dei docenti, Klein aveva maturato la convinzione che l'università dovesse «dare una particolare importanza alla formazione degli aspiranti insegnanti» e che per tale scopo occorressero

lezioni a livello elementare ripetute regolarmente e, accanto ad esse, lezioni speciali per piccoli gruppi di studenti interessati alla ricerca, entrambe integrate con esercitazioni e seminari; corsi di Geometria descrittiva con enfasi sull'abilità nel disegno; creazione di una sala lettura con annessa biblioteca aperta che consenta agli studenti lo studio della letteratura appropriata, mentre ricche collezioni di modelli dovrebbero favorire lo sviluppo dell'intuizione matematica. (Klein 1923, 163)

A Lipsia, dove Klein insegna sino al 1886, le sue idee per una didattica più concreta si traducono in pratica con la creazione di una sala didattica con attigua biblioteca specialistica e collezione di modelli. Le sale di lettura, veri e propri laboratori didattici, sono il luogo e il mezzo per realizzare gli obiettivi che si propone l'insegna-

mento della matematica. Oltre alle capacità logiche esso deve «sviluppare – come fattore ugualmente importante – l'intuizione e soprattutto la fantasia matematica e la creatività che con essa cresce». L'importanza che Klein attribuisce alle sale di lettura, in cui gli studenti hanno libero accesso ai testi (*Präsenz-Bibliothek*), è tale da fargli addirittura porre come condizione per la sua chiamata nel 1886 a Gottinga, «la creazione di una sala di lettura matematica» dove avrebbe trovato posto anche «la cospicua collezione di modelli già costituita sotto la direzione di H. A. Schwarz» (Klein 1923, 166).

Nel gennaio del 1893, alla vigilia del suo viaggio negli Stati Uniti, in una breve relazione sullo *Sviluppo delle Matematiche nelle Università tedesche* Klein scrive:

Lo sforzo principale si è posto lo scopo di diminuire la difficoltà degli studi matematici, mediante il perfezionamento dei *seminari*. Non solo si sono fondate delle biblioteche speciali per i seminari, ma si sono anche messe delle sale di studio a disposizione degli studenti che desiderino accedere a quelle biblioteche. Si sono pure formate delle collezioni di modelli e sono stati attivati dei corsi di disegno, sempre allo scopo di ridurre l'ostilità verso l'eccessivo carattere astratto dell'insegnamento universitario. (Klein 1893, 56)

Sin qui l'impegno di Klein sembra essersi rivolto soprattutto alle *forme* dell'insegnamento della matematica nei corsi universitari, compresi i corsi di *matematica superiore*. L'estate successiva alla sua partecipazione al congresso di Chicago, Klein tiene a Gottinga un corso di due ore settimanali per gli insegnanti. Egli non condivide l'opinione che «le esatte determinazioni di concetti ed i rigorosi metodi di dimostrazione, svolti dalla moderna matematica» siano troppo «astrusi ed eccessivamente astratti per la cerchia degli insegnanti secondari» e in quelle lezioni egli presenta «quanto la scienza moderna è in grado di dire sulla possibilità delle costruzioni della geometria elementare». L'interesse suscitato nell'uditorio è tale da convincere Klein a dare alle stampe le sue lezioni nelle *Conferenze sopra alcune questioni di geometria elementare* (Klein 1895), che tanta influenza avranno sulla nascita di corsi specifici per la formazione degli insegnanti di matematica. Scrive Klein nell'introduzione:

Questo Corso di lezioni – deve la propria origine al desiderio di porre in armonia lo studio della Matematica nelle Università con gli interessi della Scuola secondaria superiore, più di quanto prima si usasse. Ciò non ostante non è un corso da principianti, perché tratta i proprii temi non scolasticamente, ma *da un punto di vista più elevato*.

Le conoscenze presupposte sono solo qualche nozione di analisi, «come ad esempio lo sviluppo in serie della funzione esponenziale». Secondo Klein, la richiesta di armonia e di equilibrio tra l'esigenza di una formazione culturale superiore e le finalità pratiche di tale formazione, ha finalmente trovato risposta adeguata: le sue lezioni gettano un ponte tra le matematiche superiori e le matematiche elementari.

Il tema del corso è la possibilità (o l'impossibilità) delle costruzioni con riga e compasso. I problemi proposti sono quelli classici della duplicazione del cubo, della trisezione dell'angolo e della quadratura del cerchio. La trascendenza di  $\pi$  era stata dimostrata da Lindemann non molti anni prima, e la risposta ai primi due problemi era stata trovata nella teoria di Galois. Grazie al lavoro di vari autori, i fondamenti teorici di risultati allora recentissimi, erano stati semplificati. La scommessa di Klein fu di riuscire a proporre questi argomenti a uditori non particolarmente motivati allo studio della matematica superiore. Nelle sue lezioni Klein affrontava anche il problema della costruibilità dei poligoni regolari con riga e compasso, che Gauss aveva riportato nell'ambito della teoria dei numeri dandone una risposta teorica, presentando la costruzione del poligono regolare di 17 lati. Lo scritto di Klein che trattava da un punto di vista superiore argomenti propri delle matematiche elementari, ebbe l'anno successivo un'edizione italiana (Klein 1896), con prefazione di Gino Loria (1862-1954), e un'edizione francese. Con la traduzione inglese nel 1897, l'opera di Klein divenne internazionalmente nota.

## I.2. *Klein e le applicazioni della matematica.*

Il problema dei rapporti tra la matematica «pura» e le applicazioni, posto nel discorso inaugurale a Lipsia, venne ripreso da Klein nella conferenza americana *Sul carattere matematico dell'intuizione dello spazio e sui rapporti delle matematiche pure con le scienze*

*applicata*. «Non sarebbe possibile – si chiedeva Klein – creare un sistema ridotto di Matematiche, adatto ai bisogni delle scienze applicate, senza dover percorrere tutto il dominio delle Matematiche astratte?» Ciò che Klein andava dicendo non doveva essere «in alcun modo interpretato come desiderio di ridurre gli studi delle matematiche pure e astratte».

Queste osservazioni nascono dal timore di un pericolo che non fa che aumentare, minacciando il sistema dell'insegnamento in Germania: il pericolo di una cesura tra la Matematica astratta e le sue applicazioni scientifiche e tecniche. Una tale cesura sarebbe deplorabile, in quanto porterebbe inevitabilmente alla conseguenza di fondare le applicazioni su una base incerta e di isolare gli scienziati che si occupano di Matematica pura. (Klein 1893, 104)

Tale timore era motivato dalla convinzione che «l'idea principale dei fondatori dell'École Polytechnique, cioè la necessità degli stretti rapporti tra l'insegnamento tecnico con lo studio delle Matematiche superiori, non si è mai radicata nelle Università tedesche» (Klein 1893, 50). A titolo di esempio Klein richiamava l'attenzione sul problema dell'insegnamento universitario del calcolo differenziale in Europa, che tendeva sempre più verso la direzione di «introdurre fin dall'inizio tutte le raffinatezze e tutti i punti delicati della Matematica astratta moderna». Mettere un'opera come il «*Cours d'Analyse* di Jordan tra le mani di un esordiente – affermava Klein (1893, 103-104) – avrà necessariamente per effetto che, agli inizi, la maggior parte dell'argomento resterà inintelligibile allo studente e che, più avanti, quest'ultimo non avrà ancora acquisito il potere di fare uso dei principi nei casi semplici che si presentano nelle scienze applicate».

A un secolo di distanza, il modello di istruzione dell'École Polytechnique, andava adeguato alla formazione dei numerosi tecnici di cui le nuove realtà industriali avevano sempre più bisogno, e per i quali occorre forme di insegnamento più concrete. Per questo, continuava Klein, è «assolutamente necessario che all'inizio si sia meno astratti; si deve anche fare costantemente ricorso alle applicazioni e accennare gradualmente alle raffinatezze man mano che lo studente diventi capace di comprenderle».

Di ritorno dagli Stati Uniti, Klein si dedicò con «rinnovato entusiasmo», come racconterà più tardi nella sua autobiografia del 1923, al progetto di organizzare un «legame organico tra la ricerca universitaria e la tecnica che si sviluppava intorno». Sull'esempio del modello americano si attivò per cercare finanziamenti dal mondo industriale e più in generale dal mondo economico, cosa che non gli risparmiò diffidenze e critiche sia da parte dei colleghi universitari che da parte degli ingegneri. I primi temevano la contaminazione della ricerca pura, mentre gli ingegneri vedevano nella scelta di una didattica più concreta un declassamento delle *Technische Hochschulen*, perché ne avrebbe sancito un livello di istruzione inferiore rispetto a quello più elevato delle università. «Mi si accusò di americanismo», ricorderà Klein nel 1923, che tuttavia non rinunciò a perseguire le sue idee attuando tenacemente diverse iniziative come quella – particolarmente significativa dal nostro punto di vista – di inserire nel 1898 «la Matematica applicata nel nuovo piano di studi per aspiranti insegnanti». Riflettendo sul proprio impegno nell'ambito dei progetti di riforma dei sistemi scolastici e sulle idee a cui si era ispirato, Klein riconosceva alla matematica applicata un ruolo importante nell'insegnamento secondario: la matematica applicata è il mezzo attraverso il quale il pensiero matematico astratto si concretizza e diventa più accessibile agli allievi.

## II. – L'influenza di Klein in Italia.

Nel corso dell'ultimo decennio dell'Ottocento, le idee di Klein sulla didattica della matematica divennero internazionalmente note e apprezzate, e i suoi scritti trovarono in Italia lettori pronti a condividerne lo spirito, a diffonderli e a svilupparli. Tra questi, particolarmente attenti furono alcuni dei più importanti esponenti della scuola italiana di geometria algebrica, primo tra tutti Corrado Segre (1863-1924) i cui lavori giovanili si ispirano alle vedute di Klein in ambito geometrico. Nel 1883, appena laureato, Segre si era rivolto al matematico tedesco, allora direttore dei *Mathematische Annalen*, per pubblicare un articolo scritto insieme a Loria. Fu quella l'occasione per l'avvio di un intenso rapporto epistolare destinato a durare nel tempo.

L'une des causes principales pour lesquelles la lecture de vos travaux a toujours un grand attrait pour moi et laisse toujours sa trace dans mon esprit est justement en ce qu'elle me force toujours à penser en me donnant des idées nouvelles et larges, qui regardent toujours le fond des théories dont il s'agit. Par exemple, je n'oublierai jamais l'effet qu'on produit sur moi, la première fois que les ai lus, vos travaux des premiers tomes des *Mathematische Annalen* et le programme de 1872, et puis votre petit livre sur la théorie des fonctions algébriques suivant Riemann! <sup>(1)</sup>

Profondo conoscitore dell'opera di Klein, fu Segre a proporre al suo giovane allievo Gino Fano (1871-1952) la traduzione italiana del *Programma di Erlangen*. A seguito di quella traduzione (Klein 1890), il *Programma* fino ad allora sconosciuto ai più, ebbe in Germania una nuova edizione e traduzioni nelle varie lingue che lo resero celebre in tutto il mondo.

Dopo la laurea Fano trascorse un periodo di perfezionamento a Gottinga e, di ritorno dalla Germania, ne descrisse in dettaglio l'organizzazione degli studi (Fano 1894). Rispetto alle università italiane Gottinga offriva uno spettro di corsi molto più ampio consentendo agli studenti scelte di percorsi alternativi. Oltre ai corsi di carattere propedeutico (*Anfangsvorlesungen*), che si tenevano annualmente e ai corsi istituzionali più avanzati di carattere generale (*allgemeine Vorlesungen*), vi erano corsi (*Specialvorlesungen*) su argomenti di ricerca allora attuale e corsi compresi sotto il nome di *Encyclopaedie der Elementarmathematik*, i quali avevano «lo scopo di gettare luce da un punto di vista alquanto più elevato su questioni di matematica elementare». L'Esame di Stato costituiva il primo passo verso l'idoneità all'insegnamento nelle scuole secondarie, «un primo passo, perché, superato anche l'esame, occorre pur sempre un anno di tirocinio» che consentiva agli aspiranti insegnanti l'iscrizione alle graduatorie. Distinto dall'Esame di Stato era l'Esame di Laurea, che attraverso una dissertazione scritta e un esame orale conferiva il titolo onorifico di *Doctor*, e il cui conseguimento era molto impegnativo, soprattutto rispetto a quanto era richiesto nelle nostre università. In effetti, scrive Fano, «non vi è

<sup>(1)</sup> Il brano qui citato è tratto dalla lettera di Segre a Klein dell'1.9.1884. Le lettere di Segre a Klein sono conservate a Gottinga. Le minute sono conservate dai discendenti del geometra torinese.

nessun paese del mondo ove una Laurea (e specialmente una Laurea in Matematica) si acquisti così a buon mercato come in Italia» e inoltre molto ci sarebbe stato da «imparare per quanto si riferisce ai rapporti fra Istituti secondari e Superiori».

In seguito ad una disposizione del governo Prussiano ogni anno nelle vacanze Pasquali gli insegnanti di Scuole secondarie sono invitati a riunirsi, quelli delle province orientali a Berlino, quelli delle province occidentali a Gottinga; e li rimangono circa quindici giorni, a contatto degli insegnanti universitari. Conferenze e lezioni permettono da un lato ai numerosi convenuti di tenersi al corrente dei tanti e tanti progressi che la scienza va continuamente facendo, mentre d'altra parte anche gli insegnanti di Università hanno modo di rendersi conto dei bisogni e dei desideri dei primi» (Fano 1894, 181-182).

E a questo proposito Fano dava notizia del corso tenuto da Klein (1895) nell'estate precedente su argomenti di geometria elementare. In Italia invece, le università «vivono e anche prosperano senza quasi curarsi degli Istituti d'istruzione secondaria», quando invece un buon accordo fra le une e le altre sarebbe «nonché utile, quasi indispensabile», giacché l'università riceve gli allievi di quei docenti che a suo tempo aveva formato.

Delle proprie letture Segre era solito far parte le persone a lui più legate, quali Guido Castelnuovo (1865-1952) e Federigo Enriques (1872-1946) che avranno un ruolo importante nella diffusione delle idee in campo didattico del matematico tedesco. Molti anni più tardi, in un intervento alla *Mathesis* su come «mantenere in contatto i professori delle scuole medie coll'insegnamento universitario» ovvero come risolvere il problema della formazione continua, Castelnuovo (1909) suggerirà l'esperienza di Gottinga come modello da imitare: «in alcune Università della Germania, per impulso specialmente del Klein, si tengono, durante le vacanze primaverili, dei corsi di poche lezioni, dedicati ai professori delle scuole medie» e allora – concludeva Castelnuovo – «perché non si potrebbero istituire dei corsi analoghi anche nelle nostre Università?»

Di fatto, la questione posta da Castelnuovo finì per intrecciarsi

con il dibattito sul problema più generale della formazione dei futuri docenti di matematica <sup>(2)</sup>.

<sup>(2)</sup> Cfr. P. Gario, *Quali corsi per la formazione del docente di matematica? I congressi dei professori di matematica*, di prossima pubblicazione su questo Bollettino.

#### RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- (Castelnuovo 1909) CASTELNUOVO G., *Sui lavori della Commissione internazionale pel Congresso di Cambridge*, Atti del II° congresso della «*Mathesis*», Padova 1909, All. F, 1-4.
- (Fano 1894) FANO G., *Sull'insegnamento della Matematica nelle Università tedesche e in particolare nell'Università di Gottinga*, Rivista di Matematica, 4 (1894), 170-187.
- (Klein 1890) KLEIN F., *Considerazioni comparative intorno a ricerche geometriche recenti*, Annali di matematica pura ed applicata, 17 (1890), 307-343.
- (Klein 1893) KLEIN F., *Le «Conferenze americane» di Felix Klein*, a cura di P. Nastasi, PRISTEM Storia, Springer, Milano 2000.
- (Klein 1895) KLEIN F., *Vorträge über ausgewählte Fragen der Elementargeometrie, ausgearbeitet von Täger*, Teubner, Leipzig 1895.
- (Klein 1896) KLEIN F., *Conferenze sopra alcune questioni di geometria elementare, redatte da F Täger*, trad. it. di F. Giudice, Rosenberg & Sellier, Torino 1896.
- (Klein 1923) KLEIN F., *La mia vita*, (1923), in, *Le «Conferenze americane» di Felix Klein*, a cura di P. Nastasi, PRISTEM Storia, Springer, Milano 2000.
- (Klein 1924-28) KLEIN F., *Elementarmathematik von höheren Standpunkt aus*, 3 voll., Springer, Berlin 1924-1928.
- (Klein 1928) KLEIN F., *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert*, Springer, Berlin 1928 (trad. inglese *Developments of Mathematics in the 19<sup>th</sup> Century*, Math. Sci. Press, Brookline Massachusetts 1979).
- (Rowe 1985) ROWE D. E., *Felix Klein's «Erlangen Antrittsrede». A transcription with English Translation and Commentary*, Historia Mathematica, 12 (1985), 123-141.
- (Schubring 1989) SCHUBRING G., *Pure and Applied Mathematics in Divergent Institutional Settings in Germany: the Role and Impact of Felix Klein*, in, *The History of Modern Mathematics*, vol. II, Academic Press, Boston 1989, 171-220.

Paola Gario, Dipartimento di Matematica «F. Enriques»  
 Università degli Studi di Milano,  
 e.mail: paola.gario@unimi.it