
BOLLETTINO

UNIONE MATEMATICA ITALIANA

Sezione A – La Matematica nella Società e nella Cultura

DANIELA GIORGI

Analisi e riconoscimento di forme tramite teoria della taglia

Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 8, Vol. 10-A—La Matematica nella Società e nella Cultura (2007), n.2, p. 247–250.

Unione Matematica Italiana

http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_2007_8_10A_2_247_0

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Analisi e riconoscimento di forme tramite teoria della taglia

DANIELA GIORGI

Questa tesi di dottorato si colloca nell'ambito della topologia computazionale, un'area di ricerca multidisciplinare in cui convergono metodologie di matematica avanzata e tecniche computazionali, allo scopo di formalizzare e risolvere in ambito discreto problemi legati alla modellazione e all'analisi di forma.

Il lavoro di ricerca si snoda attorno al problema dell'analisi e del confronto di forme digitali multidimensionali. Lo scopo è quello di studiare, progettare, sviluppare ed implementare metodi per rappresentare l'informazione contenuta in forme digitali bi- e tri-dimensionali, in modo tale da consentirne il confronto per similarità e la ricerca in database in base al contenuto. Disporre di strumenti efficaci per estrarre automaticamente il contenuto geometrico e semantico delle forme digitali permetterebbe di esplorare gli archivi digitali e il Web utilizzando nuovi motori di ricerca, basati non più soltanto sul testo, ma sulla forma e, possibilmente, sul contenuto semantico.

In questo contesto, la topologia, ossia lo studio delle proprietà morfologiche invarianti per deformazioni continue, fornisce strumenti potenti per l'analisi, il confronto e la classificazione di forma. Strumenti classici come la teoria di Morse, l'omotopia e l'omologia possono essere riletti in chiave computazionale, ed essere utili per la formalizzazione di problemi legati al concetto di forma, la loro soluzione al calcolatore e l'applicazione in contesti pratici. Esempi popolari di strumenti di topologia computazionale sono i contour trees, i grafi di Reeb [1], i complessi di Morse e Morse-Smale, e i metodi in teoria della taglia e in omologia persistente.

Lo strumento fondamentale alla base di questa tesi è costituito dalle *funzioni di taglia*, introdotte da P. Frosini agli inizi degli anni Novanta, proponendo un approccio al confronto di forma dal sapore geometrico-topologico. L'idea fondamentale è quella di descrivere le caratteristiche di un oggetto attraverso una funzione misurante reale definita sull'oggetto stesso, e codificarle successivamente tramite la definizione di un opportuno spazio quoziente [5]. Il ruolo della funzione reale è quello di una lente attraverso la quale guardare le proprietà di una forma, e funzioni differenti forniscono prospettive differenti.

Più formalmente, l'oggetto di interesse è rappresentato tramite una *coppia di taglia* (\mathcal{M}, φ) , dove \mathcal{M} è uno spazio di Hausdorff compatto e localmente connesso, e $\varphi : \mathcal{M} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione continua, detta *funzione misurante*. La funzione di taglia associata alla coppia (\mathcal{M}, φ) cattura i cambiamenti topologici che occorrono nei sottolivelli $\mathcal{M}\langle \varphi \leq x \rangle = \{P \in \mathcal{M} : \varphi(P) \leq x\}$ al variare di x in \mathbb{R} :

DEFINIZIONE 1. – Per ogni $y \in \mathbb{R}$, due punti $P, Q \in \mathcal{M}$ si dicono $\langle \varphi \leq y \rangle$ -connessi se e solo se esiste un sottoinsieme connesso di $\mathcal{M}\langle \varphi \leq y \rangle$ che contiene P e Q . La funzione di taglia (1-dimensionale) associata alla coppia di taglia (\mathcal{M}, φ) è la funzione $\ell_{(\mathcal{M}, \varphi)} : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x < y\} \rightarrow \mathbb{N}$, definita ponendo $\ell_{(\mathcal{M}, \varphi)}(x, y)$ uguale al numero di classi di equivalenza in cui l'insieme $\mathcal{M}\langle \varphi \leq x \rangle$ è diviso dalla relazione di $\langle \varphi \leq y \rangle$ -connessione.

Il mio lavoro di tesi si occupa di differenti implicazioni derivanti dall'utilizzo delle funzioni di taglia per l'analisi ed il recupero in database di forme digitali. Lo sviluppo di una piattaforma per il recupero di oggetti in base al contenuto pone due problemi distinti: la descrizione degli oggetti ed il loro confronto. La prima fase richiede l'abilità di estrarre automaticamente le caratteristiche salienti di forma di un oggetto; la seconda fase richiede strumenti efficaci per stabilire una misura di similarità tra gli oggetti. Questa tesi affronta entrambe le questioni, con la teoria matematica della taglia come supporto. Il risultato è lo sviluppo di due sistemi di recupero completamente automatici, capaci di analizzare immagini figurative e modelli 3D rappresentati da superfici chiuse, rispettivamente. Entrambi i sistemi sono stati validati sperimentalmente, analizzandone le proprietà e l'efficacia in contesti applicativi.

1. – Riconoscimento di immagini.

Nel campo del confronto tra immagini, ho dedicato particolare attenzione all'analisi delle immagini figurative, una classe che comprende ad esempio marchi di fabbrica, icone, immagini di clip-art. Le immagini figurative sono solitamente prodotte artificialmente, con lo scopo di avere un forte impatto visuale, e possono contenere elementi multipli, costituiti da oggetti concreti così come da forme astratte. Ho introdotto ed implementato un insieme di funzioni misuranti per funzioni di taglia, volte a descrivere immagini binarie di tipo figurativo [3]. Tali funzioni misuranti sono state pensate per catturare da prospettive diverse l'informazione percettiva contenuta nelle immagini.

Per poterne sfruttare a pieno le potenzialità, ho quindi proposto un modello per l'integrazione dell'informazione fornita da funzioni di taglia associate a diverse funzioni misuranti. In particolare, è stato costruito un modello *a contrario* che permette di sintetizzare in un'unica misura di similarità il contributo fornito dalle diverse funzioni di taglia. Questo modello è rilevante in quanto permette un utilizzo combinato di diversi descrittori, necessario quando gli oggetti allo studio sono complessi [3]. Tale metodo è stato sviluppato in collaborazione con il gruppo di ricerca su *Analyse d'images* dell'École Normale Supérieure de Cachan, Parigi.

I descrittori proposti ed il metodo di integrazione e confronto hanno permesso la realizzazione di un sistema completamente automatico per il recupero di immagini figurative, fondato sulle funzioni di taglia. Un significativo ed attuale campo di applicazione reale è quello del riconoscimento dei marchi di fabbrica, al fine di evitare

plagi e contraffazioni. Una sperimentazione accurata è stata condotta su un database di oltre diecimila marchi di fabbrica originali, forniti dal Patent Office della Gran Bretagna, proponendo confronti con altri descrittori di forma, volti a verificare la validità dell'approccio proposto.

Il sistema di recupero realizzato è stato infine utilizzato per il recupero di immagini dal Web, tramite l'introduzione dei *keypics*, una nuova classe di metadata, volti a fare da ponte tra la forma ed il contenuto semantico di un'immagine [4].

2. – Confronto di modelli 3D.

Insieme con il gruppo di ricerca in Computer Grafica dell'Istituto di Matematica Applicata e Tecnologie Informatiche (IMATI) di Genova, è stato proposto un metodo per estendere in maniera efficace ed efficiente l'utilizzo delle funzioni di taglia in campo 3D. Questo tipo di estensione solleva una serie di questioni legate al costo

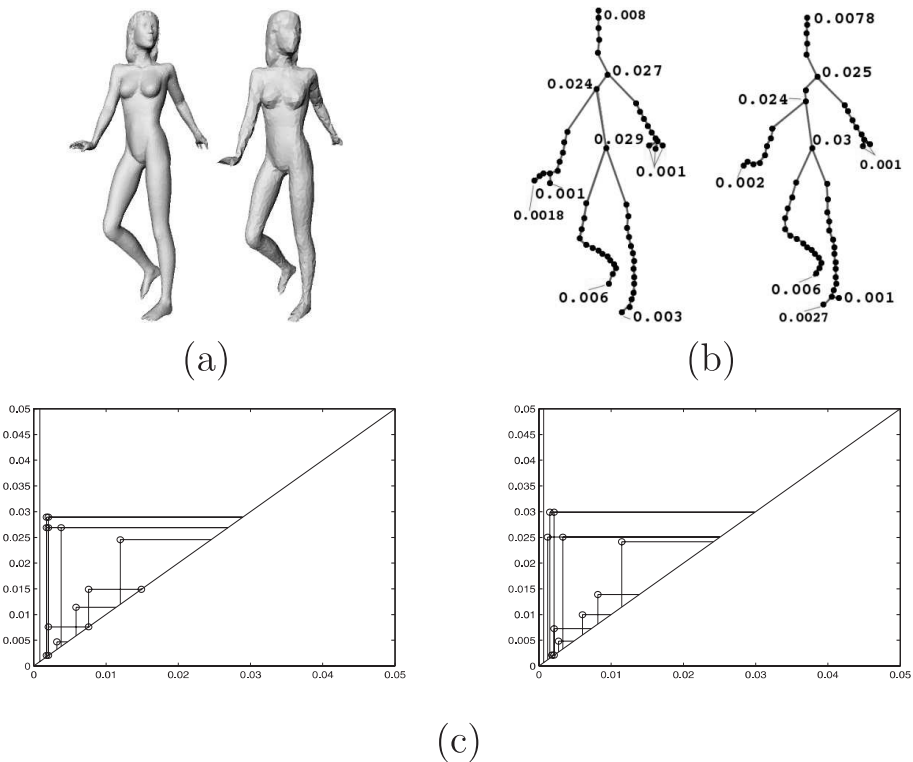


Figura 1: (a) Due mesh che rappresentano lo stesso modello ad un diverso livello di dettaglio: la mesh a destra ha il 10% dei vertici della mesh a sinistra. (b) I grafi attribuiti associati ai modelli. (c) Le funzioni di taglia calcolate sui grafi attribuiti. L'esempio evidenzia la stabilità della rappresentazione proposta rispetto a perturbazioni dei modelli.

computazionale e all'efficacia della descrizione. Per ovviare a tali problemi, è stata introdotta una signature di tipo scheletro per i modelli 3D, costituiti da mesh triangolari chiuse, che viene estratta codificando l'evoluzione degli insiemi di livello di una mappa reale definita sulla mesh. Tale rappresentazione risulta coerente con il modello dal punto di vista topologico, e viene arricchita da una serie di informazioni sull'oggetto originale, volte a descriverne sia la geometria, sia la posizione nello spazio. La struttura ottenuta viene codificata tramite un grafo attribuito, che serve da input per il calcolo delle funzioni di taglia (vedi Figura 2), risolvendo in questo modo questioni legate alla dimensionalità del problema originario. Infine, la distanza tra le funzioni di taglia, calcolate sul grafo attribuito estratto come signature dell'oggetto, induce una distanza tra gli oggetti 3D, utilizzabile per il loro confronto.

Il contributo fondamentale di questa attività di ricerca, i cui primi risultati sono pubblicati in [2], consiste nell'introduzione di un metodo per rendere computazionalmente possibile ed efficace l'utilizzo delle funzioni di taglia nel dominio del confronto di forme 3D, aprendo nuovi ed interessanti spazi di ricerca e applicazione.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] BIASOTTI S., GIORGI D., SPAGNUOLO M. e FALCIDIENO B., *Reeb graphs for shape analysis and applications*, Theoretical Computer Science - Special Issue on Computational Algebraic Geometry and Applications (2007), in stampa.
- [2] BIASOTTI S., GIORGI D., SPAGNUOLO M. e FALCIDIENO B., *Size functions for 3D shape retrieval*, Proceedings SGP 2006: Eurographics Symposium on Geometry Processing (2006), 239-242.
- [3] CERRI A., FERRI M. e GIORGI D., *Retrieval of trademark images by means of size functions*, Graphical Models, **68** (2006), 451-471.
- [4] CERRI A., FERRI M. e GIORGI D., *A complete keypics experiment with size functions*, Lecture Notes in Computer Science, **3568** (2006), 357-366.
- [5] FROSINI P., e LANDI C., *Size theory as a topological tool for Computer Vision*, Pattern Recognition and Image Analysis, **9** (1999), 596-603.

Istituto di Matematica Applicata e Tecnologie Informatiche, CNR (Genova)

e-mail: daniela@ge.imati.cnr.it

Dottorato in Matematica Computazionale

(sede amministrativa: Università degli Studi di Pavia) - Ciclo XVIII

Direttore di ricerca: Prof. Massimo Ferri