

---

# BOLLETTINO

# UNIONE MATEMATICA ITALIANA

*Sezione A – La Matematica nella Società e nella Cultura*

---

JULIANNA SZENDREI, JÓZSEF KORÁNDI, ANDRÁS  
AMBRUS

## La formazione degli insegnanti di matematica in Ungheria

*Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 8, Vol. 10-A—La  
Matematica nella Società e nella Cultura (2007), n.3, p. 563–584.*

Unione Matematica Italiana

[<http://www.bdim.eu/item?id=BUMI\\_2007\\_8\\_10A\\_3\\_563\\_0>](http://www.bdim.eu/item?id=BUMI_2007_8_10A_3_563_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)  
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>



## La formazione degli insegnanti di matematica in Ungheria (\*)

JULIANNA SZENDREI - JÓZSEF KORÁNDI - ANDRÁS AMBRUS

### 1. – Introduzione.

Un recente studio condotto nel quadro del progetto METE (Mathematics Education Tradition of Europe) ha portato alla preparazione di una lista dettagliata delle caratteristiche fondamentali di problemi che richiedono un modo di pensare puramente meccanico in attività di classe. Esaminando tali dati, un ricercatore spagnolo ha notato che i ricercatori ungheresi classificavano diversi problemi, che in Spagna sarebbero stati considerati problemi che necessitavano di un approccio «creativo», come puramente meccanici.

Quali possono essere le radici di tali differenze? Ci sono differenze sostanziali nell'insegnamento della matematica? Quali sono le possibili origini di tali differenze?

Una delle possibili origini può essere individuata nella pratica della formazione degli insegnanti in Ungheria. Gli insegnanti in formazione acquisiscono non solo conoscenze matematiche, ma anche un profondo paradigma interiore (talvolta nascosto) che vede la didattica della matematica come una sorta di eredità culturale.

In questo articolo presentiamo il sistema della formazione degli insegnanti in Ungheria. Va sottolineato, comunque, che le varie università ungheresi differiscono molto per regolamenti generali, loro realizzazione e programmi per la formazione degli insegnanti: di conseguenza non siamo in grado di fornire un quadro completo di tutti i modelli esistenti.

(\*) Traduzione di Catia Mogetta

Fino alla fine degli anni '80 in Ungheria c'era un sistema politico monopartitico. La struttura delle scuole era anch'essa monolitica, in corrispondenza con il sistema politico. Il livello più basso (alsó tagozat) riguardava studenti dai 6 ai 10 anni di età, mentre il livello più alto (felső tagozat) riguardava studenti dai 14 ai 18 anni. In seguito, un profondo cambiamento investì le scuole secondarie che duravano quattro e cinque anni, portando ad un sistema scolastico del tipo 8+4 anni. Dopo i cambiamenti politici negli anni '90, i partiti politici proposero un cambiamento strutturale anche del sistema scolastico. Accanto alla struttura originaria furono introdotti i sistemi 4+8 e 6+6 per l'istruzione primaria e secondaria.

Gli insegnanti dei primi quattro anni insegnano tutte le materie. A partire dal quinto anno tutte le materie sono insegnate da specialisti.

I cambiamenti non riguardarono il sistema della formazione degli insegnanti.

## 2. – La formazione degli insegnanti in Ungheria.

Ad oggi la formazione degli insegnanti in Ungheria è affidata a tre tipi di istituzioni.

### 2.1 – *La formazione iniziale degli insegnanti per alunni dai 6 ai 10 anni.*

Istituti di formazione degli insegnanti o facoltà universitarie formano i futuri insegnanti per l'insegnamento di tutte le materie ad alunni dai **6 ai 10 anni** (istruzione elementare) e di una materia (per esempio matematica) ad alunni dai **10 ai 12 anni**. Tale percorso formativo dura 4 anni e termina con un esame di Stato orale e con una tesi scritta che viene discussa anch'essa durante l'esame di Stato.

Seguendo una tradizione tedesca, gli Istituti sono stati associati a scuole primarie in modo da permettere a studenti universitari di insegnare e in questo modo migliorare gradualmente le loro abilità pratiche di insegnamento.

In effetti, il tirocinio è sempre stato una componente importante del percorso formativo.

*2.2 – La formazione iniziale degli insegnanti per alunni dai 10 ai 18 anni.*

Le università si occupano di formare insegnanti delle diverse materie (ad esempio matematica) per alunni dai **10 ai 18 anni**. Questo percorso formativo dura 5 anni e termina con un esame di Stato orale, durante il quale viene anche discussa una tesi scritta. Attualmente gli studenti studiano due diverse materie (come ad esempio matematica e fisica).

*2.3 – La formazione iniziale degli insegnanti per alunni dai 10 ai 14 anni.*

Istituti per la Formazione degli Insegnanti o facoltà universitarie si occupano della formazione iniziale degli insegnanti di diverse materie (come la matematica) per alunni dai 10 ai 14 anni (una o due materie). Tale percorso formativo dura 4 anni e si conclude con un esame di Stato orale, durante il quale viene anche discussa una tesi scritta.

Il sistema riguardante l'insegnamento della matematica e la pratica scolastica varia nelle diverse università. I programmi sono approvati dal Consiglio di istituto, ma i principali punti in comune sono fissi e basati su regolamenti governativi (ATTO LXXX del 1993 sull'Istruzione Universitaria).

La formazione è strutturata in due parti, la cosiddetta Teoria e la pratica. La parte teorica contiene degli elementi generali obbligatori (storia, sport, lingue) e studi obbligatori di psicologia e pedagogia. Ogni studente deve possedere un attestato statale di conoscenza di una lingua straniera. Questa è la parte comune a tutti i futuri insegnanti. Accanto a questo, lo studio di una materia particolare ha un duplice carattere. Oltre a prestare attenzione ai contenuti matematici, si tiene sempre presente l'idea che gli studenti devono diventare insegnanti di quella materia.

Tuttavia la tendenza attuale in Ungheria è verso l'unificazione della formazione degli insegnanti per alunni dai 10 ai 18 anni.

### 3. – Esempi.

Per dare maggiore concretezza alla trattazione, presentiamo qui in modo più dettagliato i programmi delle diverse facoltà dell'Università di Eötvös Loránd nell'anno 2006.

#### 3.1 – Formazione degli insegnanti per alunni dai 6 ai 10 anni.

##### 3.1.1 – Educazione matematica: la teoria.

TABELLA 1. – Orario settimanale di insegnamento della matematica. Un semestre è composto di 15 settimane (il primo numero significa: una lezione per 90 studenti, il secondo numero significa: un seminario per 30 studenti in uno stesso gruppo)

Semestre	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
<b>Argomenti</b>						
Matematica I.	1+2					
Matematica II.		0+2				
Didattica della matematica (numeri naturali, operazioni aritmetiche)			0+2			
Didattica della matematica (proprietà dei numeri, cenni sulle funzioni, problemi in un contesto)				1+2		
Didattica della matematica (geometria)					0+2	
Didattica della matematica (calcolo combinatorio, probabilità, statistica)						0+2

Esempi dei corsi offerti dal Dipartimento di Matematica della ELTE, Facoltà di Formazione degli insegnanti di scuola elementare e dell'infanzia.

## **Matematica I.**

*Obiettivi:* Scopo della materia: studio dei concetti di base e delle correlazioni di insiemi e logica matematica, relazioni, funzioni e serie. Elaborazione di materiali di studio necessari per dare un fondamento e delineare metodi di pensiero. Formazione di un linguaggio matematico corretto e di un suo uso competente. Formazione di abilità di gestione di correlazioni matematiche da parte degli studenti.

*Contenuto:* La teoria degli insiemi e concetti di logica matematica. Insiemi, operazioni logiche e loro natura. Formalizzazione e ri-formulazione degli enunciati. Ragionamento. Relazioni, funzioni e successioni.

*Prerequisiti:* Gli studenti devono possedere le conoscenze necessarie alla formazione dei concetti e dei processi inerenti i metodi di ragionamento. Gli studenti dovrebbero inoltre conoscere i concetti fondamentali e le correlazioni di relazioni e dovrebbero essere in grado di descrivere delle semplici relazioni.

## **Matematica II.**

*Obiettivi:* Scopo della materia: interpretazione sperimentale e matematica di numeri naturali ed operazioni. Formazione ed effettiva messa in atto di metodi di ragionamento inerenti i sistemi numerici e posizionali. Studio dei concetti e delle correlazioni basilari della teoria dei numeri e formazione di abilità nella gestione e soluzione di semplici problemi di divisibilità.

*Contenuto:* Il concetto di numero naturale e sua notazione; caratteristiche e relazioni tra numeri; elementi di teoria dei numeri; operazioni ed interpretazioni dei numeri naturali; caratteristiche delle operazioni.

*Prerequisiti:* Conoscenza ed uso competente di concetti, correlazioni e processi applicativi rilevanti in una interpretazione orale, descrizione e soluzione di problemi. Conoscenza ed uso competente delle interpretazioni sperimentali e matematiche delle operazioni nella descrizione e soluzione di problemi.

## **Didattica della matematica I.**

*Obiettivi:* Scopo della materia: Preparazione degli studenti per l'insegnamento ed il relativo lavoro educativo all'interno del quale essi pianificheranno, organizzeranno, guideranno e valuteranno l'apprendimento della matematica di alunni dai 6 ai 10 anni in attività di studio individuale e collettivo, ed attraverso il quale essi svilupperanno il pensiero e le abilità matematiche dei loro allievi.

*Contenuto:* Costruzione del concetto di numero naturale nelle 4 classi della scuola elementare. Sistemi numerici. Interpretazione delle operazioni attraverso diverse attività, situazioni ed esercizi testuali. Elaborazione di processi di calcolo scritti ed orali. Insegnamento di esercizi testuali.

*Prerequisiti:* Adeguata conoscenza matematica di base relativa agli argomenti rilevanti; conoscenza generale della struttura dei programmi per le prime quattro classi della scuola elementare e dei più importanti metodi usati nella programmazione. Conoscenza degli strumenti di apprendimento sia manuali che cartacei; competenza nella selezione, descrizione, soluzione, aiuto e controllo degli esercizi più rilevanti per le classi 1-4 della scuola elementare.

## **Didattica della matematica II.**

*Obiettivi:* Studio degli strumenti che possono agevolare il passaggio dalla realtà all'astrazione matematica. Attraverso le loro stesse attività gli studenti possono imparare che uno stesso contenuto può essere elevato dall'interpretazione del contenuto matematico con diversi strumenti.

*Contenuto:* Raccolta, creazione ed uso di strumenti che possono essere applicati in diversi argomenti di matematica con un ragionamento metodico. Uso possibile ed appropriato di strumenti rilevanti.

*Prerequisiti:* Selezione ed applicazione degli strumenti più efficaci per l'argomento in questione. Riconoscimento del comune background matematico di strumenti che possono essere usati per uno stesso problema.



## 3.1.2 – Tirocinio.

Il tirocinio alla Facoltà di Formazione degli insegnanti di scuola elementare e dell'infanzia dell'Università di Eötvös Loránd si svolge secondo le modalità indicate schematicamente nelle due seguenti tabelle:

TABELLA 2. – Numero totale delle ore di tirocinio.

Semestre	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.
<b>Argomento</b>							
L'intero gruppo partecipa come visitatore ad una dimostrazione in classe (il primo numero indica le ore dedicate alle presentazioni in classe + il secondo numero le ore delle presentazioni seguite attraverso il network televisivo del college)	Lingua madre 1+2	Lingua madre 2+1	Lingua madre 1+1	Lingua madre 1+1			
	Matematica 1+1	Matematica 1+1	Matematica 1+1	Matematica 1+1			
			Scienze 1+1	Scienze 1+1			
				Educazione fisica 1+2			
				Musica 1+1			
				Educazione artistica 1+4			
				Tecnica 1+1			
	Didattica generale 1+1	Pedagogia 1+1	Psicologia 1+1		Pedagogia applicata 1+1		
L'intero gruppo osserva una dimostrazione in classe relativa ad una materia (Il primo numero presentazioni in classe + il secondo numero presentazioni tramite il network televisivo del college)	Lingua madre 2+3	Lingua madre 2+2	Lingua madre 2+2	Lingua madre 2+2	Lingua madre 1+1		
			Matematica 1+0	Matematica 2+0	Matematica 2+0		
			Scienze 2+1	Scienze 2+1			
				Educazione fisica 1+1	Educazione fisica 1+1		
		Musica 2+0	Musica 2+0				
	Educazione artistica 1+2		Educazione artistica 2+2	Educazione artistica 1+1			
				Lingua straniera 1+3	Tecnica 1+1		

TABELLA 3. -- Numero totale di ore di tirocinio.

Semestre	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.
<b>Argomento</b>							
Tirocinio di fronte al gruppo (14 settimane)			<b>un giorno alla settimana</b>	<b>un giorno alla settimana</b>	<b>un giorno alla settimana</b>	<b>un giorno alla settimana + un giorno alla settimana (*)</b>	
			1 dimostrazione di lezione	1 dimostrazione di lezione	2 dimostrazioni di lezione	1 dimostrazione di lezione	
			Lingua madre 7 lezioni	Lingua madre 4 lezioni	Lingua madre 5 lezioni	Lingua madre 2 lezioni	
			Matematica 6 lezioni	Matematica 4 lezioni	Matematica 4 lezioni	Matematica 2 lezioni	
				Scienze 5 lezioni	Scienze 4 lezioni		
					Educazione fisica 2	Educazione fisica 3	
					Musica 3 lezioni	Musica 2 lezioni	
					Tecnica 2 lezioni		
Tirocinio individuale di tutte le materie	<b>2 giorni</b>	<b>3 giorni</b>	<b>2 giorni</b>		<b>1 settimana</b>	<b>2 giorni + 1 settimana</b>	<b>10 settimane</b>
Visita della scuola				2 ore			
(*) Comprende un giorno di tirocinio su una materia scelta dal singolo studente (ad esempio matematica)							

### **Insegnamento alla presenza del gruppo di studenti (esempio di descrizione dettagliata di una materia )**

Il lavoro è svolto nella parte dedicata alla matematica del periodo di pratica denominato ‘Tirocinio di fronte al gruppo’ nella tabella precedente.

In questo ambiente, lo studente diventa parte di un gruppo composto da suoi pari e da due ricercatori universitari in didattica. Il

lavoro e le osservazioni vengono svolti collettivamente ed in modo interattivo all'interno della classe. Grazie all'aiuto di una interpretazione attenta e non aggressiva dei ricercatori e ad una continua comunicazione con gli altri insegnanti in formazione, lo studente comincia a comprendere sia i processi visibili che quelli nascosti, non appena questi si verificano in classe. Questo progresso dovrebbe portare lo studente non a diventare un «maestro», ma un professionista in grado di scegliere o selezionare tra modi alternativi di insegnare. Per usare una metafora, non ci si aspetta che gli studenti memorizzino una data mappa, ma piuttosto gli si offrono una bussola e l'opportunità di sviluppare un proprio senso dell'orientamento. Nel quadro del tirocinio pratico, lo studente è uno dei 16 o 17 membri del gruppo che cercano di spiegare e capire le loro esperienze insieme; ma nella loro futura attività di insegnamento saranno da soli a predire ed analizzare i processi mentali e i processi che effettivamente si verificano in classe.

Il gruppo di studenti visita regolarmente la stessa classe di scuola primaria una volta la settimana con un tutor di matematica (proveniente dall'università), sempre nello stesso giorno della settimana (diciamo lunedì).

Secondo la pianificazione dell'intero processo, il tutor è la stessa persona che ha condotto i seminari di matematica a cui gli studenti hanno partecipato durante i tre semestri precedenti, ed è anche colui o colei che insegna didattica della matematica nel periodo in cui gli studenti sono impegnati anche nel tirocinio in classe.

L'intero processo inizia con una lezione tenuta dall'insegnante della classe, che è anche il mentore degli insegnanti-studenti.

Dopo la lezione, l'insegnante presenta il processo di pianificazione dell'attività di classe appena svolta, includendo anche un'analisi a priori.

In seguito compie un'analisi a posteriori della stessa attività e raccoglie le riflessioni degli studenti.

L'insegnante offre anche delle informazioni aggiuntive sulla classe e sui singoli studenti, ad uso degli insegnanti in formazione.

L'insegnante elementare della classe fornisce gli obiettivi e le consegne di una lezione di matematica che sarà tenuta da uno dei tirocinanti dopo una settimana e dopo due settimane. I futuri inse-

gnanti preparano individualmente a casa il piano dell'intera attività di classe.

*Settimane 1-2.*

a) Il gruppo di studenti, l'insegnante mentore e i ricercatori preparano congiuntamente un piano delle attività per le lezioni di matematica. Compiono un lavoro preparatorio approfondito, con un'analisi a priori della successive attività in classe, e scelgono due insegnanti in formazione come potenziali insegnanti per la lezione della settimana successiva. In realtà, solo uno di essi insegnerà e l'altro sarà solamente il sostituto, che insegnerà in caso di assenza (ad esempio per malattia) del primo.

b) L'insegnante della classe fornisce finalità, obiettivi e consegne della lezione con due settimane di anticipo, per consentire una preparazione adeguata della lezione stessa.

*Settimane 2-3.*

a) L'insegnante in formazione tiene la lezione. Il gruppo di studenti, l'insegnante della classe e il ricercatore prendono appunti. L'altro studente-insegnante (eventuale sostituto) fornisce delle osservazioni sui singoli allievi ai colleghi.

b) Il giorno stesso, l'insegnante in formazione fa un'analisi a posteriori di quanto è avvenuto in classe e allo stesso tempo si autovaluta, sotto la guida del potenziale sostituto; il gruppo, l'insegnante della classe ed il ricercatore offrono il proprio contributo facendo alcune riflessioni sulla lezione. Lo scopo principale di questo lavoro comune è la comprensione di quanto è avvenuto in classe, attraverso il valore aggiunto di punti di vista differenti e di riflessioni di persone diverse su una stessa situazione.

c) l'insegnante della classe fornisce finalità, obiettivi e consegne della lezione con due settimane di anticipo, per consentire una preparazione adeguata.

Questo processo si ripete per sei volte nel primo semestre e per tre volte negli altri tre semestri. Ma gli studenti restano con la classe e con

l'insegnante elementare durante il semestre, per il tirocinio riguardante altre materie oltre la matematica.

Gli individui che partecipano al processo descritto hanno i seguenti ruoli:

1. L'insegnante della classe nella scuola associata completa il programma per la classe e fornisce contenuti e finalità della lezione. Dopo aver letto e commentato il piano della lezione di ciascuno studente-insegnante, egli controlla e discute il piano dello studente che deve effettivamente tenere la lezione nel periodo immediatamente successivo. Inoltre, egli partecipa all'analisi delle esperienze ed alla preparazione della lezione successiva.

2. Il ricercatore in didattica della matematica prepara la lezione in presenza dell'insegnante della classe e dei membri del gruppo di studenti-insegnanti. Una volta che uno studente è stato scelto per tenere la lezione, il ricercatore discute ancora una volta in modo dettagliato il piano rivisto, prende parte all'analisi delle esperienze ed alla preparazione della lezione successiva.

3. Il ricercatore di didattica generale partecipa all'analisi delle esperienze ed alla preparazione della lezione successiva.

4. I personaggi principali: gli studenti-insegnanti studiano il programma della classe assegnata loro e si preparano per la lezione seguendo contenuti e finalità specificate dall'insegnante della classe. I piani di lezione preparati da ciascuno studente vengono discussi collettivamente ed ognuno contribuisce con le proprie idee. Vengono poi scelti uno studente che tenga la lezione ed un suo possibile sostituto, nel caso se ne presentasse la necessità.

5. L'attività viene svolta presso la Scuola di Tirocinio dell'Università di Eötvös Loránd nel terzo semestre, e nelle 30 scuole associate all'Università di Eötvös Loránd negli altri semestri (sfortunatamente gli insegnanti ricevono solo una cifra simbolica come compenso).

### *3.2 – Formazione degli insegnanti per allievi dai 10 ai 14 anni.*

Ogni studente-insegnante può scegliere due materie: oltre alla matematica è possibile scegliere una qualsiasi delle altre materie.

Un terzo del tempo è dedicato alla matematica, un terzo alla seconda materia ed il resto a studi di pedagogia, psicologia e filosofia. In questa sede presentiamo la struttura dei corsi di matematica e di didattica della matematica per offrire una visione di insieme del sistema educativo.

*Piano delle lezioni della Facoltà di formazione degli insegnanti dell'Università di Eötvös Loránd*

	Semestre								totale
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	
Analisi	2+2	2+2	2+2	2+2					16
Geometria	2+2	2+2	2+0						10
Algebra e teoria dei numeri			2+2	2+2	2+2				12
Elementi di informatica		0+2							2
Analisi stocastica					2+2				4
Matematica elementare e didattica	0+2	0+2	0+2	0+2	0+2		0+2	0+2	14
Metodi numerici				0+2					2
Insegnamento della matematica							2+2		4
Logica, teoria degli insiemi						2+0			2
Seminari speciali			2+0	0+2	0+2	0+2		2+2	12
Storia della matematica						2+0			2
Corso di problem solving	0+2								2
Ricerca in didattica della matematica		2+1							3

Per offrire una visione più particolareggiata della struttura e del livello di approfondimento dei corsi, riportiamo qui il piano dettagliato dei corsi di Teoria dei numeri e di Algebra. In questi corsi gli studenti possono imparare anche come si «costruisce» la matematica ed il ruolo giocato da assiomi, definizioni, congetture, teoremi e dimostrazioni. Inoltre, essi devono essere in grado di riprodurre le dimostrazioni studiate durante il corso.

### *Teoria dei numeri (I semestre)*

L'insieme dei numeri naturali. Assiomi di Peano, divisibilità, algoritmo di divisione, semplici teoremi sulla divisibilità.

Rappresentazione dei numeri in base, criteri di divisibilità.

Massimo comun divisore, algoritmo di Euclide, minimo comune multiplo.

Numeri irriducibili, numeri primi, teoremi sui numeri primi, problemi risolti e problemi aperti sui numeri primi.

Teorema fondamentale dell'aritmetica e sue conseguenze, numeri relativamente primi, teoremi sui numeri relativamente primi.

Congruenze, classi di resto, insieme dei resti completo e ridotto, teorema di Eulero.

Condizione necessaria e sufficiente di risolubilità per congruenze lineari, numero di soluzioni, metodi di soluzione.

Condizione necessaria e sufficiente di risolubilità per equazioni Diophantee di primo grado in due variabili, metodi di soluzione, terne pitagoriche, altri problemi di rilievo sui problemi diophantei.

Congruenze simultanee.

Numeri perfetti, numeri amici.

Funzioni aritmetiche.

L'aritmetica dei polinomi.

Rappresentazione decimale dei numeri razionali.

### *Algebra classica ed algebra lineare (II semestre)*

Concetti fondamentali di algebra astratta: operazioni algebriche, struttura algebrica, tipi di strutture.

Introduzione dei numeri complessi, concetti di base, forma algebrica e forma geometrica dei numeri complessi, elevamento a potenza, radici  $n$ -esime dell'unità, radici  $n$ -esime primitive dell'unità.

Preliminari del teorema fondamentale dell'algebra, teorema fondamentale dell'algebra (senza dimostrazione) e sue conseguenze.

Metodo per la risoluzione di equazioni di grado  $n$  ( $n = 1; 2; 3; 4$ ), risolubilità di equazioni di grado 5 o superiore.

Equazioni reciproche.

Polinomi a coefficienti interi, polinomi primitivi, criterio di Eisenstein, teorema di Rolle.

Vettori di una retta, di un piano, di uno spazio.

Spazi vettoriali, dipendenza lineare, basi, dimensione.

Trasformazioni lineari omogenee, teorema della dimensione per spazi vettoriali, l'anello delle trasformazioni lineari omogenee.

Matrici, operazioni con le matrici, matrice inversa, il gruppo delle matrici quadrate non singolari.

Determinanti, teorema dell'invarianza dei determinanti.

Sistemi lineari di equazioni, risolubilità e numero di soluzioni, metodo di eliminazione di Gauss, metodo di Cramer, sistemi lineari omogenei.

Matrici come trasformazioni lineari omogenee.

Relazione tra sistemi di equazioni e matrici, teorema di Kronecker-Capelli.

### *Algebra astratta (III semestre)*

Semigrupperi, associatività e sue conseguenze, esempi di semigrupperi commutativi e non commutativi, elemento neutro, elemento inverso.

Sotto-semigruppero, intersezione di sotto-semigrupperi.

Gruppi, conseguenze dell'invertibilità, esempi di gruppi, ordine di un gruppo, sottogruppi, (sotto)gruppi ciclici, ordine di un elemento.

Laterali, teorema di Lagrange e sue conseguenze, sottogruppo normale, sistema dei residui, gruppo quoziente.

Gruppo delle permutazioni, teorema di Cayley, permutazioni pari e dispari, cicli, trasposizioni.

Anelli, corollari della distributività, sottoanello, ideali, anello dei fattori.

Dominio degli interi (esempi e contro-esempi), struttura dei numeri interi.

Campo, sotto-campo, campo dei primi.

Campo quoziente, struttura dei numeri razionali.

Estensioni dei campi, estensione semplice, elementi algebrici, elementi trascendenti, caratteristica di un campo, chiusura algebrica.

Teoria algebrica della costruibilità geometrica, problemi di costruibilità notevoli.

Struttura dei numeri reali, definizioni alternative dei numeri complessi, quaternioni.

### *3.3 – Formazione degli insegnanti per allievi dai 10 ai 18 anni .*

Per alcuni anni non è stato possibile studiare una sola materia a questo livello. Negli ultimi dieci anni molti studenti hanno studiato soltanto matematica, ma recentemente la maggior parte degli studenti ha scelto una materia aggiuntiva.



La struttura e il livello di approfondimento di questi corsi sono simili o a volte più dettagliati dei corrispondenti corsi descritti nel piano di formazione degli insegnanti di durata quadriennale. La struttura dei corsi è la seguente:

*Piano delle lezioni all'Università Eötvös Loránd*

	Semestre									
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9-10	totale
Algebra e teoria dei numeri	2+2	2+2	2+2	2+1						15
Geometria			2+2	2+2	2+2	2+2				16
Analisi	2+4	2+2	2+2	2+2	2+0					20
Analisi stocastica					2+2					4
Matematica elementare					0+2	0+2	0+2	0+2		8
Analisi numerica						0+2	0+2			4
Didattica della matematica							0+2	0+2		4
Fondamenti della matematica							2+0	2+0		4
Matematica discreta		0+2								2
Tecnica informatica		0+2								2
Esperienza nella scuola						0+2				2
Tirocinio									13	13
Blocco facoltativo						0+2	0+2	0+4		8

Nel caso di questo tipo di formazione riportiamo l'esempio di corsi che chiamiamo Didattica della matematica, Matematica elementare, Pratica nella scuola e mostriamo la struttura di corsi facoltativi.

### *Didattica della matematica*

Obiettivi principali del corso sono i fondamenti teorici dell'insegnamento e dell'apprendimento della matematica e l'insegnamento di particolari argomenti. L'idea di fondo del corso consiste nel mettere gli studenti nelle condizioni di saper progettare ed organizzare attività didattiche.

### *Contenuto*

Introduzione alla didattica della matematica. Che cos'è la matematica? Che cos'è la didattica della matematica? Principali obiettivi dell'insegnamento della matematica. Fondamenti psicologici dell'apprendimento della matematica.

Tipiche situazioni di insegnamento: insegnamento di nozioni, teoremi e dimostrazioni, algoritmi. Problem solving. Modellizzazione. Nuove tendenze nell'insegnamento della matematica. Principi didattici dell'insegnamento della matematica. Controllo e misura in didattica della matematica.

Questioni relative all'insegnamento di argomenti diversi: questioni principali per l'insegnamento dell'aritmetica, dell'algebra, della geometria, dell'analisi e dell'analisi stocastica.

### *Matematica elementare*

Il principale obiettivo è lo sviluppo da parte dei futuri insegnanti di capacità di individuare, risolvere e porre problemi.

Questioni principali:

- Strategie di soluzione dei problemi.
- Precisione a livello scolastico. Quando è che un problema può dirsi risolto?
- Sviluppo delle capacità comunicative sia scritte che orali da parte degli studenti.
- Analogia e generalizzazione nel processo di soluzione del problema.
- Ideazione di sequenze di problemi.
- Soluzione di problemi nel contesto di sfide e competizioni.
- Uso consapevole di strategie euristiche nel processo risolutivo.
- Ricerca di problemi caratteristici in diversi argomenti insegnati nella scuola secondaria.

### *Pratica nella scuola*

Nel corso del sesto semestre, gli insegnanti di matematica in formazione assistono a 7-8 lezioni di matematica in una scuola secondaria e tengono in prima persona 3-4 lezioni. Lo scopo principale di questo corso è far avvicinare l'insegnante-studente alla scuola, sperimentando in prima persona la complessità dell'insegnamento della matematica.

Nel nono e nel decimo semestre gli studenti fanno la cosiddetta ‘grande pratica’. Sotto la guida dell’insegnante della classe che viene loro assegnata, ciascuno studente insegna dalle 17 alle 20 lezioni, una materia per ogni semestre. L’Università di Eötvös Loránd ha tre scuole per il tirocinio con buoni insegnanti e buoni studenti. Questo sistema può essere criticato perché non offre la possibilità ai futuri insegnanti di entrare in contatto con studenti con difficoltà di apprendimento e sperimentare le difficoltà relative a questo tipo di insegnamento. Un altro possibile punto critico può essere il piccolo numero di lezioni tenute dagli insegnanti in formazione.

### *Corsi facoltativi*

Ogni studente deve scegliere uno fra i seguenti corsi (della durata di 8 ore settimanali): Analisi, Algebra e teoria dei numeri, Geometria, Analisi stocastica, Analisi numerica, Informatica, Didattica della matematica e Matematica elementare. Scopo principale di questo corso è di offrire agli studenti una conoscenza più approfondita di una certa area della matematica, mostrare i nuovi risultati in tale area ed il lavoro di ricerca, per quanto possibile. Il corso di Didattica della matematica è il più frequentato, essendo scelto dal 50-60 % degli studenti.

### *Il contenuto del corso didattico:*

Progettazione ed applicazione di strumenti visivi e modelli nell’insegnamento della matematica. L’uso del computer nell’insegnamento della matematica. Alcuni problemi filosofici della matematica. Argomenti, ragioni, dimostrazioni nell’insegnamento della matematica. Argomenti scelti di matematica elementare. (Soluzione di problemi di Massimo e minimo con l’aiuto di strumenti elementari. Geometria combinatoria. Geometria dei reticoli. Caratteristiche delle figure convesse. Stima di eventi casuali, valutazione di ipotesi)

## BIBLIOGRAFIA

- Act LXXX of 1993 on higher education, as amended by the Act LXI of 1996 / [publ. Hungarian Centre for Equivalence and International Mobility]; [MKM], 1996. Budapest.
- A. AMBRUS, *A problémamegoldás tanításának elméleti lapjai (The theoretical foundation of teaching problem solving)* In.: Új Pedagógiai Szemle 2002/10, Budapest
- P. ANDREWS & SAYERS, *Mathematics Teaching in Four European Countries*, Mathematics Teaching, 196. The Association of Teachers of Mathematics (2006).

- M. G. BARTOLINI BUSSI, *Ricerca in didattica della matematica: alcuni studi italiani*, Bollettino Unione Matematica Italiana, Sezione A, La Matematica nella Società e nella Cultura, aprile, 1 (2001), 117-150.
- C. BERNARDI, *Ricerche in didattica della matematica e in matematiche elementari*, Bollettino Unione Matematica Italiana, Sezione A, La Matematica nella Società e nella Cultura, agosto, 2 (2002), 193-213.
- C. NEMÉNYI E – Z. S. SOMFAI, *A matematika tantárgy helyzete és fejlesztési feladatai (The state of art and development tasks of mathematics education)*, *Mathematics: Subject Assessment*  
<http://www.oki.hu/oldal.php?tipus=cikk&kod=Teaching-Tobbek-Mathematics>
- A. CUOCO, *La matematica per l'insegnamento*, Bollettino Unione Matematica Italiana, Sezione A, La Matematica nella Società e nella Cultura, dicembre, 3 (2002), 473-490.
- A. CUOCO, *L'insegnamento della Matematica negli Stati Uniti*, Bollettino Unione Matematica Italiana, Sezione A, La Matematica nella Società e nella Cultura, aprile, 1 (2003), 27-55.
- M. DEDÒ, *Più matematica per chi insegna matematica*, Bollettino Unione Matematica Italiana, Sezione A, La Matematica nella Società e nella Cultura, agosto, 2 (2001), 247-275.
- L. DE MICHELE, *Indagine sui costi dei libri di testo della scuola media inferiore*, Bollettino Unione Matematica Italiana, Sezione A, La Matematica nella Società e nella Cultura, agosto, 2 (1999), 183-194.
- G. HALÁSZ et al., *The Development of the Hungarian Educational System.*, OKI. (2001), <http://www.oki.hu/article.asp?Code=english-art-bie.html>  
*Regulatory Reform Program*, OECD Report on Hungary (2000): OECD, Paris.  
*Report on the work of the Mathematics Committee in 2004*, Hungarian Academy of Sciences, Section for Mathematics, (in Hungarian)  
<http://www.math.bme.hu/akademia/2004evesjelentes.html>
- A. ROBERT, *La formazione professionale iniziale degli insegnanti di matematica delle scuole medie (superiori ed inferiori) in Francia: alcune questioni*, Bollettino Unione Matematica Italiana, Sezione A, La Matematica nella Società e nella Cultura, dicembre, 3 (2003), 463-487.
- A. H. SCHOENFELD, *Obiettivi e metodi di ricerca in didattica della matematica*, Bollettino Unione Matematica Italiana, Sezione A, La Matematica nella Società e nella Cultura, agosto, 2 (2000), 175-199.
- L. SZÁMADÓ, *Preparatory problems for the entrance exam of high school*  
<http://www.komal.hu/lap/2002-ang/szamado.h.shtml>
- J. SZENDREI (Ed.), *Mathematics in Hungary*, Budapest, János Bolyai Mathematical Society (1996).
- J. SZENDREI, *Teaching Practice and Primary Teacher Education in Hungary*  
<http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/szendrei/julianna.htm>

- J. SZENDREI, *Gondolod, hogy egyre megy? Dialógusok a matematikatanításról (Dialogues on mathematics education)*, (In Hungarian) Budapest, Typotex (2005).
- V. VILLANI, *Matematica, didattica della matematica, ricerche in didattica della matematica*, Bollettino Unione Matematica Italiana, Sezione A, La Matematica nella Società e nella Cultura, aprile, 1 (2002), 1-24.

### Allegato 1

*Inizio dell'ATTO LXXX del 1993 sull'Istruzione Superiore*

#### «Preambolo

Il bisogno di tutelare i diritti umani garantiti dalla Costituzione, il bisogno di aderire alla Magna Charta delle università Europee ed il bisogno di creare condizioni migliori per la vita sociale nazionale costituiscono la base della prima legislazione indipendente dell'istruzione superiore in Ungheria.

Alla luce di ciò, l'Atto regola il sistema, l'operatività e l'autonomia delle istituzioni di istruzione superiore e allo stesso tempo definisce il ruolo dello stato nell'istruzione superiore. In base a quanto previsto, l'Atto garantisce libertà di insegnamento, libertà di studio e libertà di coltivare arti e scienze allo stesso modo.

Il Parlamento sente una responsabilità particolare nei confronti dell'istruzione superiore, data l'importanza riconosciuta di tale campo. È in questo spirito che il Parlamento fa di tutto per portare il numero di studenti che accedono all'istruzione universitaria all'età appropriata, ai livelli medi delle società democratiche sviluppate.»

### Allegato 2

#### IL SISTEMA DELL'EDUCAZIONE IN UNGHERIA

##### **Popolazione scolastica e lingua scolastica ufficiale**

La lingua scolastica ufficiale è l'Ungherese, ma alcune minoranze etniche e nazionali (ad esempio tedeschi, rumeni, sloveni, serbi e croati) hanno delle istituzioni scolastiche minoritarie che adottano la loro lingua come seconda lingua di istruzione a livello di scuola primaria e secondaria.

##### **Controllo amministrativo e dimensione della pubblica istruzione**

Le responsabilità di tipo amministrativo sono condivise orizzontalmente dal Ministero dell'Istruzione e da altri Ministeri (principalmente il Ministero del

Lavoro e degli Affari Sociali, il Ministero delle Finanze ed il Ministero degli Interni). Verticalmente il controllo amministrativo è decentrato e la responsabilità gestionale è condivisa a livello centrale (nazionale), locale (regionale) e delle istituzioni scolastiche.

I governi locali amministrano l'educazione dell'infanzia, primaria e secondaria. Essi godono di un buon grado di autonomia decisionale sia in termini di organizzazione e funzionamento, sia in termini di finanziamenti.

La maggior parte degli allievi frequentano scuole statali, che sono amministrate ed organizzate da autorità pubbliche, principalmente i governi locali. Il finanziamento delle istituzioni scolastiche non dipende dal settore: istituzioni private e statali ricevono fondi in base agli stessi criteri.

### Il sistema dell'istruzione Ungherese

Il sistema dell'istruzione Ungherese							
Tipo di istruzione	Istruzione pre-scolastica	Istruzione obbligatoria					Istruzione universitaria
Anno di ingresso	3	6	8	10	12	14-18	18-
Nome dell'istituzione	Asilo (Óvoda)	Scuola di base (Általános iskola)			Scuola secondaria superiore (Középiskola)		
				Secondaria inferiore generale e superiore (durata 8 anni) (Gimnázium)			
				Secondaria inferiore generale e superiore (Gimnázium) (durata 6 anni)			
					Secondaria superiore generale (Gimnázium) (durata 4 anni)		
					Scuola secondaria di formazione professionale (Szakközépiskola)		
					Scuola di tirocinio professionale (Szakiskola)		
							Università, Scuole Superiori

### Descrizione delle istituzioni usando i nomi Ungheresi

Óvoda (pre-scuola primaria) – un anno preparatorio è obbligatorio (ISCED 0-1)	Età 5-6/7
Általános iskola (primaria – struttura singola) (ISCED 1+2)	Età 6/7-14 (1° ciclo: età 6-10; 2°: età 10-14)
Gimnázium (secondaria inferiore e superiore generale) (ISCED 2+3)	Età 10/12/14 — 18/19
Szakközépiskola – scuola secondaria di formazione professionale (ISCED 3)	Età 14-18/19/20 (in genere: 4 anni)
Szakiskola (corso C) – scuola di tirocinio professionale (ISCED 3)	Età 14-18 anni (2+2 anni)
Szakiskola (corso A/corso B) – recupero (ISCED 2) + scuola di tirocinio professionale (ISCED 3)	Età 15/16-18/19 (1-2+2 anni)
Szakiskola (corso D) – scuola di formazione professionale post-secondaria (ISCED 4)	Età 18-19/20 (1-2 anni)

L'istruzione è obbligatoria fino all'età di 18 anni. Studi di formazione professionale possono essere intrapresi a partire dall'età di 16 anni, fino alla quale gli allievi devono acquisire un'istruzione di base.

### Controllo curricolare e contenuti

Lo sviluppo di programmi scolastici da parte degli insegnanti è regolamentato da un quadro strutturato in tre livelli, comprendenti il Curricolo Centrale Nazionale (National Core Curriculum) (2003), i curricula di programma ed i curricula locali (a livello delle istituzioni scolastiche). Sulla base di definizioni centralizzate per ogni disciplina, le scuole ed i relativi corpi docenti possono definire ed adottare curricula e programmi locali per ciascuna materia e per ciascuna classe. La scelta di metodi didattici è discussa da insegnanti, genitori e dirigenti di ogni scuola. La scelta dei libri di testo è compito del corpo insegnante, sulla base di una lista di testi scolastici approvati, fornita dal Ministero dell'Istruzione.

### Valutazione, progressione e diplomi

La valutazione degli allievi viene fatta durante l'anno scolastico dagli insegnanti (attraverso valutazioni scritte ed orali). Nella prima classe della scuola primaria gli allievi in difficoltà non possono essere bocciati. Dal settembre 2004, la versione rivista dell'Atto sulla Pubblica istruzione sancisce la necessità di valutare gli allievi con analisi individuali scritte, ampliando il tradizionale quadro di valutazione numerica (con una scala da 1 a 5). Tutte le scuole devono elaborare un regolamento completo sulla valutazione, basato sul consenso di insegnanti, dirigenti e genitori.

Alla fine della scuola secondaria superiore in Gimnázium e Szakközépiskola gli allievi devono superare l'esame nazionale di licenza superiore (érettségi). Questo diploma è un prerequisito per l'ammissione all'istruzione universitaria o superiore.

Anche le scuole di formazione professionale (szakközépiskola) possono fornire un diploma di qualifica professionale.

### **Insegnanti**

Nell'anno scolastico 2001/2002, il numero degli insegnanti a tempo pieno nel settore della pubblica istruzione era di 162 149. Gli insegnanti di scuola primaria ottengono la loro qualifica attraverso una formazione superiore, non universitaria, che dura dai quattro ai cinque anni. Gli insegnanti di scuola secondaria inferiore seguono un percorso formativo di quattro (cinque) anni. Gli insegnanti di scuola secondaria superiore ottengono la qualifica attraverso una formazione universitaria generale che dura dai quattro ai cinque anni, completata da un anno di formazione generale e professionale. La maggior parte degli insegnanti vengono assunti come fornitori di servizio pubblico.

### **Educazione superiore**

In Ungheria le istituzioni preposte all'educazione superiore sono università pubbliche o a denominazione privata, (egyetemek) e collegi (főiskolák) che sono accreditati e riconosciuti formalmente dallo stato. Questi ultimi sono specializzati ed organizzano corsi nel loro particolare settore di specializzazione. Le istituzioni che si occupano di educazione superiore comprendono istituzioni non universitarie (főiskola), istituzioni di livello universitario (egyetem) ed alcune istituzioni che forniscono corsi di formazione professionale superiore.

### **Accesso**

Il diploma di scuola secondaria superiore (érettségi bizonyítvány) viene richiesto per accedere a tutte le istituzioni di educazione superiore. Alcuni corsi impongono dei criteri di ammissione più selettivi. In alcuni casi possono essere richieste delle qualifiche aggiuntive (ad esempio un certificato di conoscenza di una lingua straniera, una specializzazione, una qualifica ecc.).

Julianna Szendrei,  
Eötvös Loránd University of Arts and Sciences, Budapest, Hungary  
e-mail: szendrei@kincsem.tofk.elte.hu

József Korándi,  
Eötvös Loránd University of Arts and Sciences, Budapest, Hungary  
e-mail: korandi@gmail.com

András Ambrus,  
Eötvös Loránd University of Arts and Sciences, Budapest, Hungary  
e-mail: ambrus@cs.elte.hu