La Matematica nella Società e nella Cultura

Rivista dell'Unione Matematica Italiana

Sergiu Hart

Intervista a Robert Aumann (*)

La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. **1** (2008), n.1, p. 57–86.

Unione Matematica Italiana

<http://www.bdim.eu/item?id=RIUMI_2008_1_1_1_57_0>

La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 2008.

La Matematica nella Società e nella Cultura
Rivista dell'Unione Matematica Italiana
Serie I, Vol. I, Aprile 2008, 57-86

Intervista a Robert Aumann (*)

a cura di SERGIU HART

Cominciamo con la tua biografia scientifica; in particolare, quali sono state le pietre miliari del tuo percorso scientifico?

Mi sono laureato in matematica al City College di New York, ho proseguito al MIT, dove ho fatto il dottorato in topologia algebrica con George Whitehead, e ho continuato con un post-dottorato a Princeton, con un gruppo di ricerca operativa affiliato al dipartimento di Matematica. È lì che è nato il mio interesse per la teoria dei giochi. Da Princeton sono andato alla Hebrew University di Gerusalemme, dove sono rimasto fino ad ora. Questo a grandi linee.

Ora entriamo un po' più nei dettagli. Il mio interesse per la matematica in realtà è nato alle superiori — alla Rabbi Jacob Joseph Yeshiva (liceo ebraico) nel *lower east side* di New York City. C'era un insegnante di matematica meraviglioso, Joseph Gansler. Le classi erano molto piccole; la scuola aveva appena aperto. Il professore faceva sedere gli studenti intorno alla cattedra. Ciò che più

(*) L'intervista è estratta da una più ampia rilasciata nel mese di gennaio 2005 dal prof. R. Aumann al prof. S. Hart e pubblicata nel volume di P. A. Samuelson e W. A. Barnett, *Inside the Economist's Mind. Conversations with Eminent Economists,* ISBN 1405159170, Blackwell Publishing, 2006. Originariamente, l'intervista era stata pubblicata su *Macroeconomic Dynamics,* 9, 2005, 683–740, con il titolo «An interview with Robert Aumann». Per motivi editoriali abbiamo soppresso molte domande con le relative risposte, cercando di esporre, comunque, la gran parte degli argomenti trattati in una sintesi autonoma. La penultima domanda è stata aggiunta a fine 2007 specificatamente per i lettori della nostra rivista. Ringraziamo i proff. Robert Aumann e Sergiu Hart. Edizione italiana a cura di Salvatore Coen. Traduzione di M. Cristina Molinari.

mi entusiasmava era la geometria, teoremi e dimostrazioni. Quindi tutto il merito va a Joey Gansler.

Poi sono andato al City College. In realtà, alla fine delle superiori ebbi una fase di dubbi esistenziali, incerto se diventare uno studioso del Talmud o studiare discipline secolari all'università. Per un po' feci entrambi. Mi svegliavo alle 6.15, da Brooklyn andavo ad *uptown* New York — un'ora e un quarto con la metropolitana — studiavo calcolo per un'ora, poi tornavo nel *lower east side* e passavo la maggior parte della mattina alla Yeshiva; poi ancora su, alla 139sima strada, dove studiavo al City College fino alle dieci di sera, dopo di che andavo a casa, facevo qualche compito o altro e la mattina successiva mi svegliavo di nuovo alle 6.15. Lo feci per un semestre, fino a quando diventò troppo e presi la difficile decisione di lasciare la Yeshiva e studiare matematica.

Come hai deciso?

Davvero non ricordo. So che la decisione fu mia. I miei genitori lasciavano molta responsabilità a noi figli. Avevo appena diciassette anni a quel tempo, ma non ci furono pressioni esplicite dai miei genitori. Probabilmente la matematica mi attraeva di più, sebbene fossi molto affascinato dagli studi talmudici.

Al City College c'era un gruppo molto attivo di studenti di matematica. Il più importante dei docenti di matematica della facoltà era Emil Post, un famoso logico. Apparteneva alla scuola di Turing e Church — logica matematica, computabilità — che era molto «di moda» al tempo. Era la fine degli anni Quaranta. Post era un tipo molto interessante. Feci solo un corso con lui, funzioni di variabili reali — misura, integrazione, ecc. L'intero corso consisteva nell'assegnare esercizi e poi chiamare gli studenti alla lavagna per presentare le soluzioni. Prende il nome di metodo di Moore — nessuna lezione, solo esercizi. Era un corso molto bello. C'erano anche altri professori eccellenti, oltre ad un gruppo molto impegnato di studenti di matematica. Socializzavamo parecchio. C'era un tavolo nel refettorio noto come tavolo dei matematici. Fra un corso e l'altro ci sedevamo lì a mangiare il gelato e . . .

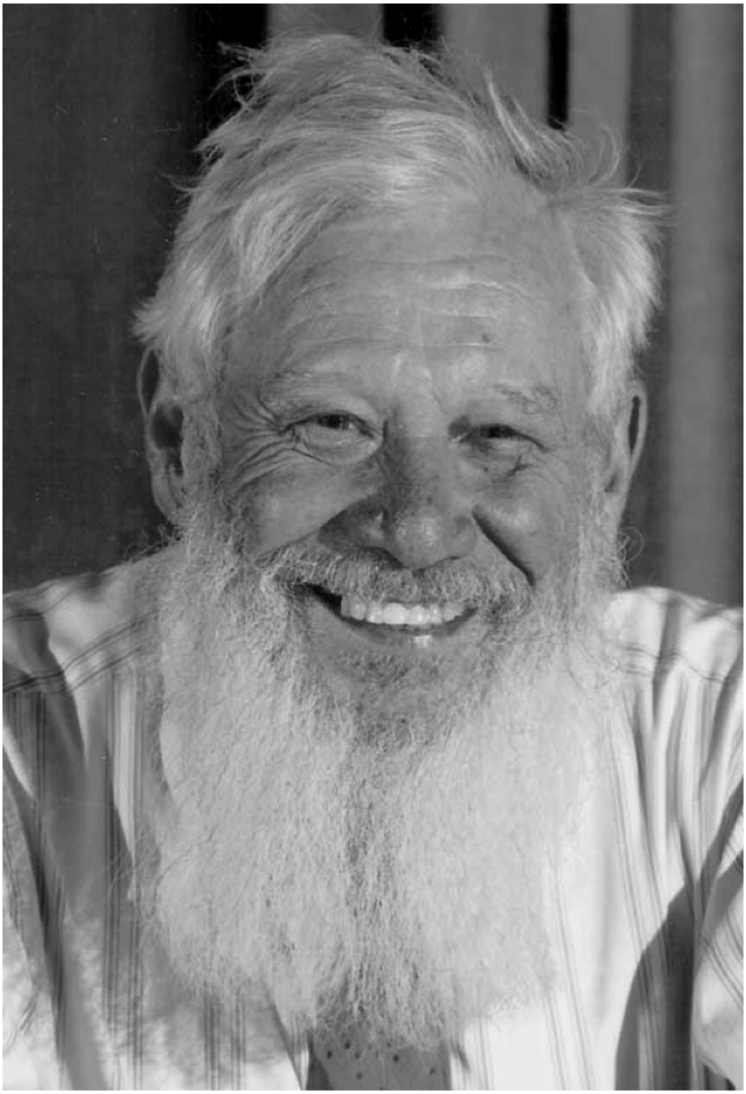

Fig. 1. – Bob Aumann, intorno all'anno 2000

. . . si parlava della topologia delle ciambelle?

Esatto, quel tipo di cose. Giocavamo spesso a scacchi, parlavamo molto di matematica. Organizzavamo i nostri seminari, avevamo un club di matematica. Sono usciti importanti matematici da là — il Jack

Schwartz di Dunford e Schwartz, Leon Ehrenpreis, Alan Shields, Leo Flatto, Martin Davis, D.J. Newman. Fu un'esperienza molto intensa. Dopo la laurea proseguii per il MIT, dove feci un dottorato in topologia algebrica con George Whitehead.

Permettimi di dire una cosa che mi ha molto emozionato riguardo alla mia tesi. Quando ero uno studente universitario lessi molto di teoria dei numeri, analitica e algebrica. Quello che mi affascina della teoria dei numeri è che usa metodi estremamente profondi per affrontare problemi che sono, in un certo senso, molto «naturali» e anche semplici da formulare. Un bambino delle elementari può intuire il senso dell'ultimo Teorema di Fermat, ma ci vogliono metodi molto avanzati per dimostrarlo. Uno studente capisce cosa è un numero primo, ma comprendere la distribuzione dei numeri primi richiede la teoria delle funzioni di variabile complessa; essa è strettamente legata all'ipotesi di Riemann che, solo per essere formulata, richiede almeno due o tre anni di matematica a livello universitario e che rimane tuttora non dimostrata. Un altro aspetto interessante della teoria dei numeri era la sua completa inutilità — pura matematica che più pura non si può.

Al dottorato seguii le eccellenti lezioni di topologia algebrica tenute da George Whitehead. Lui non parlava molto di nodi, ma io ne avevo sentito parlare e mi affascinavano. I nodi sono come la teoria dei numeri: i problemi sono molto semplici da formulare e anche un bambino può capirli; e sono molto naturali, hanno una semplicità e immediatezza che è ancora più grande di quella dei numeri primi o dell'ultimo teorema di Fermat. Ma è molto difficile dimostrare qualunque cosa su di essi; sono necessari metodi complessi di topologia algebrica. E, come la teoria dei numeri, la teoria dei nodi era completamente, totalmente inutile.

Per questo ero attratto dai nodi. Andai da Whitehead e gli dissi: «Voglio fare la tesi di dottorato con lei, per favore mi dia un problema. Ma non uno qualsiasi; per favore mi dia un problema aperto in teoria dei nodi.» E lui me lo diede; mi assegnò un problema famoso e molto difficile — «l'asfericità» dei nodi — che era aperto da venticinque anni e aveva resistito ad ogni tipo di sforzo organizzato per risolverlo.

Sebbene non avessi risolto quel problema, riuscii a trovare la soluzione di un caso speciale. Enunciare in modo completo il mio risultato per un profano non è facile, ma esso ha un'interessante implicazione che anche un bambino può capire e che non era nota prima del mio lavoro: i nodi alternati non «si staccano», non possono essere separati.

Così avevo raggiunto il mio scopo — avevo fatto qualcosa che (i) era la risposta ad una domanda «naturale», (ii) era facile da formulare, (iii) aveva una dimostrazione complessa e difficile e (iv) era assolutamente inutile, pura matematica che più pura non si può.

Fu nell'autunno del 1954 che ebbi l'idea cruciale che rappresentò la chiave della dimostrazione. La tesi fu pubblicata negli *Annals of Mathematics* nel 1956 [1], ma la dimostrazione era per lo più completata nell'ottobre del 1954. Poco tempo dopo i miei interessi di ricerca si allontanarono dalla teoria dei nodi e si rivolsero alle aree di cui mi sono occupato fino ad oggi.

Questo è il Primo Atto della storia. E ora, il sipario si alza sul Secondo Atto — cinquant'anni dopo, quasi giusto giusto. Sono le dieci di sera e il telefono suona. È mio nipote Yakov Rosen. Yakov frequenta il secondo anno di medicina. «Nonno,» dice, «posso approfittare del tuo sapere? Stiamo studiando i nodi. Non li capisco e secondo me neanche il nostro insegnante. Per esempio, mi potresti spiegare cosa sono esattamente gli indici di allacciamento (*linking numbers*)?» «E perché studi i nodi?» gli chiedo, «Cosa hanno a che fare i nodi con la medicina?» «Beh,» dice Yakov, «qualche volta il DNA di una cellula si annoda. A seconda delle caratteristiche del nodo, questo può causare un tumore. Per questo dobbiamo capire i nodi.»

Ero stupefatto. Cinquant'anni dopo, «l'assolutamente inutile» — il «più puro dei puri» — si insegna al secondo anno di medicina e mio nipote lo sta studiando. Ho invitato Yakov a passare da me e gli ho parlato dei nodi, degli indici di allacciamento e della mia tesi.

...

Bene, adesso che siamo tutti avviluppati nei nodi, sciogliamoci e proseguiamo. Hai fatto il dottorato in topologia algebrica al MIT e poi?

Poi, per il mio post-dottorato, sono entrato in un gruppo di ricerca

Fig. 2. – Bob Aumann con i suoi parenti stretti, Gerusalemme, 10 ottobre 2005.

operativa a Princeton. Questa era una svolta piuttosto radicale perché la topologia algebrica è all'estremo della matematica pura e la ricerca operativa è molto applicata. Eravamo un piccolo gruppo di circa dieci persone al *Forrestal Research Center*, che è affiliato all'Università di Princeton.

A quel tempo ricerca operativa e teoria dei giochi erano strettamente collegate. Ci scommetto che questo è come hai …

… incominciato ad interessarmi alla teoria dei giochi, esattamente. C'era un problema su come difendere una città da uno squadrone di aerei, molti dei quali sono falsi bersagli — non trasportano armi — ma di cui una piccola percentuale trasporta armi nucleari. Il progetto era sponsorizzato dai Bell Labs, che stavano sviluppando un missile da difesa.

Al MIT avevo incontrato John Nash, che vi arrivò nel 1953 dopo aver fatto il dottorato a Princeton. Io ero uno studente anziano di dottorato e lui era un *Moore instructor*, un prestigioso incarico di docenza per giovani matematici. Quindi era poco più vecchio di me, scientificamente e anche cronologicamente. Ci conoscevamo piuttosto bene e da lui avevo sentito parlare di teoria dei giochi. Uno dei problemi su cui discutevamo era quello dei duelli — duelli silenziosi, duelli con «rumore», e così via. Fu così che quando arrivai a Princeton, sebbene non sapessi più di tanto di teoria dei giochi, ne avevo già sentito parlare; e quando ci fu assegnato questo problema dai Bell Labs, fui in grado di dire che suonava un po' come ciò che Nash andava dicendo e che si poteva esaminare da quel punto di vista. Così incominciai a studiare la teoria dei giochi; il resto è storia, come si usa dire.

Hai incominciato a leggere di teoria dei giochi a quel punto?

Lessi giusto il minimo necessario per affrontare il problema.

Chi erano i teorici dei giochi a Princeton a quel tempo? Eri in rapporto con loro?

Ero spesso in contatto con il dipartimento di Matematica di Princeton. A quel tempo ero soprattutto interessato ad interagire con i teorici dei nodi; questi includevano John Milnor e, naturalmente, R. H. Fox, che era il sommo sacerdote della teoria dei nodi. Ma avevo anche rapporti con i teorici dei giochi, fra cui c'erano Milnor — che era sia un teorico dei nodi sia un teorico dei giochi — Phil Wolfe e Harold Kuhn. Shapley era già a RAND; non ebbi contatti con lui se non in seguito.

Nel 1956 arrivai alla Hebrew University. Poi, nel 1960–61, andai in sabbatico a Princeton, con la combriccola di Oskar Morgenstern, l'*Econometric Research Program.* Questo programma era associato al dipartimento di Economia, ma passai anche un bel po' di tempo a Fine Hall, nel dipartimento di Matematica.

...

Hai incontrato von Neumann?

Io ho incontrato lui ma, in un certo senso, lui non ha incontrato me. Ci presentarono ad un conferenza di teoria dei giochi nel 1955, due anni prima che morisse. Io dissi, «Buongiorno prof. von Neumann» e lui fu molto gentile, ma non penso che si ricordasse di me dopo. A meno che non fosse ancora più straordinario di quanto tutti dicessero. Io ero un giovane e lui era una grande star.

Ma Morgenstern l'ho conosciuto molto, molto bene. Era eccezionale. Sai, talvolta vengono fatti commenti denigratori su Morgenstern, in particolare sui suoi contributi alla teoria dei giochi. Una di queste battute irriverenti è che il contributo più grande di Morgenstern alla teoria dei giochi è von Neumann. Permettimi di dire, magari è vero — ma questo è un contributo enorme. L'abilità di Morgenstern di individuare le persone ed il loro potenziale era immensa e grandiosa, era magnifica. Lui riconobbe l'importanza, dal punto di vista economico, del lavoro di persone come von Neumann e Abraham Wald e riuscì a coinvolgerli attivamente. Identificò le capacità potenziali di molti altri; solo nell'anno in cui fui nel suo gruppo c'erano anche Clive Granger, Sidney Afriat e Reinhard Selten.

Morgenstern aveva le sue idee e le sue opinioni e il suo importante filone di ricerca in teoria dei giochi, di cui faceva parte la soluzione di von Neumann e Morgenstern ai giochi cooperativi. E aveva capito l'importanza del teorema di minmax per l'economia. Uno dei suoi grandi pregi era che, anche quando non era d'accordo con qualcuno su una questione scientifica, non lasciava che questo interferisse con la partecipazione al gruppo di questa persona e con la promozione del suo lavoro.

Per esempio, non gli piaceva l'idea della concorrenza perfetta così come non amava il *core*; pensava che la concorrenza perfetta fosse un miraggio, che quando ci sono tanti giocatori la concorrenza perfetta *non* necessariamente emerge. E, a dire il vero, se si applica la soluzione di von Neumann e Morgenstern a mercati con molti agenti, non si giunge alla concorrenza perfetta — questo è un risultato della tua tesi di dottorato, Sergiu. Ma anche se pensava che cose come l'equivalenza del *core* fossero errate, era lo stesso felice e disposto a sostenere le persone che lavoravano in quella direzione.

A Princeton conobbi anche Frank Anscombe . . .

. . . con il quale tu hai scritto un articolo ben noto e che ha avuto grande influenza . . . [3]

. . . e che nacque allora. A quei tempi, la definizione accettata di probabilità soggettiva era quella di Savage. Anscombe teneva un corso sui fondamenti della probabilità; dava molto rilievo alla teoria di Savage che era abbastanza nuova per allora. Il libro di Savage era stato pubblicato nel 1954, aveva solo sei anni. Come risultato di quel corso, Anscombe ed io formulammo questa definizione alternativa che fu pubblicata nel 1963.

. . .

Hai accennato a qualcosa su cui vorrei tornare: l'articolo di Milnor–Shapley sui giochi oceanici. Questo ti ha condotto ad un altro dei tuoi maggiori lavori, «Mercati con un continuo di agenti» [4]: *rappresentare la concorrenza perfetta con un continuo.*

Come ho già detto, nel 1960-61 l'articolo «Oceanic games» di Milnor-Shapley mi incuriosì. Tratta i giochi con un oceano — oggi diciamo un continuo — di piccoli giocatori e pochi grandi giocatori, quest'ultimi da loro chiamati atomi. Poi, nell'autunno del 1961, alla conferenza a cui parteciparono Kissinger e Lloyd Shapley, Herb Scarf fece una presentazione sui mercati con molti agenti, ciascuno trascurabile *(large markets).* Aveva un'infinità numerabile di giocatori. Prima ancora, nel 1959, Martin Shubik aveva pubblicato un lavoro dal titolo «Edgeworth market games» in cui metteva in relazione il *core* di un gioco di mercato con molti agenti e l'equilibrio concorrenziale. Il modello di Scarf non era pienamente soddisfacente e Herb ne era consapevole; più tardi, lui e Debreu ne diedero una versione nettamente migliore, nel loro articolo del 1963 sulla *International Economic Review.* La loro conclusione principale era che, sotto opportune ipotesi, il *core* di un'economia con molti agenti è vicino alla soluzione concorrenziale, cioè al risultato a cui si giunge con la legge della domanda e dell'offerta. Ascoltai la presentazione di Scarf e, come ho detto, la formulazione non era soddisfacente. La misi insieme al risultato di Milnor e Shapley sui giochi oceanici e mi accorsi che *quello* doveva essere il modo corretto di trattare la situazione: un continuo, non l'infinito numerabile che stava usando Scarf. Ci volle un po' di più per mettere il tutto insieme, ma alla fine ottenni un teorema molto generale con un continuo di agenti. Richiede veramente poche ipotesi e non è un risultato asintotico. Semplicemente dice che il *core* di un gioco con un continuo di agenti *coincide* con l'insieme dei risultati concorrenziali. Fu pubblicato su *Econometrica* nel 1964 [4].

Certamente l'introduzione dell'idea del continuo nella teoria economica si è dimostrata indispensabile per l'avanzamento della disciplina. Così come nella maggior parte delle scienze naturali, permette un'analisi precisa e rigorosa, che senza questa idea sarebbe stata molto difficile, se non impossibile.

Il continuo è un'approssimazione della «vera» situazione in cui il numero degli agenti è grande ma finito. Lo scopo dell'approssimazione continua è di rendere disponibili i metodi potenti ed eleganti di quel capitolo della matematica noto come «analisi,» in una situazione dove lo studio con metodi discreti sarebbe molto più difficile, se non irrealizzabile — si pensi di studiare la meccanica dei fluidi risolvendo problemi con n corpi per n grande.

Il continuo è il modo migliore per incominciare a capire cosa succede. Una volta che si sa, si possono fare approssimazioni e si possono ottenere risultati asintotici.

Sì, queste approssimazioni con mercati finiti diventarono un argomento caldo fra la fine degli anni Sessanta e l'inizio dei Settanta. L'articolo del 1964 fu seguito da un articolo del 1966 su *Econometrica* [7] che trattava l'esistenza degli equilibri competitivi nei mercati continui; nel 1975 fu pubblicato, anch'esso su *Econometrica* [9], un articolo sul valore di questi mercati. In seguito ci furono altri miei lavori che usavano il continuo, con o senza coautori, e lavori di Werner Hildebrand, della sua scuola e di molti, molti altri.

...

Un altro dei tuoi contributi più noti è il concetto di equilibrio correlato [8]. *Come arrivò?*

Gli equilibri correlati assomigliano agli equilibri di Nash in strategie miste, eccetto che le scelte casuali dei giocatori non devono essere necessariamente indipendenti. Francamente, non sono veramente sicuro su come tutto sia iniziato. È probabilmente collegato ai giochi ripetuti e, indirettamente, alla selezione degli equilibri di Harsanyi e Selten. Queste idee erano nell'aria alla fine degli anni Sessanta, specialmente negli incontri veramente vivaci del gruppo di Mathematica ACDA (*Arms Control and Disarmament Agency*). Nella Battaglia dei Sessi, per esempio, se devi scegliere *un* equilibrio, allora deve essere quello misto, che è peggiore per *entrambi* i giocatori di *ciascuno* dei due equilibri in strategie pure. Ma allora dici: «Ehi, lanciamo una moneta per decidere quale dei due equilibri in strategie pure giocare.» Una volta che la moneta è stata lanciata, conviene ad entrambi i giocatori conformarsi all'equilibrio selezionato; l'intero processo, incluso il lancio della moneta, è un equilibrio. Ed esso è molto meglio dell'unico equilibrio in strategie miste, perché garantisce che il ragazzo e la ragazza si incontrino sicuramente — o alla boxe o al balletto — mentre nell'equilibrio in strategie miste può succedere che vadano in posti diversi.

Con i giochi ripetuti uno ottiene risultati simili alternando: una sera si va a vedere la boxe, la successiva il balletto. Naturalmente, così si ottiene solo l'involucro convesso degli equilibri di Nash.

Questo è abbastanza semplice. Il passo successivo lo è di meno. Si tratta di considerare giochi a tre persone in cui due dei tre giocatori si alleano contro il terzo — si correlano «contro» di lui, per intenderci [8, Esempi 2.5 e 2.6]. Questo ci conduce *fuori* dall'involucro convesso degli equilibri di Nash. Scrivendo questo in modo formale, mi accorsi che le stesse definizioni si applicano anche ai giochi a due persone; anche lì si può finire fuori dall'involucro convesso degli equilibri di Nash.

Perciò gli equilibri correlati si presentano quando i giocatori ricevono segnali che non sono necessariamente indipendenti.

Parlando di segnali ed informazione — che dire della conoscenza comune e dell'articolo «Essere d'accordo di non essere d'accordo»?

L'articolo originale sugli equilibri correlati discuteva anche «l'equilibrio soggettivo» in cui giocatori diversi attribuiscono probabilità differenti allo stesso evento. Differenze nelle probabilità possono sorgere da informazioni diverse; ma allora, se un giocatore viene a sapere che la probabilità di un altro giocatore non è uguale alla propria, potrebbe volerla aggiornare. Non è chiaro se questo processo di revisione conduca necessariamente alle stesse probabilità. Questa domanda era sollevata — e lasciata aperta — in [8, sezione 9j]. A dire il vero, anche la formulazione della domanda era piuttosto oscura.

La discussi con Arrow e Frank Hahn durante un'estate all'IMSSS nei primi anni Settanta. Ricordo esattamente il momento. Eravamo seduti nel piccolo ufficio di Frank Hahn al quarto piano di Encina Hall a Stanford, allora sede del dipartimento di Economia. Stavo cercando di fare progressi sul problema — non la sua soluzione, semplicemente la formulazione. Discutendone con gli altri — descrivendo loro la questione — in qualche modo la misi a fuoco e la chiarii. Ritornai nel mio ufficio, mi sedetti e continuai a pensare. Improvvisamente tutto mi fu chiaro in un lampo — la definizione di conoscenza comune, la caratterizzazione in termini di partizioni di informazione e il teorema sull'accordo: grosso modo, che se le probabilità di due individui per un evento sono conoscenza comune allora esse *devono* essere uguali. Ci vollero ancora un paio di giorni per ottenere una dimostrazione coerente e per scriverla. La dimostrazione sembrava abbastanza semplice. Il tutto — definizione, formulazione, dimostrazione — si riduceva a meno di una pagina.

In realtà, sembrava così semplice da non essere nemmeno degno di pubblicazione. Tornai indietro e lo raccontai ad Arrow e Hahn. All'inizio Arrow non voleva crederci ma si convinse quando vide la dimostrazione. Gli confidai i miei dubbi sulla pubblicazione. Lui mi incoraggiò fermamente a pubblicarlo — così feci [10]. Divenne uno dei miei due lavori più citati.

Sei o sette anni dopo, appresi che il filosofo David Lewis aveva già definito il concetto di conoscenza comune nel 1969 e, sorprendentemente, aveva usato lo stesso nome. Naturalmente è fuori discussione che Lewis mi abbia preceduto. Lui, però, non aveva il teorema di accordo.

...

Parliamo adesso della Hebrew University, dove sei arrivato nel 1956 e dove sei stato da allora in poi.

Ti dirò una cosa. La teoria dei giochi matematica è un ramo della matematica applicata. Quando ero studente, la matematica applicata era tenuta in scarsa considerazione da molti matematici puri. Arricciavano il naso guardando dall'alto in basso.

A quel tempo la maggior parte delle applicazioni erano nel campo della fisica.

Anche quelle — idrodinamica e quel tipo di cose — erano disprezzate. Adesso non è più così, e oramai non lo è più da un certo tempo, ma alla fine degli anni Cinquanta, quando arrivai alla Hebrew University, questa era ancora la consuetudine nel mondo della matematica. Alla Hebrew University non provai nessun senso di inferiorità da questo punto di vista, e neppure da altri. La teoria dei giochi era accettata come qualcosa di meritevole ed importante. Infatti, Aryeh Dvoretzky, che contribuì a portarmi qui e Abraham Fränkel (quello della teoria degli insiemi di Zermelo–Fränkel) che era direttore del dipartimento di Matematica, di sicuro la apprezzavano. Era uno dei motivi per cui mi vollero qui. Dvoretzky stesso aveva scritto qualche lavoro in teoria dei giochi.

...

So che questo non ha attinenza con il nostro discorso ma voglio chiedertelo ora. Tu sei un uomo profondamente religioso.

Come si colloca questo fatto in una visione razionale del mondo? Come riesci a conciliare la scienza e la religione?

Come hai detto tu, questo non è pertinente, ma risponderò lo stesso. Prima di rispondere direttamente, permettimi di dire che la visione scientifica del mondo è veramente solo nelle nostre teste. Quando ci rifletti con attenzione, essa non è qualcosa che esiste nel mondo reale. Per esempio, prendi l'affermazione «la terra è rotonda». Sembra un'affermazione molto semplice che deve essere vera o falsa. La terra è rotonda oppure non lo è; può darsi che sia quadrata o ellittica o altro. Ma quando ci pensi meglio, è un'affermazione molto complessa. Che cosa significa essere rotonda? Significa che c'è un punto — il «centro» della terra — tale che ogni punto sulla superficie della terra è alla stessa distanza dal centro di ogni altro punto sulla sua superficie. Ora, questo già suona leggermente complicato. Ma la complessità è solo cominciata. Che cosa significa esattamente uguale distanza? Per definirlo occorre il concetto di distanza fra due punti. Questo concetto è già abbastanza difficile quando stiamo parlando di una palla che possiamo tenere fra le mani; richiede di prendere un righello e di misurare la distanza fra due punti. Ma se stiamo parlando della terra è ancora più arduo, perché non c'è modo di misurare la distanza fra il centro della terra e la sua superficie con un righello. Intanto, non possiamo individuare il centro. E anche se potessimo farlo, non lo potremmo raggiungere. E certamente non saremmo in grado di trovare un righello abbastanza lungo. Perciò dobbiamo usare qualche teoria complessa per dare a tutto ciò un significato concreto. Anche quando abbiamo quattro punti e diciamo che la distanza fra A e B è la stessa di quella fra C e D, le cose sono abbastanza complicate. Può darsi che il righello cambi. Stiamo usando un'intera grande teoria, una grande collezione di idee, al fine di attribuire un significato all'affermazione molto semplice, semplicissima, che la terra è rotonda.

Non fraintendermi. Siamo tutti d'accordo che la terra è rotonda. Ciò che sto dicendo è che la rotondità della terra è un concetto che è nelle nostre menti. È il prodotto di un insieme molto complesso di idee e le idee sono nella testa delle persone. Così, il modo in cui io penso alla scienza, e anche a cose più semplici, è quello di entità che sono nelle nostre menti; ciò vale ancora di più per nozioni come la gravitazione, l'energia emessa da una stella o addirittura il concetto di «specie». Certo, siamo tutti membri della specie *homo sapiens.* Ma che cosa significa? Ovviamente siamo diversi. La mia barba è molto più lunga della tua. Cosa vuol dire specie? Che preciso significato può avere dire che «Bob Aumann» è seduto qui? È lo stesso Bob Aumann di cinque minuti fa? Queste sono idee molto difficili. L'identità, tante cose a cui pensiamo banalmente ogni giorno, sono idee veramente complesse che sono nelle nostre teste; non esistono davvero là fuori. La scienza è costruita per soddisfare certi bisogni della nostra mente. Descrive *noi.* Ha certamente una relazione con il mondo reale ma questa relazione è molto, molto complessa.

Detto ciò, arrivo alla tua domanda. La religione è molto diversa dalla scienza. La parte principale della religione non riguarda il nostro modello del mondo reale. Sto usando a proposito la parola «modello». La religione è un'esperienza — principalmente emotiva ed estetica. Non si riferisce al fatto che la terra abbia 5.765 anni. Quando suoni il piano, quando scali una montagna, contraddici le tue fatiche scientifiche? Ovviamente no. Le due cose sono quasi — sebbene non proprio — ortogonali. Arrampicarsi, sciare, danzare, crescere i figli — facciamo un sacco di cose che sono ortogonali al nostro impegno scientifico. Questo avviene anche con la religione. Non si contraddice, è ortogonale. Certamente, credere è una parte importante della religione; ma nella scienza abbiamo un certo modo di pensare a come è il mondo e nella religione abbiamo un modo diverso di pensarci. Queste due cose coesistono fianco a fianco, senza conflitti.

Un mondo popolato da giocatori razionali è compatibile con la prospettiva religiosa?

Certo. La religione attribuisce molta importanza alla convivenza fra uomini. Un grosso pezzo della religione è essere buoni verso le altre persone. Possiamo capire questo fatto nel contesto religioso per ciò che è, possiamo capirlo scientificamente nel senso dei giochi ripetuti che abbiamo discusso prima e possiamo capirlo dal punto di vista evoluzionistico. Questi sono modi diversi di capire un fenomeno, non c'è contraddizione. Persone completamente razionali possono essere profondamente religiose; la religione esprime altre predisposizioni.

Questo si applica alle interazioni fra persone. Ma non pensi che ci sia, in un certo senso, un giocatore in più, che potremmo chiamare Divinità, che non possiamo capire con la razionalità, un altro giocatore condotto da motivi non razionali?

La mia risposta è che ogni giocatore deve preoccuparsi delle proprie azioni. Discutendo delle leggi, delle norme che regolano la nostra vita, il Talmud talvolta dice che una certa azione non è punibile dai tribunali degli uomini, ma è punita dal Cielo, e poi discute le punizioni nei dettagli. In questo tipo di discussione, qualche volta c'è chi dice: «Noi possiamo solo indicare, per questa o quell'azione, quale sarà la reazione dei tribunali degli uomini. Non possiamo imporre al Cielo come reagire e pertanto è inutile che ne parliamo.» Questo chiude la discussione. In quanto persona religiosa, devo chiedere a me stesso come *io* mi comporterò. Non posso disquisire sulla razionalità o irrazionalità della Divinità.

Il punto non è la razionalità o l'irrazionalità di quel giocatore, della Divinità, ma come essa influenza ciò che gli altri giocatori faranno e in che modo i giocatori razionali possono tenerne conto. Permettimi di semplificare al massimo. Come dici, non sappiamo cosa il Cielo farà; ma come possiamo prendere decisioni razionali senza saperlo?

Non sappiamo che cosa farà il Cielo, ma abbiamo delle regole di condotta. Abbiamo il Pentateuco, la Torah, il Talmud.

...

Un'altra area di cui, ultimamente, ti sei occupato molto è quella che riguarda la biologia e l'ecologia evoluzionistica. Vuoi dire qualcosa in proposito?

Il collegamento fra evoluzione e teoria dei giochi è stato uno degli sviluppi più profondi degli ultimi trenta o quaranta anni. È uno dei maggiori progressi dopo i vasti contributi economici degli anni Sessanta, i quali furono soprattutto nella teoria dei giochi cooperativi. In effetti, precede l'esplosione della teoria dei giochi non cooperativi degli anni Ottanta e Novanta.

Accade che c'è un forte, fortissimo collegamento fra l'equilibrio nella popolazione e l'equilibrio di Nash — l'equilibrio strategico — nei giochi. Nei due ambiti appaiono le stesse formule matematiche ma con interpretazioni completamente diverse. Nell'interpretazione strategica della teoria dei giochi ci sono giocatori e strategie, pure e miste. Nel caso di due giocatori, per ogni coppia di strategie, ciascun giocatore ottiene un risultato e c'è un equilibrio strategico. Nel contesto evoluzionistico, i giocatori sono sostituiti dalle popolazioni, le strategie dai geni, le probabilità delle strategie miste dalle proporzioni delle popolazioni e i risultati da ciò che prende il nome di *fitness,* che è la propensione a riprodursi. Potrebbe esserci una popolazione di fiori ed una di api. Potrebbe esserci un gene che, nei fiori, corrisponde ad un tubo del nettare lungo ed un altro gene che, nelle api, corrisponde ad una lunga proboscide. Allora, l'incontro fra questi due è benefico sia per il fiore sia per l'ape. L'ape riesce a bere il nettare e quindi vola da un fiore all'altro e li impollina.

Che cosa significa «benefico»? Significa che sia il fiore sia l'ape si riprodurranno di più. La situazione è in equilibrio se le proporzioni di geni di ciascun tipo, in ciascuna popolazione, si conservano. Formalmente questo non è altro che un equilibrio strategico nel gioco corrispondente.

Questo risultato ha avuto un'influenza enorme sulla teoria dei giochi, sulla biologia e sulla teoria economica. È un modo di pensare ai giochi che trascende la biologia; è un modo di rappresentare il comportamento delle persone come caratteristiche personali che sopravvivono o si estinguono, proprio come in biologia. Non è una questione di scelta intenzionale. Mentre la consueta, precedente interpretazione dell'equilibrio di Nash è quella di scelta deliberata, di massimizzazione consapevole. Questo si collega con ciò che dicevamo prima, cioè al fatto che la razionalità delle regole è una migliore interpretazione dei concetti della teoria dei giochi della razionalità degli atti. (1)

Forse è arrivato il momento di chiederti che cosa è la teoria dei giochi?

La teoria dei giochi è lo studio delle interazioni da un punto di vista razionale. Anche se la razionalità non è necessariamente consapevole, essa è sempre in sottofondo. È un'interpretazione di ciò che vediamo nel mondo da una prospettiva razionale.

In altre parole, ci chiediamo che cosa è meglio che faccia una persona quando ci sono altre persone, altri decisori, altre entità che stanno anch'esse ottimizzando le loro decisioni? La teoria dei giochi è l'ottimizzazione delle scelte in presenza di altri individui con obiettivi differenti.

...

La Game Theory Society è stata costituita nel 1999. Tu sei stato il primo presidente, quello fondatore, fino al 2003. A questo punto dovresti avere un'idea molto precisa di che cosa sono la teoria dei giochi e la Game Theory Society.

La teoria dei giochi è diventata una grande disciplina, o meglio una grande *interdisciplina*. È tempo di avere uno strumento per riunire i teorici dei giochi, in tutti i sensi. Conferenze, giornali, internet. Mentre discutevo la mia formazione, ho accennato che al City College c'erano un paio di tavoli riservati agli studenti di matematica più motivati. Le persone arrivavano fra una lezione e l'altra, si sedevano, prendevano

(1) In questa stessa intervista, in una risposta che noi non abbiamo riprodotto, il prof. Aumann aveva affermato che: «Razionalità delle regole significa che le persone sviluppano regole di condotta, in base alle quali decidono come comportarsi generalmente, e ottimizzano queste *regole.* Non ottimizzano ogni singola decisione». N.d.D.

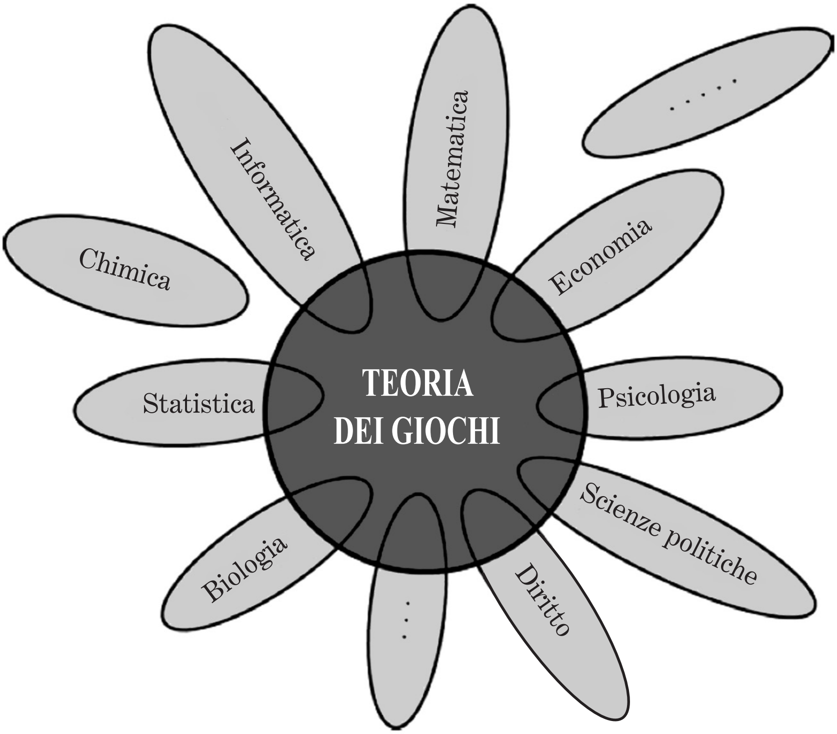

Fig. 3. – La fioritura della teoria dei giochi.

un gelato e parlavano di matematica. La *Game Theory Society* è il tavolo della teoria dei giochi nel refettorio che si chiama mondo. È un posto in cui le persone possono discutere di teoria dei giochi e scambiarsi idee, in vari sensi e in diversi modi.

…

Abbiamo parlato di varie tappe della tua vita. Oltre al City College, MIT, Princeton e la Hebrew University, hai passato molto tempo, nel corso degli anni, in altri posti: Yale, Stanford, CORE e, ultimamente, Stony Brook.

Forse il più importante di tutti questi posti è Stanford, in particolare l'IMSSS, l'*Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences*

Fig. 4. – Al Convegno GAMES 1995 in onore del sessantacinquesimo compleanno di R. J. Aumann, Gerusalemme, Giugno 1995. Da sinistra a destra: Abraham Neyman, Bob Aumann, John Nash, Reinhard Selten, Ken Arrow, Sergiu Hart.

— *Economics.* L'Istituto è stato gestito da Mordecai Kurz per venti grandiosi anni, dal 1971 al 1990. La sua maggiore attività era il convegno estivo, che durava dalle sei alle otto settimane. Si riunivano le migliori menti della teoria economica. Un bel po' di bella teoria economica fu creata all'IMSSS. Gli incontri erano informali, inizialmente solo al martedì e al giovedì, con l'intera mattina dedicata ad un solo relatore e una o due presentazioni nel pomeriggio, non di più. In seguito, anche i mercoledì mattina divennero parte del programma ufficiale. Tutto il resto del tempo era dedicato a scambi informali fra i partecipanti. Kenneth Arrow era un'istituzione. Così come Frank Hahn. E naturalmente Mordecai. Partecipai ogni anno durante quel periodo.

Era un posto straordinario. Mordecai comandava una ciurma molto selezionata. Un anno mise addirittura delle guardie alle porte dei seminari per evitare che entrassero persone non invitate. Ma si accorse da solo che questo era un po' troppo, quindi lo fece solo per un'estate.

Un altro aneddoto di quel periodo è questo: Arrow era in vacanza alle Hawaii all'inizio di luglio dell'anno successivo al suo premio Nobel e non si presentò alla prima sessione estiva. Mordecai lo stanò, gli telefonò e gli disse: «Kenneth, cosa pensi di fare? Dovresti essere con noi; sali sul prossimo aereo e vieni qui o saranno guai.» Già la temerarietà della richiesta era sorprendente, ma lo fu ancora di più il fatto che Arrow arrivò. Cancellò il resto della vacanza e venne a prendere il suo posto nel seminario.

L'IMSSS ebbe un'influenza enorme nella produzione di teoria economica in quei due decenni. Ed influì molto anche sulla mia carriera. Alcuni dei miei lavori migliori furono fatti in quei vent'anni — molti dei quali con spunti fondamentali dai seminari estivi all'IMSSS. Sempre in quei vent'anni trascorsi due interi anni sabbatici a Stanford, nel 1975–76 e nel 1980–81. Questa fu una parte molto importante della mia vita. I miei figli dicevano che la California era la loro seconda casa. Trascorrerci l'estate per venti anni, e anche due inverni, mi ha veramente permesso di apprezzare la California totalmente. Più tardi, negli anni Novanta, passammo ancora un paio di settimane a Stanford durante l'estate. Dissi a mia moglie che c'era un amico che non avevo visto per un anno. Mi chiese chi era e le risposi:«La Sierra Nevada, le montagne.» Eravamo in California già da un paio di settimane e non eravamo ancora andati sulle montagne. Ci andammo ed era una giornata bellissima, come sempre. Tante volte in quegli anni ci svegliavamo alle 3 o alle 4 della mattina, con la macchina ci dirigevamo ad est verso le bellissime montagne della Sierra e vi trascorrevamo l'intera giornata, dalle sette o otto della mattina fino alle nove di sera. Poi tornavamo indietro e arrivavamo a Palo Alto verso l'una; esausti, ma profondamente appagati. Ci arrampicavamo, passeggiavamo, nuotavamo, sciavamo.

La Sierra Nevada è veramente meravigliosa. Ho viaggiato in tutto il mondo, ma non ho mai trovato un posto così, specialmente per i laghi. Ci sono montagne più grandiose, ma la quantità e la varietà di laghi di montagna della Sierra è incredibile. Ho pensato di aggiungere anche questo, anche se non ha niente a che vedere con la teoria dei giochi.

. . .

Questo potrebbe essere il punto giusto per chiederti quali sono le persone che, in retrospettiva, hanno influenzato di più la tua vita.

Prima di tutto la mia famiglia: genitori, fratello, moglie, figli e nipoti. Il mio bisnipote non ha ancora influito in modo specifico e importante su di me; ha solo un anno e mezzo. Ma anche lui lo farà. I miei studenti mi hanno enormemente influenzato. Anche tu. Tutti i miei insegnanti. Oltre a questo, dovendo scegliere una persona nella famiglia, una sola: mia madre, che era una persona straordinaria. Si laureò in Inghilterra nel 1914, una cosa assolutamente non comune per una donna a quei tempi. Era una nuotatrice di fondo da podio, cantava i *lieder* di Schubert accompagnandosi al pianoforte, iniziò noi bambini alla musica, alla lettura e all'osservazione della natura. Camminavamo per le strade mentre lei ci insegnava i nomi degli alberi. Di notte guardavamo il cielo e lei ci faceva imparare i nomi delle costellazioni. Quando avevo dodici anni, iniziammo a leggere insieme «Una storia di due città» di Dickens — fino a quando il libro mi prese e corsi avanti da solo. Da quel punto in poi divenni un lettore vorace. Mi introdusse addirittura all'epistemologia interattiva; guarda alla filastrocca popolare nel mio articolo del 1996 su *Games and Economic Behavior*. ([2]) Ci incoraggiò sempre, ci spronò a fare progressi, con garbo, in modo discreto, lasciandoci sempre prendere le nostre decisioni. Ovviamente i genitori hanno sempre un'influenza, ma lei era rara.

Ho già citato il mio insegnante di matematica al liceo — «Joey» Gansler. Dal punto di vista dell'ebraismo, l'insegnante del liceo che più mi ispirò è stato il Rabbino Shmuel Warshavchik. Trascorse gli anni della Seconda Guerra Mondiale in Cina con la Mir Yeshiva, in fuga dai

([2]) La filastrocca in rima è la seguente: *«Go to Father,» she said,/ When he asked her to wed,/ For she knew that he knew that her father was dead,/ And she knew that he knew what a life he had led,/ So she knew that he knew what she meant when she said,/ «Go to Father.»* Facciamo seguire una traduzione in rima. «Gli disse: «Da mio padre devi andare»,/ quando lui le chiese:«Mi vuoi sposare?»/ perché lei sapeva che lui sapeva che il padre era deceduto,/ e lei sapeva che lui sapeva che vita lui aveva avuto,/ perciò lei sapeva che lui sapeva che significato dare/ alla richiesta di andarlo al padre domandare.» N.d.D.

nazisti; dopo la guerra arrivò negli Stati Uniti. Esercitò un influsso enorme su di me. Mi avvicinò alla bellezza degli studi talmudici e dell'osservanza religiosa. Era ovviamente *khareidi*, una parola che è difficile da tradurre. Molti dicono ultraortodosso ma questo ha un'accezione peggiorativa che non mi piace. Letteralmente, *khareidi* significa preoccupato, allarmato, partecipe. Indica lo sforzo di vivere una vita retta e la preoccupazione di fare le cose nel modo giusto, di rispettare gli obblighi che ciascuno ha nei confronti di Dio e degli uomini. L'entusiasmo e l'intensità di Warshavchik — la luce nei suoi occhi — accesero un fuoco anche in me. Alla fine venne in Israele ed è morto ad Haifa qualche anno fa.

Un'altra persona che mi influenzò in modo piuttosto straordinario fu un giovane esercitatore di filosofia al City College, Harry Tarter. Frequentai con lui due corsi chiamati Filosofia 12 e 13 — logica, calcolo proposizionale, un po' di teoria degli insiemi.

. . .

Un altro tema di cui volevi parlare è la guerra.

Barry O' Neill, lo scienziato politico e teorico dei giochi, ha tenuto una conferenza qui alcuni mesi fa. Una cosa che ha detto durante la presentazione — che la guerra è stata con noi per migliaia di anni — mi ha fatto pensare. È profondamente vero che praticamente nulla, nella storia dell'umanità, è così costante come la guerra. Dall'alba dei tempi abbiamo sempre avuto la guerra. La guerra e la religione, queste sono le due cose che sono sempre state con noi. Una quantità enorme di energia è spesa da moltissime persone di buone intenzioni nel tentativo di evitare la guerra, risolvere i conflitti pacificamente, terminare le ostilità, e così via. Dato che la guerra è un fenomeno così imperante, nel tempo e nello spazio, in tutto il mondo, forse molti degli sforzi per impedire o porre fine alla guerra sono male indirizzati. Molti di questi sforzi mirano a risolvere conflitti specifici. Cosa possiamo fare per raggiungere un compromesso fra i cattolici della Repubblica Irlandese e i protestanti dell'Irlanda del Nord? Cosa possiamo fare per risolvere il conflitto tra indù in India e musulmani in Pakistan? Cosa possiamo fare per porre fine agli scontri tra gli ebrei e gli arabi nel Medio Oriente? Si entra sempre nei dettagli dei singoli conflitti e si trascurano i problemi più fondamentali, che sono insiti nel fatto stesso che la guerra c'è sempre stata. La guerra si basa solo apparentemente su conflitti specifici. Sembra esserci qualcosa nel modo in cui è fatta la natura umana — o se non la natura umana, allora nel modo in cui conduciamo le nostre istituzioni — che permette la guerra e, di fatto, la rende inevitabile. Anche solo guardando alla storia, data la persistenza della guerra, dovremmo forse cambiare marcia e chiederci che cosa è che causa la guerra. Invece di istituire organizzazioni di pace, iniziative di pace, organismi per studiare e promuovere la pace, dovremmo avere strutture per studiare la guerra. *Non* con l'obiettivo immediato di prevenire la guerra. Questo può venire in seguito, ma prima dovremmo capire il fenomeno.

È come combattere il tumore. Un modo è chiedersi, dato un certo tipo di tumore, cosa possiamo fare per curarlo? Chemioterapia? Radiazioni? Asportarlo? Facciamo degli studi statistici che indichino cosa funziona meglio. Questo è un modo di trattare il tumore, ed è un approccio fondamentale. Un altro modo è chiedersi semplicemente che cosa *è* il tumore? Come funziona? Non importa curarlo. Prima conosciamolo. Come comincia, come si diffonde? Quanto velocemente? Quali sono le proprietà di base di una cellula che impazzisce quando una persona ha il cancro. Studiamole. Una volta capito, forse possiamo sperare di sconfiggerlo. Ma prima di capirlo, le speranze di vincerlo sono limitate.

Quindi l'approccio standard alla guerra e alla pace è di vederle come una scatola nera. Non sappiamo come funzionano, dunque proviamo delle soluzioni ad hoc. Dici che questo non è un buon modo. Dovremmo, invece, entrare nella scatola nera; capire le radici del conflitto — non semplicemente occuparci dei sintomi.

Sì. I conflitti violenti possono essere molto difficili da debellare. Un'idea pertinente di teoria dei giochi è che, in generale, nessuna della parti conosce veramente il livello di disaccordo, il «prezzo di riserva». È come nel modello di contrattazione con informazione incompleta di Harsanyi-Selten, dove nessuno conosce il prezzo di riserva dell'altro. La strategia ottima in queste situazioni può essere di andare fino in fondo e minacciare. Se il compratore pensa che il venditore abbia un prezzo di riserva basso, egli farà un'offerta bassa, anche se in realtà sarebbe disposto a pagare molto di più. Lo stesso vale per il venditore. Così i conflitti possono avere luogo anche quando i prezzi di riserva delle parti sono compatibili. È già abbastanza brutto se il conflitto è uno sciopero; ma è ancora peggio quando diventa una guerra. Questo tipo di modello suggerisce che il conflitto può essere inevitabile o che sono necessarie istituzioni differenti per evitarlo. E se fosse davvero inevitabile, nel modo illustrato, allora sarebbe meglio capirlo. Dire che la guerra è irrazionale è un grande errore.

È come dire che gli scioperi sono irrazionali.

Sì, e che la discriminazione razziale è irrazionale (cfr. Arrow). Prendiamo tutti i mali del mondo e li liquidiamo chiamandoli irrazionali. Non necessariamente lo sono. Anche se fanno del male possono essere razionali. Dire che la guerra è irrazionale può essere un grande errore. Se la guerra è razionale, una volta che abbiamo capito che lo è, possiamo almeno cercare di affrontare il problema in qualche modo. Se semplicemente la liquidiamo come irrazionale, non possiamo nemmeno abbordarlo.

...

E ora, cosa puoi dirci di ciò che tu indichi come «collegamenti»?

Molta teoria dei giochi ha a che fare con le relazioni che oggetti diversi hanno fra di loro. Ne parlai nella mia lezione di «compleanno» del 1995 e ne parlo anche nell'introduzione alle mie opere [i].

La scienza è spesso vista come la ricerca della verità, dove quest'ultima è qualcosa di assoluto, che esiste al di fuori di chi osserva. Ma io vedo la scienza di più come il tentativo di *comprendere,* dove la comprensione è quella dell'osservatore, dello scienziato. Questa comprensione è più facile da raggiungere studiando le relazioni — relazioni fra idee diverse, relazioni fra fenomeni diversi, relazioni fra idee e fenomeni. Invece di chiedere: «Come funziona questo fenomeno?» ci chiediamo: «In che modo questo fenomeno assomiglia ad altri che ci sono familiari?» Invece di domandarci: «Questa idea ha senso?» domandiamo: «In che modo questa idea ne ricorda altre?»

L'idea delle relazioni è davvero fondamentale per la teoria dei giochi. Discipline come l'economia e la scienza della politica usano modelli diversi per analizzare il monopolio, l'oligopolio, la concorrenza perfetta, i beni pubblici, le elezioni, la formazione di coalizioni e così via. Al contrario, la teoria dei giochi usa gli *stessi* strumenti in tutte queste applicazioni. Il nucleolo corrisponde all'equilibrio concorrenziale in mercati con un continuo di agenti [4], a pesi omogenei nei parlamenti (cfr. Peleg) e alla soluzione talmudica nei giochi di bancarotta [11]. Il concetto fondamentale di equilibrio di Nash, che a priori riflette il comportamento intenzionalmente massimizzante degli agenti, è lo *stesso* equilibrio di una popolazione che si riproduce alla cieca, senza tentare di massimizzare nulla.

Il grande naturalista ed esploratore americano John Muir ha detto: «Quando guardiamo attentamente a qualunque cosa nell'universo, scopriamo che essa è collegata ad ogni altra cosa.» Anche se Muir parlava del mondo naturale, questo vale anche per le idee scientifiche — per il modo in cui *comprendiamo* il nostro universo.

E a proposito delle ipotesi in opposizione alle conclusioni?

Si discute molto nella teoria economica e nella teoria dei giochi sulla ragionevolezza o sulla correttezza delle ipotesi e degli assiomi. Questo è sbagliato. Non sono mai stato tanto interessato alle ipotesi quanto alle conclusioni. Le ipotesi non devono essere corrette; devono esserlo le *conclusioni.* Questa è una affermazione molto forte, probabilmente più estrema di ciò che veramente penso, ma voglio essere provocatorio. Quando Newton introdusse l'idea di gravità fu ridicolizzato perché non c'era nessuna corda con cui il sole trainava la terra; la gravità è un'idea risibile, un'ipotesi folle, suona pazzesca ancora oggi. Me la raccontarono quando ero bambino. Non aveva senso allora e non ce l'ha oggi; ma conduce alla risposta giusta. Nelle scienze non si guarda mai alle ipotesi ma alle conclusioni. Non mi interessa se questo o quell'assioma dell'utilità attesa, o del valore di Shapley, o della contrattazione di Nash, è o non è incontestabile. Ciò che mi interessa è se le *conclusioni* lo sono, se forniscono intuizioni interessanti, se permettono di costruire una teoria proficua, se sono testabili. Da nessun'altra parte nelle scienze si testano le ipotesi; una teoria ha successo o fallisce per la validità delle sue conclusioni, non delle sue ipotesi.

Visto che questa intervista uscirà su una rivista italiana, forse potresti dire qualcosa sulla matematica e la teoria dei giochi italiane, in particolare in relazione al tuo lavoro.

Beh, da un lato c'è naturalmente Bruno de Finetti. Non penso di averlo mai incontrato, ma ha avuto una forte influenza su Savage e le probabilità soggettive di Anscombe–Aumann derivano dal lavoro di Savage. Quindi potremmo dire che Anscombe–Aumann ha un nonno italiano. E il teorema di de Finetti sulle sequenze di variabili aleatorie scambiabili mi ha sempre colpito per la sua bellezza e l'ho usato in tante occasioni.

Più recentemente, la scuola italiana ha prodotto molto in epistemologia interattiva, dove sono stati fatti lavori eccellenti. Non citerò tanti nomi per paura di dimenticarne qualcuno. Ma permettimi di citarne due, cioè Battigalli e Siniscalchi (B&S). Ricorderai il mio articolo sul *Games and Economic Behavior* del 1995, in cui si dimostrava che, in giochi con informazione perfetta, la conoscenza comune della razionalità (CCR) implica il raggiungimento del risultato di induzione a ritroso (IR). Questo lavoro è stato oggetto di molte controversie perché la mia definizione di razionalità deve valere anche nei vertici non raggiunti. Personalmente penso che la critica non sia fondata perché ciò che si fa nei vertici raggiunti dipende da ciò che avviene in quelli non raggiunti — se vai a sinistra è perché non ti piace cosa accadrebbe se andassi a destra. Sia come sia, ci furono molte discussioni e così io e

Adam Brandenburger decidemmo di vedere se si poteva evitare questa questione e tuttavia ottenere IR. Dopo molto lavoro ci venne l'idea di sostituire la«conoscenza» — la prima C di CCR — con una nozione che chiamammo «credenza forte» (CF). Non entrerò nei dettagli, ma se si sostituisce conoscenza con credenza allora tutto diventa possibile, non ci sono più vertici che non si possono raggiungere e la critica svanisce.

Bene. L'unico guaio fu che non fummo in grado di andare oltre — ci lavorammo per otto anni ma non riuscimmo a dimostrare che CFCR implica IR.

Ed ecco che un giorno, alla fine degli anni Novanta, una bozza di B&S passa sul mio tavolo. Già allora ricevevo un sacco di posta, più di quanta ne potessi leggere. Ma qualcosa di questo lavoro catturò la mia attenzione e lo guardai. Con mia enorme sorpresa, B&S avevano fatto esattamente quello che io ed Adam Brandenburger avevamo tentato di fare, senza successo, per otto anni. Usavano addirittura la stessa parola: «credenza forte». A dire il vero, quasi esattamente: il loro modello è semantico, quindi non esattamente trasparente come il nostro. In aggiunta, la loro dimostrazione è *molto* complessa e profonda, così che non ci sentimmo troppo male per non essere riusciti ad ottenerla così a lungo. Comunque sia, tanto di cappello a quei due ragazzi.

Ti piacerebbe dire qualcosa sulla neutralità etica della teoria dei giochi?

Neutralità etica significa che i teorici dei giochi non necessariamente raccomandano di seguire le prescrizioni normative della teoria dei giochi. La teoria dei giochi tratta dell'egoismo. Così come io ho suggerito di studiare la guerra, la teoria dei giochi studia l'egoismo. Ovviamente, studiare la guerra non è lo stesso di promuoverla; analogamente, studiare l'egoismo non è la stessa cosa di incoraggiarlo. I batteriologi non sono fautori delle malattie, le studiano. La teoria dei giochi non dice nulla sulla moralità o sulla giustizia etica del comportamento razionale. Dice soltanto che cosa faranno soggetti «razionali,» cioè autointeressati; non cosa «dovrebbero» fare, dal punto di vista etico. Se vogliamo un mondo migliore, faremmo meglio a prestare maggiore attenzione a dove conducono gli incentivi razionali.

Segue un brevissimo elenco cronologico di alcuni fra i lavori più significativi di Robert Aumann, oltre che di quelli citati nel testo, e di alcuni tra i suoi libri più rilevanti. Nell'intervista completa già citata è contenuto un elenco cronologico delle opere aggiornato al 2005. Ricordiamo anche che nel 2000 sono state pubblicate le opere di Robert Aumann in due volumi:

[i] ROBERT AUMANN, *Collected Papers,* Vol. 1, xi + 786, Vol. 2, xiii + 792, Cambridge, MA: MIT Press.

Fra gli articoli possiamo notare:

[1] ROBERT AUMANN, *Asphericity of alternating knots*. Annals of Mathematics, **64** (1956), 374-392.
[2] ROBERT AUMANN, *Acceptable points in general cooperative n-person games*. In A.W. Tucker e R.D. Luce (a cura di), *Contributions to the Theory of Games IV,* Annals of Mathematics Study 40, pp. 287-324. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1959.
[3] F.J. ANSCOMBE - R.J. AUMANN, *A definition of subjective probability*, Annals of Mathematical Statistics, **34** (1963), 199-205.
[4] ROBERT AUMANN, *Markets with a continuum of traders*. Econometrica, **32** (1964), 39-50.
[5] ROBERT AUMANN - MICHAEL MASCHLER, *The bargaining set for cooperative games*. In M. Dresher, L.S. Shapley and A.W. Tucker (a cura di), *Advances in Game Theory*, Annals of Mathematics Study 52, pp. 443-476. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1964.
[6] ROBERT AUMANN, *Integrals of set-valued functions*. Journal of Mathematical Analysis and Applications, **12** (1965), 1-12.
[7] ROBERT AUMANN, *Existence of competitive equilibria in markets with a continuum of traders*. Econometrica, **34** (1966), 1-17.
[8] ROBERT AUMANN, *Subjectivity and correlation in randomized strategies*. Journal of Mathematical Economics, **1** (1974), 67-96.
[9] ROBERT AUMANN, *Values of markets with a continuum of traders*. Econometrica, **43** (1975), 611-646.
[10] ROBERT AUMANN, *Agreeing to disagree*. Annals of Statistics, **4** (1976), 1236-1239.
[10bis] ROBERT AUMANN, *Essere d'accordo di non essere d'accordo* (traduzione italiana di [10]), La Matematica nella Società e nella Cultura, Serie I, Vol. I, 87-91, questo stesso fascicolo.
[11] ROBERT AUMANN - MICHAEL MASCHLER, *Game-theoretic analysis of a bank-*

ruptcy problem from the Talmud, Journal of Economic Theory, **36** (1985), 195-213.

[12] ROBERT AUMANN, *What is game theory trying to accomplish?* In K. Arrow and S. Honkapohja (a cura di), *Frontiers of Economics*, pp. 28-76. Oxford: Basil Blackwell, 1985.

[13] ROBERT AUMANN, *Correlated equilibrium as an expression of Bayesian rationality*. Econometrica, **55** (1987), 1-18.

[14] ROBERT AUMANN - LLOYD S. SHAPLEY, *Long-term competition: a game-theoretic analysis*. In N. Megiddo (a cura di), *Essays in Game Theory in Honor of Michael Maschler*, pp. 1-15. New York: Springer, 1994.

[15] ROBERT AUMANN, *Backward induction and common knowledge of rationality*. Games and Economic Behavior, 8 (1995), 6-19.

[16] ROBERT AUMANN - ADAM BRANDENBURGER, *Epistemic conditions for Nash equilibrium*. Econometrica, **63** (1995), 1161-1180.

[17] ROBERT AUMANN, *Interactive epistemology I: knowledge*. International Journal of Game Theory, **28** (1999), 263-300.

Fra i libri ricordiamo:

ROBERT AUMANN - LLOYD S. SHAPLEY, *Values of Non-Atomic Games*, Princeton, NJ: Princeton University Press, 1974, xi + 333.

ROBERT AUMANN - MICHAEL MASCHLER, *Repeated Games with Incomplete Information*, Cambridge, MA: MIT Press, 1995, xvii + 342.

ROBERT AUMANN - SERGIU HART, *Handbook of Game Theory with Economic Applications*, Amsterdam: Elsevier. Vol. 1, 1992, xxvi + 733, Vol. 2, 1994, xxviii + 787, Vol. 3, 2002, xxx + 858.

Sergiu Hart,
Center for the Study of Rationality, Department of Economics
and Department of Mathematics, The Hebrew University of Jerusalem, Israel.
E-mail: hart@huji.ac.il