

---

# *La Matematica nella Società e nella Cultura*

RIVISTA DELL'UNIONE MATEMATICA ITALIANA

---

SERGIO DOPLICHER

## **Scienza e conoscenza, etica e cultura: la prospettiva della fisica**

*La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Serie 1, Vol. 3 (2010), n.2, p. 271-309.*

Unione Matematica Italiana

[<http://www.bdim.eu/item?id=RIUMI\\_2010\\_1\\_3\\_2\\_271\\_0>](http://www.bdim.eu/item?id=RIUMI_2010_1_3_2_271_0)

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

---

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma  
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)  
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

La Matematica nella Società e nella Cultura. Rivista dell'Unione Matematica Italiana, Unione Matematica Italiana, 2010.

## Scienza e conoscenza, etica e cultura: la prospettiva della fisica

SERGIO DOPLICHER

### 1. – Evoluzione dell'antropocentrismo.

Com'è noto, secondo Sigmund Freud, dopo che la rivoluzione Copernicana aveva scacciato l'uomo dal centro geometrico dell'universo, dopo che quella Darwiniana lo aveva scacciato dal centro del regno animale, quella della psicoanalisi aveva mostrato che l'uomo non era padrone nemmeno a casa sua, nella propria mente; dov'era dominato e condotto da pulsioni inconse.

Tuttavia si potrebbe pensare (e molti pensano) che una cosa siano gli istinti, i desideri animali, le passioni, conscie od inconse, confessabili o meno, ed un'altra sia il nostro pensare razionale, per pensieri cartesianamente chiari e distinti, che ci caratterizzano e ci danno certezza di noi stessi, "Cogito ergo sum", e portano luce ed ordine sul mare ondeggiante del mondo sensoriale.

Pensiero creatore di un ordine, che senza di esso non esisterebbe.

In questo ottimismo della ragione (che, in una forma così ingenua, non è mai stato proprio neppure dell'epoca dei lumi: Diderot, D'Alembert parlano della ragione come di un fioco lume che ci guida su sentieri dove inciampiamo, prendiamo abbagli, procediamo nella tenebra per tentativi ed errori. . .) si insinua un altro antropocentrismo, quello del pensiero dell'uomo.

Scriveva Immanuel Kant ("Critica della Ragion Pura", I, Analitica Trascendentale, Libro I, Capitolo II, par. 26):

"Le leggi esistono nei fenomeni, ma solo relativamente al soggetto al quale i fenomeni ineriscono, in quanto esso ha un intelletto".

Vi sarebbe un importante discorso, tutto filosofico, da fare sul concetto di *legge della natura* [1, 2]: qui mi accontenterò di poche brevi osservazioni.

Nessuno dubita che domani sorgerà il sole; nessuno dubita che dopo sorto continuerà a levarsi, senza cambiare idea e tornare immediatamente sui propri passi.

Anche se si potrebbe obiettare, come fece nel 1700 David Hume, che è solo l'abitudine ad un ordine determinato nella successione ordinaria degli eventi a darci questa certezza; mentre per Kant "La legislazione suprema della natura sta in noi stessi, nel nostro intelletto"; e, nel XX secolo, Wittgenstein scriveva che quando la Fisica afferma che qualcosa è impossibile, può solo affermare una impossibilità delle strutture logiche che vincolano il nostro sistema di descrivere il mondo (si veda [1], II.2.3).

Ebbene, per uno scienziato quest'affermazione è radicalmente sbagliata. Chi si dedica alla ricerca nelle scienze esatte, generalmente ha una percezione completamente diversa: quasi tutti i matematici sentono le loro scoperte come parte di un mondo oggettivo, platonicamente preesistente, in cui loro si aggirano come esploratori di terre sconosciute. Quasi tutti i fisici percepiscono le leggi che formulano come leggi che hanno una esistenza oggettiva dietro l'apparenza del mondo sensibile.

Dal trascorrere incessante, secondo Eraclito, degli eventi e delle esperienze sensoriali, l'essere immutabile secondo Parmenide riappare dietro l'orizzonte delle leggi della natura e dei teoremi della Matematica. Orizzonte, peraltro, cui si può tendere solo con il dubbio, con il rifiuto di ogni "ipse dixit" e di ogni autorità, che non sia quella della dimostrazione matematica o dell'esperimento, con l'assoluta insubordinazione del pensiero. La scienza è figlia della ribellione di Prometeo, de "l'ardore/ ch'i' ebbi a divenir del mondo esperto" come dice Ulisse nell'Inferno di Dante, per giungere a scoprire "di bella verità [. . .] provando e riprovando, il dolce aspetto" (Paradiso, III,2-3).

Sia ben chiaro, e questo è molto importante: una legge della Fisica non è mai immutabile con i suoi confini; ma *son solo i confini*, vale a dire i limiti di validità di una certa approssimazione, che mutano: ogni nuova legge ingloba le precedenti come casi limite quando alcuni parametri, la cui importanza salta alla ribalta appunto con le nuove leggi, si possono trascurare: entro limiti meglio definiti di quanto si sapesse prima, le leggi precedenti *rimangono valide*.

E potrebbe anche essere che questo processo di acquisire visioni sempre più dettagliate e profonde del quadro della natura non abbia fine (in questo tendo a convenire con Freeman Dyson [3], e non credo vedremo una definitiva “teoria del tutto”).

Torniamo all’evidenza empirica: nessuno dubita, dicevamo, che domani sorgerà il sole; altrettanto acquisito è il risultato dell’esperimento di Galileo Galilei, che l’accelerazione gravitazionale è la stessa per tutti i corpi, o la Legge di Isaac Newton, su di esso basata, o le Equazioni della Relatività Generale di Albert Einstein [4],

$$(1) \quad R_{\mu\nu} - (1/2)Rg_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}(\psi)$$

che si riducono alla Legge di Newton a meno di correzioni che non sono apprezzabili nella maggior parte dei casi cui abbiamo un accesso diretto (salvo l’estrema precisione dei GPS, sensibile alle correzioni relativistiche), per discostarsene in modo significativo solo in situazioni in cui le forze gravitazionali sono particolarmente intense (dalle piccole correzioni per l’orbita di Mercurio, a quelle importantissime per il moto delle pulsars binarie, . . .), ovvero alla scala cosmologica.

In questo senso si può dire che la conoscenza acquisita con le leggi della Fisica è non solo universale (esse sono accettate da tutti gli scienziati, senza distinzione di lingua nazione fede o idee politiche o caratteri somatici dell’etnia di appartenenza), ma anche **definitiva**. αἰέν ἔόντες, *aiēn eontes*, sempre esistenti, come dicevano Omero ed Esiodo degli abitanti dell’Olimpo.

Per il filosofo John Searle, questa è la più drammatica distinzione con la Filosofia: è difficile trovare anche una sola “verità filosofica” che possa essere considerata universalmente accettata, non che “definitiva”. La Filosofia sembra proporre al pensiero metodi ed analisi più che risultati.

Il punto più misterioso, diceva Einstein, è che l’Universo sia comprensibile. L’antropocentrismo del pensiero prende quindi una nuova forma: la ragione umana si addentra da padrona in questi mondi (della realtà matematica e delle leggi della fisica) come in terreni pronti ad accoglierla, quasi predestinati ad essa ed ai suoi

schemi abituali, come un Eden in cui godere esistenza (intellettualmente) felice.

In questa forma, l'antropocentrismo del pensiero avrebbe potuto essere fatto proprio dalla maggioranza degli scienziati dell'Ottocento, ma oggi è messo ancora in crisi. Da un lato, dalle sempre più ricche e sorprendenti scoperte delle neuroscienze, che si avvicinano sempre più alla radice dei nostri processi mentali; dall'altro, in un modo molto meno generalmente percepito, dagli sviluppi della Fisica del XX secolo.

Ma qui una prospettiva di certezze è offerta dalla stessa origine della crisi: la prospettiva è il naturalismo.

In particolare, vorrei qui sottolineare la comparsa, con la Meccanica Quantistica [5, 6], di un aspetto nuovo: nel mondo terso e sublimato delle scienze esatte, da cui il caos degli eventi casuali, delle percezioni piacevoli o dolorose, sembra abolito, e la nostra ragione, limpida e cristallina sembra in trono, quale Minerva sull'Aeropago, ebbene, la novità è che anche lì la nostra ragione ha mostrato di *adeguarsi a fatica* a schemi concettuali che *ci sono stati imposti dalla natura dei fenomeni fisici*.

Prima di illustrare, necessariamente in modo sommario se si vuole evitare un discorso specialistico, questa novità, vorrei farne notare un'importante conseguenza.

La nostra ragione, seppure intesa come il risultato sublimato, depurato dai suoi meccanismi e dalle sue motivazioni, che al fondo sono sempre fisiologiche più che intellettuali, non è tuttavia la *misura* dell'universo, ma la sua discepola, che un giorno potrebbe rivelarsi insufficiente per apprenderne davvero le lezioni; tuttavia la *ragione della natura* sembra emergere padrona e rivelarsi, forse mai appieno raggiungibile, come logica e trama ultima delle leggi della Fisica, e, forse non diversamente o per lo stesso motivo (ma in questo problema non mi arrischierò ad entrare), del mondo della *realtà matematica*.

È quindi una severa lezione di *naturalismo* quella che viene dalla Fisica del XX secolo.

Ma, e ritornerò su questo punto alla fine, ciò non significa affatto che la scienza porti ad una indifferenza morale.

## 2. – Il mondo quantistico: conflitti con l'intuizione e trasparenza matematica; un nuovo naturalismo.

Va detto anzitutto che il mondo quantistico non è una realtà riposta in cui s'imbattono solo i fisici in vena di ricerche astruse: buona parte delle domande sul mondo che vediamo (perché vediamo dei colori? perché i metalli si comportano al loro modo? perché scalda il sole?...) non trovano risposte adeguate senza la Meccanica Quantistica. Che sembra sinora l'acquisizione meno dubitabile di tutte le teorie fisiche a tutt'oggi formulate.

Cos'ha di caratteristico questa teoria?

Tutti abbiamo osservato da un luogo elevato il mare percorso da onde, regolari e parallele, provenienti dal largo; e come esse entrano in un porto attraverso un'apertura di una diga: se l'apertura è larga, restano pressappoco parallele anche dopo che sono entrate nel porto; se l'apertura è stretta, si irradiano circolarmente dall'apertura. Più in generale, tanto più stretta sarà l'apertura, tanto maggiore sarà la *dispersione* della direzione in cui le onde si propagano dentro al porto.

Pensiamo ora a queste onde che arrivavano dall'orizzonte come ad un segnale inviato da molto lontano; se il segnale fosse stato una palla di cannone, una freccia, ed avesse dovuto attraversare non solo un'apertura della diga, ma fosse pur stata una feritoia di un castello, avrebbe passato il varco indisturbato, purché fosse stato diretto senza errori.

Nella Fisica classica, questa è la differenza tra i fenomeni ondulatori (le onde del mare, il suono, le onde elettromagnetiche: radio, infrarosse, visibili, ultraviolette, raggi X e raggi gamma. . . , od anche – non ancora rivelate direttamente! – onde gravitazionali), e la meccanica, per esempio dei punti materiali: in quest'ultima, in ogni istante possiamo attribuire con esattezza assoluta ad un punto materiale valori precisi della sua velocità e della sua posizione, mentre per le onde del mare la velocità (per quanto riguarda la direzione di propagazione) diventa incontrollabile se cerchiamo di localizzarle utilizzando un varco nella diga (in modo da poter dire: l'onda è passata di qua).

Questo schema, (la Fisica classica) sino al XIX secolo aveva conosciuto successi spettacolari: nella descrizione e previsione del moto dei

pianeti con la teoria di Newton, Lagrange, Hamilton; nell'ottica, nello studio dei fenomeni elettrici e magnetici, teorie mirabilmente unificate da James Clerk Maxwell con lo studio di tutti i fenomeni di propagazione della luce, nelle equazioni che portano il suo nome; in notazione moderna

$$(2) \quad dF = 0, \quad \delta F = j,$$

(dove  $F$  è la 2-forma sullo spazio-tempo di Minkowski i cui coefficienti indipendenti formano le componenti del tensore antisimmetrico del campo elettromagnetico, e  $j$  è la 1-forma densità di quadricorrente) completate dall'espressione, dello stesso Maxwell, per la densità di energia del campo elettromagnetico, come 1/2 della somma dei quadrati delle componenti indipendenti di  $F$ .

Davanti a tanta semplicità, potenza di sintesi e bellezza, vien da pensare al libro della "Genesi":

וַיֹּאמֶר אֱלֹהִים יְהִי אוֹר וַיְהִי אוֹר

*Vayomer Elohim yehi-or vayehi-or*, Dio disse sia fatta la luce e la luce fu (Genesi, I:3).

Ma sul finire del secolo XIX questo Eden cristallino cominciò a franare: con la teoria classica, non si poteva calcolare la densità di energia della radiazione all'equilibrio all'interno di una caldaia e la sua distribuzione nelle diverse frequenze (distribuzione che principi primi insegnavano dover essere descritta da una funzione universale della frequenza e della temperatura assoluta: *problema del corpo nero*); una soluzione ad hoc di questo problema, proposta da Max Planck nell'anno 1900, richiedeva uno strappo doloroso ed incomprensibile: l'irruzione del discreto in ciò che per sua natura doveva essere continuo. Discreto la cui misura minima era data da un certo valore piccolissimo, evanescente, della grandezza fisica "azione", valore chiamato da allora  $h$ , la costante di Planck:

$$(3) \quad h \simeq 6,626 \times 10^{-27} \text{ cm}^2 \text{ g sec}^{-1}.$$

Ma la svolta, da cui la nuova Fisica avrebbe potuto nascere subito, si ebbe nel 1905, con i tre famosi articoli di Einstein.

Uno di essi era il più famoso, sulla Relatività ristretta; teoria cui il giovane Einstein giunse inaugurando una rivoluzione epistemologica: analizzò il concetto di simultaneità, e quindi quello della misura del tempo in diversi punti dello spazio, prendendo come guida la richiesta che ogni concetto fisico utilizzato fosse descrivibile in termini di esperimenti effettivamente eseguibili, almeno come esperimenti concettuali (tipico esperimento concettuale, che nessuno vorrebbe eseguire realmente, è quello ideato più tardi dallo stesso Einstein, sugli esperimenti di meccanica dentro ad un ascensore in caduta libera; è curioso notare che allora poteva esser solo un esperimento concettuale, mentre oggi esso avviene di continuo, sopra le nostre teste, nella stazione spaziale orbitante).

L'altro dava forza all'ipotesi atomica con lo studio del moto Browniano.

Il terzo spiegava un altro fenomeno fisico apparentemente paradossale, l'effetto fotoelettrico, deducendone un fatto nuovo ed inquietante:

*la luce (come ogni forma di radiazione elettromagnetica) pur essendo indubitalmente un fenomeno ondulatorio, si comporta come se fosse composta da unità discrete, indivisibili, dotate ciascuna di un valore dell'energia proporzionale alla frequenza, ove la costante di proporzionalità è proprio la costante di Planck.*

Queste unità discrete, i fotoni, partecipano misteriosamente di due nature, apparentemente contraddittorie: quella ondulatoria, che aveva trionfato con i successi meravigliosi della teoria di Maxwell, di cui nessuno avrebbe più potuto dubitare, e . . . quella particellare, difesa a suo tempo da Newton, ma poi presto abbandonata, di fronte all'evidenza della natura ondulatoria e trasversale della luce che si manifesta nei fenomeni di diffrazione; natura particellare che ora rinasceva nel doppio aspetto della stessa entità.

Nei vent'anni successivi la Fisica, spinta, recalcitrante, da altri messaggi apparentemente paradossali che venivano dai fenomeni naturali (la complessità delle righe spettrali di sistemi semplici come l'idrogeno, l'esperienza di Rutherford, i calori specifici dei solidi, l'effetto Compton, . . .) finì per accettare che quella dualità che sembrava così paradossale, è in realtà realizzata per ogni particella materiale a

livello atomico o subatomico: il moto delle particelle *deve* essere descritto come un fenomeno ondulatorio, governato, anziché dall'equazioni di Maxwell, dall'equazione di Erwin Schrödinger

$$(4) \quad i\hbar d/dt\psi = (-\hbar^2/2m)\Delta + V)\psi,$$

(dove  $\hbar = h/2\pi$ , e  $\psi$  è la funzione d'onda della particella).

Questa equazione è valida per una singola particella di massa  $m$ , soggetta ad una forza esterna descritta dal potenziale  $V$ , nel limite "non relativistico" in cui le velocità in gioco sono trascurabili rispetto a quella della luce; nel caso "relativistico" essa deve esser sostituita da equazioni più precise: per particelle di spin 1/2 <sup>(1)</sup> l'equazione di Dirac

$$(5) \quad (i\hbar D + mc)\psi = 0,$$

(dove  $D$  è l'operatore di Dirac covariante) o, per spin arbitrari, da sue generalizzazioni; equazioni che si riducono all'equazione di Schrödinger nel limite non relativistico. Ma quest'ultima può esser letta come

$$(6) \quad i\hbar d/dt\psi = H\psi,$$

dove  $H$  è l'operatore Hamiltoniano (che descrive l'energia del sistema, vedi più avanti), che è la forma più generale della legge dell'evoluzione temporale, con un operatore Hamiltoniano che è indipendente dal tempo per un sistema in cui le forze non dipendano esplicitamente dal tempo.

<sup>(1)</sup> Lo *spin* è il momento angolare intrinseco, che una particella può avere, quasi fosse una trottola che gira vorticosamente su se stessa; esso si misura in unità pari ad  $\hbar$ , in termini delle quali può solo assumere, oltre allo zero, valori interi o semi-interi; mentre il momento angolare orbitale assume solo valori interi; in entrambi i casi, i valori della componente lungo una direzione arbitraria possono differire tra loro solo per valori interi. Dunque per una particella di spin 1/2, come l'elettrone, il protone, il neutrone,...., vi sono solo due stati indipendenti per i gradi di libertà interni; essi sarebbero tre per una particella di spin 1, purchè la sua massa di quiete sia *non nulla*: lo spin delle particelle di massa zero deve esser sempre parallelo od antiparallelo all'impulso, quindi per esse, qualunque sia il valore dello spin purchè diverso da zero, vi son sempre solo due stati possibili per i gradi di libertà interni (oppure, ovviamente, uno solo se lo spin è zero); per il fotone, che appunto ha spin 1, i due stati "spin parallelo od antiparallelo all'impulso" corrispondono alla *polarizzazione circolare destrógira o levógira*.

Ma la Meccanica Quantistica venne veramente del tutto alla luce quando (con Werner Heisenberg, 1927 [7]) si realizzò che applicando alle nozioni di posizione e velocità di una particella la critica epistemologica inaugurata da Einstein più di vent'anni prima (analisi operativa delle esperienze di misura effettivamente eseguibili nel mondo reale, almeno come esperienze concettualmente possibili) si trovava che per tutte le particelle vale l'analogo di quel che abbiamo osservato all'inizio per le onde del mare: la misura della posizione e la misura della velocità (meglio si direbbe: dell'impulso) nella medesima direzione, si disturbano inevitabilmente a vicenda: il prodotto delle incertezze nelle due misure non può essere inferiore alla costante di Planck!

$$(7) \quad \Delta q \Delta p \gtrsim h,$$

dove, appunto,  $\Delta q$ ,  $\Delta p$  indicano le indeterminazioni in una qualunque (e la *medesima*) componente della posizione, rispettivamente dell'impulso, di una particella.

Più in generale, due grandezze osservabili generiche (che non siano nella speciale relazione di essere *compatibili*, come due diverse componenti dell'impulso di una particella), diciamo  $A$  e  $B$ , non si potranno misurare simultaneamente, se non a prezzo di indeterminazioni l'una tanto più grande quant'è più piccola l'altra (*Relazioni di Indeterminazione*).

È importante realizzare che tali indeterminazioni non derivano da una conoscenza imprecisa sulla situazione oggettiva (stato) del sistema studiato: la loro necessaria presenza esprime il fatto che, anche se, prima della misura, conosciamo lo stato del sistema (per esempio una particella di cui vogliamo studiare posizione ed impulso) con determinazione assoluta, (cioè il sistema è in uno "stato puro"), **è la natura stessa che non tollera si pongano simultaneamente le due domande**: "quale è il valore della grandezza osservabile  $A$ ?" e "quale è il valore della grandezza osservabile  $B$ ?". Le due domande sono separatamente permesse; poste insieme diventano contraddittorie se pretendiamo una risposta che fornisca valori assolutamente precisi (e non soltanto valori approssimati a meno delle rispettive indeterminazioni, correlate come sopra detto).

Ebbene, se tutto ciò rimanesse in questi termini, si potrebbe pensare che la Fisica deve rinunciare alle previsioni esatte, che il mondo del determinismo causale debba cedere il passo a quello dell'indeterminazione e del caso. Ma *non è così*.

Invece, gli aspetti della Meccanica Quantistica, ad alcuni dei quali abbiamo accennato, che sembrano indirizzarci ad un misterioso indefinito, puntano in realtà verso una nuova forma, esatta e cristallina, di determinazione, emersa solo dal 1925-27 in poi, con i lavori di Max Born, Werner Heisenberg e Pasqual Jordan, di Paul Adrien Maurice Dirac, di John von Neumann; la novità è *l'irruzione della non-commutatività* nella Fisica.

È qui necessaria una breve digressione sulla non-commutatività in Matematica, che si incontra molto presto, se dalle operazioni di somma e prodotto dei numeri, si allarga lo sguardo a semplici e naturali strutture basate sui numeri stessi.

Tutti sono d'accordo che non solo  $2 + 3 = 3 + 2$ , ma anche che  $2 \times 3 = 3 \times 2$ . In generale, per ogni coppia di numeri  $a, b$ , il prodotto non dipende dall'ordine, cioè

$$ab - ba = 0.$$

Ebbene, se invece che alla moltiplicazione di numeri tra loro, pensiamo alla *composizione di due operazioni geometriche*, come due rotazioni di un solido, diciamo  $R$  ed  $S$ , è facile convincersi che in generale la *composizione* delle due operazioni dipende dall'ordine, cioè  $RS$  **non** è uguale ad  $SR$ .

Un semplice esempio: appoggiate una matita in posizione verticale in un punto del vostro tavolo, ed operate su di essa, nei due ordini possibili, le rotazioni di un angolo retto in senso orario attorno agli assi Est-Ovest e Sud-Nord passanti per quel punto; vi accorgete che la vostra matita, prima puntata verso lo Zenith, poi sarà puntata verso Sud oppure verso Ovest, a seconda dell'ordine che avete scelto.

Che cos'ha questo fenomeno a che fare con il prodotto dei numeri? Esso in realtà s'inquadra in un paesaggio più vasto, di cui i numeri interi o frazionari, razionali od irrazionali, reali o complessi, sono un caso particolare.

Una rotazione generica attorno al punto dov'era appoggiata la

matita di prima, è determinata completamente se sappiamo dove essa porta la punta della matita nei tre casi, in cui la matita era inizialmente orientata verso lo Zenith, oppure verso Est, o verso Nord.

Se pensiamo ad un punto dello spazio, quello in cui ci muoviamo, come specificato da tre numeri (latitudine, longitudine ed altezza dal suolo), ci accorgiamo dunque che una rotazione è caratterizzata da nove numeri (non tutti indipendenti tra loro), che conviene scrivere in gruppi di tre su tre colonne l'una dopo l'altra in un quadrato (*matrice* quadrata di ordine 3); questa matrice permette di ottenere latitudine, longitudine e altezza (cioè: le coordinate) di un punto *dopo* la rotazione a partire dai valori iniziali, cioè dalle coordinate del punto prima della rotazione, moltiplicandone i valori per i coefficienti posti in una riga e sommando i risultati, purché si usi la prima riga per ottenere la prima coordinata del punto dopo la rotazione, la seconda per la seconda e la terza per la terza.

Se eseguiamo due rotazioni (cui corrispondono dunque due matrici) l'una dopo l'altra, il risultato è lo stesso che si otterrebbe operando con una nuova matrice, che corrisponde alla composizione delle due rotazioni, ottenuta dalle precedenti come *prodotto delle due matrici*, secondo la regola della moltiplicazione *righe per colonne* (le colonne della nuova matrice sono ottenute da quelle della matrice della rotazione eseguita per prima agendo su di esse con la matrice della seconda nel modo poc'anzi indicato per le coordinate di un punto).

**Questo prodotto non è commutativo**, tranne che per coppie particolari di matrici; sono solo le matrici d'ordine 1, che sono gli stessi numeri, a commutare indiscriminatamente tra loro.

(Conviene notare che questo prodotto è associativo e distributivo, ma matrici anche non nulle possono non avere un inverso: mentre quelle che descrivono rotazioni hanno sempre un inverso, che, composto in ogni ordine con la rotazione in questione, dà l'operazione identica, cioè quella che lascia ogni punto invariato; è questo un caso particolare della struttura di **gruppo**, definita assegnando su un insieme una regola di composizione associativa per cui esiste un elemento identità, e per ogni elemento esiste un inverso bilatero).

Ma le matrici quadrate non sono necessariamente di ordine 2 o 3 soltanto: possono essere anche di ordine finito arbitrario o di *ordine*

*infinito*; la possibile *non-commutatività* è caratteristica comune (tranne, come detto, per l'ordine 1, in cui ritroviamo i numeri, reali o complessi).

Le matrici di ordine infinito si possono interpretare come particolari trasformazioni lineari (*operatori*) su spazi i cui elementi (anziché da tre numeri - latitudine longitudine altezza) sono individuati da infiniti numeri; tra le tantissime generalizzazioni possibili, vi sono quelli che tecnicamente si chiamano “operatori lineari autoaggiunti su uno spazio di Hilbert”.

Ebbene, sembra proprio che ciò che la natura bisbigliava alle nostre orecchie, alzando sempre più la voce, tra la fine del XIX secolo e i primi decenni del XX, e che noi non riuscivamo a decifrare, sino ai lavori di Heisenberg, Schrödinger, Born, Dirac, von Neumann, era precisamente questo:

*nella Fisica dei fenomeni atomici o subatomici, le grandezze osservabili non si possono descrivere mediante numeri o funzioni a valori numerici, ma mediante “operatori lineari autoaggiunti su uno spazio di Hilbert” [5, 6]*

(oggi si potrebbe dire ancor meglio: mediante elementi autoaggiunti di un'algebra di operatori, una  $C^*$  Algebra od un'Algebra di von Neumann [14, 15]), che per loro natura, in generale non commutano tra loro: le relazioni di indeterminazione diventano conseguenza matematica diretta della non commutatività, espressa da *relazioni di commutazione*.

La più celebre relazione di questo tipo porta il nome di Heisenberg, ma in realtà il primo a realizzare che certe oscure condizioni di “quantizzazione”, formulate da Heisenberg sulle grandezze associate alle transizioni tra livelli atomici (come variante delle condizioni di quantizzazione di Bohr Sommerfeld, riscritte in termini di grandezze almeno in linea di principio accessibili all'esperienza), si potessero scrivere in tal modo, è stato Max Born [8]:

$$(8) \quad pq - qp = (h/2\pi i)I.$$

Quindi quello stesso principio di indeterminazione, che sembrava sprofondare la Fisica in un mare infido di affermazioni soltanto statistiche sui margini d'incertezza della nostra conoscenza, prende la

forma di una relazione esatta, che determina una struttura matematica estremamente rigida e precisa.

La situazione particolare in cui due osservabili si possano, a differenza dell'esempio di prima, misurare simultaneamente, come accadrebbe per due diverse componenti dell'impulso, è precisamente quella in cui il prodotto non dipende dall'ordine dei fattori. *Osservabili tra loro compatibili* sono quelle che *commutano* tra loro. Altrimenti, in ogni particolare stato, le indeterminazioni di due osservabili  $A, B$  sono correlate dalla relazione di indeterminazione generalizzata

$$(9) \quad \Delta A \Delta B \gtrsim \frac{1}{2} |\langle AB - BA \rangle|,$$

dove compare a destra il *valore di aspettazione* nello stato considerato del commutatore, cioè dell'osservabile descritto dall'operatore autoaggiunto  $C = i^{-1}(AB - BA)$ . Ne emerge uno schema matematicamente limpido, coerente, che è stato sorgente inesauribile di stimoli per la ricerca matematica più avanzata, e senza limitazioni di applicabilità ai fenomeni naturali al di fuori di quelli dovuti alla nostra attuale incapacità (mi riferisco qui al problema di formulare una teoria quantistica della gravitazione, di cui vorrei far cenno più avanti).

La natura discreta di certe grandezze fisiche (che fece capolino con la teoria di Planck del corpo nero, e che si manifesta negli spettri atomici e nel fatto che la luce sia composta di fotoni) appare come una conseguenza diretta del fatto che le osservabili corrispondenti (tipicamente, l'energia) siano descritte da *operatori autoaggiunti*; i "valori possibili" che entrano in gioco sono, in certi casi cruciali come i livelli energetici degli stati legati, automaticamente confinati ad un insieme discreto (detto lo spettro puntuale dell'operatore).

Un principio matematicamente limpido e conciso spiega dunque in modo folgorante una circostanza che aveva un'apparenza misteriosa e paradossale.

Nonostante la natura probabilistica di molte affermazioni, lo schema è rigidamente deterministico: l'evoluzione dello stato (puro) del sistema è univocamente determinata dallo stato iniziale.

L'aspetto ondulatorio e quello particellare nel mondo subatomico non sono che due facce, due "rappresentazioni", del medesimo schema

matematico cui abbiamo accennato poc'anzi.

Questo schema ci fa imbattere di continuo in previsioni che sembrano paradossali alla luce della nostra intuizione, che è sempre guidata dalle esperienze sensoriali; “paradossi” che però l’esperienza di laboratorio puntualmente verifica essere fenomeni reali.

Per esempio:

1. come le onde che si propagano dentro al porto sono la somma di quelle diffratte dalla diga (principio di Huyghens), così lo stato di una particella può essere “sovrapposizione” di due stati diversi, senza mutua esclusione, anche se la conoscenza dello stato è completa (“stato puro”), sì che non si possa descriverlo come miscuglio statistico di due stati (come sarebbe quello di una moneta gettata a caso, miscuglio statistico di testa e croce con pesi uguali ad  $1/2$ ).

2. se misuriamo una grandezza fisica in un uno stato, sebbene puro, non sempre troviamo un valore definito; ciò accadrà solo per particolari osservabili; per altre, in misure ripetute su copie del sistema che siano tutte nello stesso stato, troveremo una distribuzione di valori attorno ad un valor medio, con una ampiezza di dispersione finita (indeterminazione): è questo il fenomeno delle fluttuazioni quantistiche.

Riguardo al primo punto, è famoso il detto di Schrödinger: se il sistema è collegato con un rivelatore che traduce le due situazioni a livello macroscopico, per esempio nell’aprirsi o meno di un interruttore elettrico nei due casi, ed il circuito comanda una pistola puntata su un povero gatto ignaro in una gabbia, avremmo che il gatto è in uno stato sovrapposizione di due stati, cioè è contemporaneamente vivo e morto.

Ma non è un paradosso: la sovrapposizione è caratterizzata dalla *coerenza*, che rende possibile l’interferenza, come tra le onde del mare (se le due onde sono riprese separatamente in due film che poi vengono proiettati in sovrapposizione, non si osservano interferenze!!); e la coerenza viene completamente distrutta nell’amplificazione al mondo macroscopico, in quanto ogni parte di apparato di amplificazione è composta da miriadi di particelle: le quali danno luogo ad incontrollabili interferenze, complessivamente distruttive, sì che dopo l’amplificazione l’alternativa è solo del tipo testa/croce per la moneta.

Riguardo le fluttuazioni quantistiche, sono molto importanti quelle dello stato *vuoto* (che descrive l'assenza di ogni materia o radiazione, ed occupa un posto centrale nella Teoria Quantistica dei Campi). Per quanto non vi sia ancora una teoria quantistica soddisfacente dell'origine dell'universo, spesso i fisici amano ripetere che l'universo potrebbe essere nato da una fluttuazione quantistica del vuoto.

Se trascuriamo le deformazioni dello spazio e del tempo causate dalla gravitazione (le forze gravitazionali, che pur sono le sole che percepiamo alzandoci, scalando una montagna, portando pesi, sono abissalmente più deboli di tutte le altre: forze nucleari, elettromagnetiche, o quelle responsabili dei decadimenti radioattivi, dette interazioni deboli) ha un senso preciso parlare di due regioni dello spazio-tempo che siano causalmente indipendenti, nel senso che nessun segnale luminoso, e nessun altro segnale, necessariamente più lento, portato da particelle materiali, possa viaggiare dall'una all'altra.

Per esempio, se vi fosse un laboratorio di fisica su un pianeta attorno ad una stella della nebulosa di Andromeda, quel che succede *oggi* nel nostro laboratorio sarebbe causalmente indipendente da quel che accade oggi in quel laboratorio lontano, visto che ogni segnale, luminoso o di qualunque altro tipo, che viaggiasse dall'uno all'altro impiegherebbe più di *due milioni di anni* ad arrivare.

In tale situazione le osservazioni fatte qui e lì non possono interferire, e sono *osservabili compatibili* descritti da operatori che commutano. È questo il **Principio di Località** [9, 10]:

“Se  $A$  e  $B$  sono osservabili che si possono misurare rispettivamente in due regioni finite dello spazio ed in intervalli finiti di tempo, tali che nessun segnale (la cui velocità non può eccedere quella della luce) possa viaggiare da *dove e quando* si misura la prima a *dove e quando* si misura la seconda, allora  $A$  e  $B$  sono compatibili e quindi commutano”:

$$(10) \quad AB = BA.$$

Nella Teoria Quantistica dei Campi la centralità di questo principio è stata posta in luce per la prima volta da Rudolf Haag più o meno esattamente cinquant'anni fa.

Ma vi è una celebre esperienza concettuale, proposta nel 1935 da Einstein, Podolski e Rosen, che sembra contraddire la località.

Se per avventura io sapessi che in un punto preciso dello spazio intergalattico, esattamente a metà strada tra il nostro laboratorio e quello del nostro lontano collega della nebulosa di Andromeda, in un certo momento, circa un milione di anni fa, una certa particella instabile di spin nullo (per esempio un *mesone*  $\pi_0$ ), inizialmente in quiete, è decaduta producendo due quanti di luce (fotoni), in uno stato con momento angolare di spin ed orbitale nullo, questi fotoni viaggerebbero in direzioni opposte (ma distribuite con probabilità uguale in tutte le direzioni), in uno stato che sarebbe una *sovrapposizione* di quelli in cui la polarizzazione dei due fotoni è per entrambi levogira o per entrambi destrogira (in modo tale che il momento angolare complessivo di spin fosse nullo come quello orbitale, vedi sopra, nota n. 2); e se l'istante del decadimento fosse stato tale che uno dei due fotoni potesse arrivare proprio oggi nel nostro laboratorio, ebbene, misurandone la polarizzazione, a seconda che il risultato fosse “destrogira” o “levogira”, potrei concludere istantaneamente *cosa ha trovato* oggi stesso, per l'altro fotone, il mio collega nella nebulosa di Andromeda!

È questa una critica, di Einstein, Podolski e Rosen, alla Meccanica Quantistica, che ha turbato i sonni di molti fisici per decenni, ed è vista da alcuni come una minaccia al principio di località.

Ma, in primo luogo, va detto che l'esistenza di correlazioni quantistiche del tipo descritto poc'anzi, cioè l'esistenza di stati detti “entangled”, è effettivamente un fenomeno reale: a partire circa dagli anni '80, con esperimenti delicatissimi (iniziati da Alain Aspect, Serge Haroche) tale fenomeno è stato verificato in laboratorio, anche per correlazioni lontane.

In secondo luogo, una cosa è l'esistenza di correlazioni quantistiche negli stati “entangled”, altra cosa è la località: la prima è *una proprietà degli stati*, quest'ultima è *una proprietà degli osservabili*.

L'esperimento concettuale di Einstein, Podolski e Rosen postula che si possa preparare uno stato che, circa un milione di anni fa, consistesse esattamente della particella destinata a decadere, localizzata in quel punto a metà strada tra qui e la nebulosa di Andromeda, e di null'altro, su una regione estesa nello spazio, a partire da quel punto, in ogni direzione, per una distanza di più di due milioni

di anni luce, dalla quale noi od il nostro collega possiamo oggi ricevere segnali (che viaggiano al massimo alla velocità della luce); od almeno dobbiamo supporre che lo stato ci fosse a quel tempo perfettamente noto su tutta quella regione, in modo da poter isolare solo l'evento che ci interessa; cioè devo postulare che il sistema che osservo sia in uno stato che descrive *correlazioni* tra le sue caratteristiche, prodotte da quel decadimento nel passato lontano, correlazioni che oggi sono estese per distanze di milioni di anni luce: la apparente non località non è nella struttura degli osservabili, ma nelle correlazioni a lunga distanza che, con ardita idealizzazione, sto postulando esservi nello stato del sistema. E l'esistenza di tali correlazioni *non può essere usata per trasmettere segnali* né informazione, in quanto il fenomeno è possibile solo se predisposto realizzando *in anticipo* adeguate condizioni iniziali, come quelle descritte, in un passato sufficientemente lontano.

Ma è corretto pensare che un processo di misura, localizzato in una piccola regione fissata, possa sopprimere le correlazioni a grandissima distanza? Non è chiaro se gli esperimenti finora eseguiti risolvono questo punto.

Si può sostenere che lo stesso processo di misura deve avere carattere locale, e neppure l'effetto inafferrabile di cambiare una sovrapposizione di stati in un miscuglio statistico, può propagarsi *ovunque ed istantaneamente*, né comunque più velocemente della luce. Questa conclusione è suggerita, da un lato, dal carattere locale di tutte le forze alle scale grandi rispetto alla scala di Planck, e tali certamente sono anche le più piccole scale attualmente a noi accessibili (vedi la Sezione seguente); dall'altro, dal fatto che anche il processo di misura *deve* potersi ridurre a processi elementari di interazione (tra il sistema osservato e la parte microscopica dell'apparato di misura), governati anch'essi, come tutte le interazioni, da una evoluzione temporale deterministica e reversibile (questa strada di unificazione dell'evoluzione di Schrödinger (6) con il processo di misura, è stata intrapresa per primo da von Neumann [6]).

Le caratteristiche abitualmente attribuite al processo di misura, che ne fanno un processo irreversibile, che muta stati puri nei miscugli statistici degli stati finali corrispondenti ai diversi valori possibili della

grandezza osservabile misurata, potrebbero essere il risultato di alcune approssimazioni, tra cui quella di considerare *infinito* il numero (grandissimo) delle molecole che compongono la parte macroscopica dell'apparato di misura, che ha il compito di amplificare alla scala macroscopica, a noi accessibile, il cambiamento subito durante la misura dalla componente microscopica dell'apparato di misura; ed il fatto che, quando la misura della nostra osservabile dà un particolare valore, il *collasso della funzione d'onda* sullo stato finale corrispondente a quel valore avvenga ovunque ed istantaneamente, potrebbe essere il risultato dell'approssimazione in cui la durata della misura è trascurata e l'estensione dell'apparato di misura in realtà invade *tutto lo spazio* ([19] e riferimenti).

Questo è ancora un punto controverso. Ma l'ipotesi che il processo di misura sia qualcosa di intrinsecamente diverso dall'evoluzione temporale di sistemi (microscopici) interagenti, solo perché siamo noi che provochiamo quelle particolari interazioni nei nostri laboratori, sembra riflettere, di nuovo, un risorgere dell'antropocentrismo.

Questi esempi, tra i molti possibili, mostrano con evidenza il disagio con cui la nostra ragione si adegua alle ragioni della natura.

Tutto sommato, non ne dovremmo essere sorpresi: l'evoluzione ci ha portato al modo di pensare e all'intuizione che meglio assolvono il compito di renderci capaci di reagire adeguatamente alle minacce ed alle necessità della vita quotidiana, in modo da garantire la sopravvivenza dell'individuo e la propagazione della specie.

A questi scopi è estranea l'intuizione necessaria per il mondo quantistico, come è estraneo l'atteggiamento mentale che ci porta, faticosamente anche in tal caso, ad accettare il punto di vista evoluzionistico [20].

Qualche parola di più va detta sul principio di indeterminazione. La sua validità per la posizione e l'impulso (7) segue dall'analisi di Heisenberg di esperimenti concettuali di misura, in particolare delle coordinate di una particella carica, che utilizzano l'emissione e l'assorbimento di fotoni (e la conclusione dipende, in ultima analisi, dalla *doppia natura* del fotone).

Il fatto che la natura obbedisca, nei limiti delle nostre attuali conoscenze, alla Meccanica Quantistica, sembra dipendere dal fatto che *esistono in natura* le interazioni elettromagnetiche.

Ma al principio di indeterminazione tra posizione ed impulso si affianca il principio di indeterminazione tra *tempo ed energia*

$$\Delta E \Delta t \gtrsim h,$$

il cui significato è un po' più sottile, perché bisogna distinguere tra l'*osservabile* "tempo in cui accade un evento" ed il *parametro* "tempo" nell'equazione di evoluzione.

Tuttavia a tale relazione di indeterminazione Einstein ha rivolto una critica fondamentale, nel Congresso Solvay del 1930, intesa ad inficiare i fondamenti della Meccanica Quantistica, critica basata su un esperimento concettuale che sembrava contraddire la relazione in questione.

La soluzione del dilemma, emersa, nel medesimo Congresso, da lunghe discussioni notturne tra Einstein e Niels Bohr, era che, se si tien conto *anche* della Relatività Generale, la relazione in questione viene confermata. Molto sorprendentemente, infatti, bisogna tener conto della diversa velocità di un orologio che si trovi a diverse altezze dal suolo, e quindi soggetto a diversi valori del potenziale gravitazionale che descrive l'attrazione della Terra, *anche* quando queste altezze differiscono solo per l'*indeterminazione quantistica* <sup>(2)</sup>, dovuta alle relazioni di Heisenberg (7)!

Dunque sembra che la validità della Meccanica Quantistica dipenda dalle forze realmente esistenti in natura ed *anche* dalle caratteristiche della gravitazione! Ciò non toglie che abbia senso applicare la Meccanica Quantistica a teorie approssimate, in cui siano trascurate le forze sulla cui esistenza essa è basata, cioè in particolare quelle elettromagnetiche, al pari delle interazioni deboli e gravitazionali, per esempio nella *cromodinamica quantistica*, che descrive le *sole interazioni nucleari forti*. E che abbia senso applicare la Meccanica Quantistica a modelli matematici, sia pure non realistici.

<sup>(2)</sup> Si veda la descrizione dell'esperimento concettuale, con riproduzione del disegno originale di Bohr, e le citazioni delle lettere dei testimoni a quelle discussioni cruciali, nel libro di Abraham Pais [21].

### 3. – Meccanica Quantistica e problemi attuali: successi e tormenti.

La Meccanica Quantistica spiega brillantemente tutti i comportamenti della materia che possiamo osservare ad energie raggiungibili nei nostri laboratori; quando i processi di emissione od assorbimento di fotoni, creazione di coppie particella-antiparticella, divengono importanti, è necessaria una Teoria Quantistica dei sistemi con infiniti gradi di libertà, la Teoria Quantistica dei Campi, che è il linguaggio fondamentale dell'odierna Fisica Teorica [9, 10, 11, 12].

Le sue previsioni per le interazioni tra particelle cariche e radiazione elettromagnetica, che determinano le proprietà ottiche della materia, quali le righe spettrali, sono così accurate da dar luogo ad un accordo con i dati sperimentali entro il piccolissimo errore dei medesimi, che in tal caso vuol dire: sino ad una parte su 100 miliardi!

Sarebbe come misurare la distanza di un punto preciso di Alessandria da un punto preciso di New York con l'approssimazione dello spessore di un capello.

E per quanto riguarda le interazioni deboli, più deboli appunto di quelle elettromagnetiche, e le forze nucleari o interazioni forti, più forti appunto di quelle elettromagnetiche, possediamo una descrizione soddisfacente, il "modello standard", che ha superato sinora tutti i confronti con l'esperienza, e sul quale ci si attende di imparare molto dai risultati che si otterranno molto presto con il nuovo acceleratore al CERN.

Siamo dunque tornati nell'Eden? In realtà non è così.

Da un lato, si comprende bene la struttura delle tre interazioni fondamentali su accennate, ma non si sa dare di esse alcuna trattazione matematica, se non in modo "perturbativo", vale a dire per calcoli di approssimazioni successive che non possono mai raggiungere un risultato finale: cioè non si sanno in nessun modo risolvere esattamente le equazioni del moto.

Inoltre i calcoli perturbativi, che portano a quegli accordi spettacolari con gli esperimenti che abbiamo evocato, sono possibili al prezzo di una peculiare procedura (detta rinormalizzazione) che permette di estrarre risultati finiti, confrontabili con gli esperimenti, da formule

che di per sé darebbero sempre, come risultato numerico, solo... infinito! (problema delle divergenze). Dopo il primo calcolo di questo tipo, semplice e spettacolare, eseguito da Hans Bethe nel 1948 [8], questa procedura è divenuta una teoria sistematica con i lavori di Richard Feynman, Shinichiro Tomonaga, Julian Schwinger e Freeman Dyson, precisata da Nicolai Nicolaievich Bogoliubov, resa più rigorosa da Klaus Hepp e Wolfgang Zimmermann, raffinata da molti altri contributi, tra cui recentissimi quelli di Alain Connes e Dirk Kreimer, che son riusciti a ricollocarla nell'ambito di teorie matematiche illustri (problema di Riemann-Hilbert). Eppure...

Non si conosce nessun modello rigorosamente esatto di teoria dei campi quantistica relativistica (nel senso della relatività speciale) e locale che descriva (nello spaziotempo reale, a 4 dimensioni) una interazione non banale, quale essa sia, non importa se non realistica.

Sembrirebbe che la natura, con il fantastico accordo tra calcoli ed esperimenti che ho citato, ci indicasse che siamo sulla buona strada, ma... non siamo ancora in grado di percorrerla sino in fondo! Anzi, si direbbe proprio che vi abbiamo mosso soltanto i primi passi.

La stessa natura pare guidarci passo passo su un cammino in cui ancora andiamo a tentoni: teorie come l'elettrodinamica od il modello standard sono formulate tramite un principio, detto "principio di gauge", che detta la forma dettagliata delle interazioni, facendola discendere dal fatto che alcune particolari simmetrie globali, che a priori non dipendono dal punto, siano ancora simmetrie se agiscono localmente, in ciascun punto in modo indipendente dagli altri (Teorie di Yang - Mills [11, 12, 13]).

Tutto dipende quindi dalla scelta delle simmetrie globali (tecnicamente: un "gruppo compatto"  $G$ ); la semplice scelta di  $G$  come prodotto di tre fattori, ciascuno parente stretto del gruppo delle rotazioni,

$$(11) \quad G = U(1) \times SU(2) \times SU(3),$$

(rispettivamente, il gruppo dei numeri complessi di modulo 1, delle matrici complesse  $2 \times 2$  e  $3 \times 3$  che sono unitarie e con determinante 1) porta al modello standard (Sheldon Glashow, Abdus Salam e Steve Weinberg; basato su fondamentali contributi di Murray

Gell'mann, Peter Higgs, Nicola Cabibbo, Luciano Maiani, John Iliopoulos, Gerard't Hooft, Tini Veltman, Frank Wilczek, John Ward ed altri; per il concetto centrale di rottura spontanea delle simmetrie, Jeffrey Goldstone, Yoichiro Nambu, Giovanni Jona-Lasinio, ed il già nominato Peter Higgs); ma questo è solo un principio guida: per dar conto degli esperimenti, bisogna apportare un numero enorme di correzioni ed aggiustamenti che rendono la teoria straordinariamente complicata, e calcolare con essa diventa un problema che richiede calcolatori così avanzati da dover essere inventati allo scopo (progetto APE dell'Università di Roma e suoi sviluppi successivi).

Alla radice tutto dipende dalla scelta di quel "gruppo compatto di simmetrie globali"; in quanto tali esse non agiscono in alcun modo visibile sulle grandezze osservabili, che sono invarianti; si tratta piuttosto di simmetrie di strutture matematiche non osservabili (i cosiddetti *campi carichi*).

Ma, direbbe un fisico preoccupato dei principi primi, od un fisico matematico, tutto ciò non rende lo schema arbitrario? Come sappiamo che  $G$  esiste e che deve essere proprio un "gruppo compatto" (questo termine indica una struttura matematica precisa ed alquanto restrittiva)?

Che la strada sia buona appare anche dalla risposta a questa domanda, che viene dalle ricerche sulla struttura matematica determinata unicamente dai nostri principi più generali (cioè, appunto, dai principi primi, indipendentemente dalla soluzione del problema dinamico), su cui ho speso la mia vita scientifica (spesso in collaborazioni, in particolare con Rudolf Haag e John Roberts per la teoria della statistica delle particelle e dei settori di superselezione, e, per il risultato qui appresso citato, e sui lavori precedenti basato, con John Roberts - i riferimenti sono reperibili nell'articolo di rassegna [19]).

Uno dei risultati più significativi è che le simmetrie interne, anche se non operano in alcun modo sulle grandezze osservabili, sono tuttavia recuperabili in un modo indiretto e sottile *dalla non commutatività delle osservabili* stesse, e ciò è possibile esclusivamente grazie al principio di *Località*. Le teorie matematiche a ciò adeguate

non esistevano, ed hanno dovuto essere formulate proprio con lo studio di questo problema (Teoria della dualità astratta per gruppi compatti).

Per dare un'idea, sia pure sommaria, di questa connessione, diremo solo che la struttura non commutativa della collezione  $\mathfrak{A}$  delle osservabili locali *determina intrinsecamente* una famiglia  $\mathcal{T}$  di rappresentazioni di questa collezione (selezionata, tra tutte le rappresentazioni sugli spazi di Hilbert, da un criterio matematico preciso, grazie al quale esse forniscono i *settori di superselezione* della teoria); questa famiglia  $\mathcal{T}$ , grazie al postulato di località, acquista una struttura matematica molto precisa: è una “categoria tensoriale  $C^*$  rigida e strettamente simmetrica”, con unità irriducibile.

Grazie ad un teorema, la cui necessità è stata suggerita proprio da questo problema, una struttura così fatta determina sempre un unico gruppo compatto  $G$ , del quale essa è la struttura duale <sup>(3)</sup>. Questo gruppo dunque *esiste*, ed emerge come il gruppo di tutte quelle simmetrie (automorfismi) di un'opportuna algebra  $\mathfrak{F}$  contenente  $\mathfrak{A}$ , che lasciano invariati tutti gli elementi di  $\mathfrak{A}$ ,

$$(12) \quad G = \text{Aut}_{\mathfrak{A}}(\mathfrak{F}),$$

dove  $\mathfrak{F}$  viene costruita come un “prodotto incrociato”

$$(13) \quad \mathfrak{F} = \mathfrak{A} \times \mathcal{T}.$$

Questo prodotto incrociato è determinato unicamente dalle osservabili  $\mathfrak{A}$ , ed è di grande importanza fisica: esso descrive tutti i *campi, non osservabili* in generale, della teoria <sup>(4)</sup>.

Tornando al problema dinamico, si potrebbe pensare che, per

<sup>(3)</sup> Si ottiene così una nuova *teoria della dualità per i gruppi compatti*, che va ben al di là della teoria classica di Tannaka e Krein, con una caratterizzazione del duale *interna* alle categorie astratte, od a quelle degli endomorfismi di una  $C^*$  Algebra. A meno di un anno di distanza è seguita una analoga teoria, di Pierre Deligne, per i duali dei gruppi *algebrici*, della quale era emersa la necessità nella teoria dei *motivi* di Grothendieck. Mentre l'estensione ai *gruppi quantistici compatti* è ancora parziale [19].

<sup>(4)</sup> A rigore tutto ciò si applica a teorie senza particelle di massa zero; l'estensione è oggetto di studio da tempo.

quanto risolverlo esattamente sia un formidabile ed irrisolto problema matematico (cui è riservato uno dei famosi “Premi Clay” istituiti nel 2000 <sup>(5)</sup>), tuttavia la Fisica di base sia abbastanza ben compresa.

Ma se pensiamo ad una teoria che debba essere applicabile *anche* a scambi di energia così elevati, da portare a incontri tra particelle elementari così ravvicinati che persino la debolissima forza gravitazionale divenga importante quanto le altre forze, occorrerebbe allora una teoria Quantistica della Gravitazione. Cioè una teoria coerente che si riducesse rispettivamente alla Relatività Generale Classica quando gli aspetti quantistici dei fenomeni si possono trascurare, ed alla teoria quantistica locale dei campi relativistici quando le forze gravitazionali si possono trascurare.

Una tale teoria *non* è conosciuta; le opinioni divergono, come davanti alle malattie particolarmente gravi che non si sanno curare: chi ritiene che la risposta verrà dalla Teoria delle Stringhe [17, 18], chi ritiene che bisogna formulare varianti opportune della teoria dei campi, chi ritiene che ciò non sia possibile, chi ritiene che forse il problema non esiste perché non sappiamo se è vero che le forze gravitazionali divengono fortissime a distanze vertiginosamente piccole, dove potrebbero deviare significativamente dalla legge di Newton senza che ce ne potessimo accorgere nelle nostre esperienze del mondo macroscopico <sup>(6)</sup>: il peso degli oggetti, le forze tra i pianeti, le stelle, le galassie, non cambierebbero affatto in tale scenario.

Ed infine, porsi questo tormentoso problema, potrebbe essere come premunirsi contro invasioni da continenti lontani mentre potrebbero

<sup>(5)</sup> “Provare che per ogni gruppo di gauge semplice compatto  $G$  esiste una Teoria di Yang-Mills non banale su  $\mathbb{R}^4$  con un distacco positivo  $\Delta$  dallo 0 nello spettro delle masse”, dove anche si precisa che l’esistenza deve includere proprietà assiomatiche almeno altrettanto forti quanto quelle discusse nella recente letteratura sulle teorie costruttive. È questo uno dei sette *Problemi del Millennio* formulati nel 2000 dal Clay Mathematical Institute di Cambridge, Massachusetts, mettendo in palio un premio di un milione di dollari per la soluzione di ciascuno di essi; tra gli altri la Congettura di Riemann, ed anche la Congettura di Poincaré, successivamente dimostrata dal matematico russo Grigorij Jakovlevich Perel’man.

<sup>(6)</sup> I dati sperimentali attualmente disponibili confermano la legge di Newton solo per distanze non inferiori al millimetro.

esserci altri nemici più vicini alle porte, di cui ignoriamo l'esistenza: prima di arrivare a studiare quelle distanze così vertiginosamente piccole, potremmo incontrare a metà strada nuovi mondi da esplorare, nuovi fenomeni insospettati, la cui spiegazione potrebbe essere più urgente.

Ma abbiamo uno schema concettuale sinora perfetto, la Meccanica Quantistica; ed una teoria meravigliosa, la Relatività Generale Classica di Einstein, che nel campo dell'Astrofisica riceve di continuo nuove conferme dall'esperienza: basta pensare alle osservazioni sulle pulsars binarie ed agli effetti di lente gravitazionale sulle immagini di galassie lontanissime, causate da altre galassie lontane in posizione interposta: per cui la stessa galassia ci può apparire suddivisa in quattro immagini distinte (Croce di Einstein), o deformata come se la guardassimo attraverso una bottiglia di vino bianco.

Perché è così difficile metter tutto ciò insieme in una teoria quantistica della gravitazione?

Ora come ora, questo sembra uno dei più formidabili problemi della scienza del XXI secolo, assieme a quello di comprendere la natura della coscienza come *processo* (secondo le parole di William James) neurobiologico, ed a quello di spiegare l'origine del DNA (dell'RNA) dalla materia disordinata.

Accanto a questo grave problema di fondo, ovviamente la Fisica contemporanea ha molti altri problemi: le idee sulle particelle elementari sono state rivoluzionate, a partire dagli anni '90, dalle esperienze sulle oscillazioni dei neutrini, che hanno mostrato che questi ultimi hanno una massa; le idee sulla struttura dell'universo sono state rivoluzionate nell'ultima decina d'anni, in particolare da esperimenti stupendi che rilevano nelle impercettibili anisotropie della radiazione di fondo cosmico le tracce fossili dell'esplosione primordiale.

Dall'interpretazione oggi corrente emerge uno scenario sconcertante: la materia di cui siamo fatti, che vediamo attorno a noi come terra mare montagne pianeti stelle galassie e gas intergalattico e radiazione, contribuirebbe a non più del 5 per cento dell'energia dell'universo; il resto sarebbe dovuto per il 30 per cento a qualche forma ancora sconosciuta di materia, sorda ed inerte, detta *materia oscura*, e per il 65 per cento ad una misteriosa energia oscura, forse connessa a

quella costante gravitazionale che Einstein aveva prima postulato (per poter avere un modello di universo statico) e poi rinnegato (quando le osservazioni evidenziarono l'espansione dell'universo).

Il nostro vecchio antropocentrismo riceverebbe così un nuovo colpo: persino la materia che possiamo percepire e rivelare è marginale nell'universo!

#### 4. – Cosa possiamo concludere?

Spero di aver giustificato l'affermazione che la natura è la nostra maestra: dobbiamo metterci alla sua scuola, studiarne i fenomeni, ed il nostro pensiero tra essi, come fanno le moderne neuroscienze, senza ritenerci speciali o centrali né come viventi né come pensanti. Il suo libro è scritto, come diceva Galileo, in linguaggio matematico; ma non è un romanzo di Balzac, per poter leggere il quale basta conoscere il francese: è la natura stessa che ci guida (recalcitranti!) verso la matematica in cui essa sembra articolare di preferenza i suoi messaggi. E forse, percorrendo questa via, potremmo un giorno convincerci che la matematica è nella natura stessa prima che nei nostri pensieri.

Infatti la Meccanica Quantistica ha profondamente influenzato e promosso la Matematica: la non commutatività ha via via assunto e sta ancora assumendo un posto sempre più centrale: la novità degli ultimi decenni è l'avvento della geometria non commutativa, invenzione del matematico francese Alain Connes, in cui si studiano spazi che sfuggono completamente all'intuizione geometrica abituale, in cui le coordinate dei punti, quali, poniamo, latitudine longitudine e altezza, sono invece descritte da grandezze che non commutano tra loro.

Non è questa solo astrusa astrazione: da un lato la teoria delle Algebre di Operatori [14, 15] (nata negli anni '30 e '40 sotto l'impulso della Meccanica Quantistica, sopra tutto ad opera di John (Janos) von Neumann, con una fondamentale generalizzazione introdotta nel 1943 da Israel Moissevich Gel'fand e Mark Aharonovich Naimark) porta naturalmente a questo sviluppo; dall'altro la geometria non commutativa fornisce un quadro in cui problemi altrimenti insolubili come la

geometria di spazi singolari <sup>(7)</sup> trovano un posto naturale. Persino alcuni dei complicati aggiustamenti che portano al modello standard possono essere ricondotti a semplici prescrizioni dettate dalla Geometria Noncommutativa, per formulare il calcolo differenziale e le teorie di gauge sugli insiemi finiti [16].

Infine (ed è questa una proposta del nostro gruppo, che sempre mi stupisco non sia stata avanzata prima), i principi della Meccanica Quantistica, assieme a quelli della Relatività Generale Classica, sembrano proprio indicare che il nostro stesso spazio-tempo debba esser visto come una varietà non commutativa: se volessimo localizzare un evento nello spazio e nel tempo con precisione spinta in una maniera estrema, dell'ordine della scala di Planck (le grandezze unitarie in un sistema di misura basato sulla velocità della luce  $c$ , la costante di Planck  $\hbar$  e la costante gravitazionale  $G$ , in luogo di metro, kilogrammo e secondo), ci accorgeremmo che latitudine, longitudine, altezza e tempo in cui si colloca un evento non si possono misurare simultaneamente con precisione arbitrariamente piccola per ciascuna di queste grandezze.

Infatti, se teniamo conto di principi della Meccanica Quantistica, misure estremamente precise di una coordinata si possono eseguire solo al prezzo di trasferire al sistema una energia incontrollata, ma almeno dell'ordine di grandezza prescritto dal principio di indeterminazione di Heisenberg; la Relatività Generale ci insegna che questa energia genera anch'essa una forza di attrazione gravitazionale, che potrebbe esser enorme se la precisione con cui pretendiamo di localizzare il nostro evento fosse troppo spinta; tanto da impedire ad ogni segnale uscente dalla zona osservata di raggiungere un osservatore lontano.

Ne consegue che anche tra le diverse coordinate spazio-temporali di un evento devono valere relazioni di indeterminazione. In una forma minimale, suggerita dall'elaborazione matematica delle considerazioni precedenti (riferimenti in [19]), esse sono

$$(14) \quad \Delta q_0 \cdot \sum_{j=1}^3 \Delta q_j \gtrsim \lambda_P^2; \quad \sum_{1 \leq j < k \leq 3} \Delta q_j \Delta q_k \gtrsim \lambda_P^2,$$

<sup>(7)</sup> Tipicamente, lo spazio delle foglie di una foliazione.

dove compare quella lunghezza, abissalmente piccola, misura delle distanze alle quali gli aspetti quantistici della gravitazione potrebbero divenire rilevanti, la lunghezza di Planck  $\lambda_P$ :

$$(15) \quad \lambda_P = \left( \frac{G\hbar}{c^3} \right)^{1/2} \simeq 1.6 \times 10^{-33} \text{ cm.}$$

Dobbiamo quindi aspettarci che queste variabili (per esempio latitudine, longitudine, altezza e tempo in cui si colloca un evento) **non commutino tra loro**; anzi che i loro commutatori siano tali che le relazioni di indeterminazione (14) seguano dalla relazione (9).

Occorre quindi una teoria quantistica dei campi su uno Spaziotempo Quantistico.

È possibile formulare un modello esplicito, caratterizzato da relazioni di commutazione relativisticamente invarianti tra gli operatori  $q_\mu, \mu = 0, 1, 2, 3$  che rappresentano le componenti temporale e spaziali delle coordinate di un evento, della forma

$$(16) \quad [q_\mu, q_\nu] = i\lambda_P^2 Q_{\mu\nu}$$

dove i commutatori  $Q_{\mu\nu}$  sono vincolati da “condizioni quantistiche” sugli invarianti che con essi si possono costruire:

$$(17) \quad Q_{\mu\nu} Q^{\mu\nu},$$

$$(18) \quad [q_0, \dots, q_3] \equiv \det \begin{pmatrix} q_0 & \cdots & q_3 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ q_0 & \cdots & q_3 \end{pmatrix}$$

$$\equiv \varepsilon^{\mu\nu\lambda\rho} q_\mu q_\nu q_\lambda q_\rho =$$

$$= -(1/2) Q_{\mu\nu} (*Q)^{\mu\nu},$$

(dove  $*Q$  denota il duale di Hodge del tensore  $Q$ ,  $*Q^{\mu\nu} = (1/2)\varepsilon^{\mu\nu\lambda\rho} Q_{\lambda\rho}$ ) imponendo che il primo sia nullo ed il quadrato del secondo sia uno. Si noti che nella formula precedente appare un invariante che misura la

non commutatività dei nostri quattro operatori, in termini del determinante (che sarebbe identicamente nullo per grandezze permutabili) a sua volta definito dal terzo termine dell'equazione precedente, dove  $\varepsilon^{\mu\nu\lambda\rho}$  è il tensore antisimmetrico “segno della permutazione” e la somma sugli indici ripetuti è come sempre sottointesa.

Questo modo di affrontare il problema (cui mi dedico da una quindicina d'anni, in varie collaborazioni, con Klaus Fredenhagen e John Roberts prima, con Dorothea Bahns, Klaus Fredenhagen e Gherardo Piacitelli poi, riferimenti in [19]), è tuttavia una linea *considerata marginale*, accanto ad altre molto più seguite, come la “Loop Quantum Gravity”, di cui il fisico italiano Carlo Rovelli è un protagonista assieme all'iniziatore, Abey Ashtekar, e, soprattutto, la Teoria delle Stringhe, celebre anche presso il pubblico in generale grazie a diversi libri ad esso indirizzati (si veda [17]); sarebbe impossibile elencarne tutti gli attori importanti, ci limitiamo a ricordare due protagonisti: Edward Witten, e, tra gli iniziatori, il fisico italiano Gabriele Veneziano. In diverse forme, anche queste teorie suggeriscono una immagine quantistica dello spaziotempo alla scala di Planck. Nessun approccio, tuttavia, è ancora in grado di formulare in modo soddisfacente una teoria quantistica della gravitazione.

Qui sopra mi sono limitato ad accennare a ciò che i principi fisici fondamentali a noi noti sembrano implicare come conseguenza necessaria, se si esplorano lunghezze, dell'ordine appunto della lunghezza di Planck, alle quali gli effetti quantistici della gravitazione possono divenire apprezzabili.

Solo che per raggiungere la scala delle distanze così piccole, dovremmo dividere per 10 la dimensione di un fiore ben 33 volte successive.

Per farsi un'idea di cosa questo significhi, si pensi a dove ci portano successive moltiplicazioni o divisioni per dieci:

1. in 8 passi si raggiungerebbe la dimensione della Terra in un senso, quella degli atomi nell'altro;
2. in altri 8 passi si raggiungerebbe in un senso una dimensione intermedia tra quella del sistema solare e la distanza della stella più vicina, nell'altro le dimensioni interne alle particelle prossime a quelle attualmente esplorate con il LHC del CERN;

3. da quella scala e quella di Planck circa altrettanti passi (17 divisioni successive per 10) sarebbero necessari, cioè appunto 33 passi in tutto; ma nulla si sa su cosa troveremmo per via;

4. nell'altra direzione, per giungere dal nostro fiore alla dimensione della Via Lattea, occorrono circa 23 moltiplicazioni per 10; con altre 3 raggiungeremmo i superammassi di galassie; oppure, con altre 5, cioè con 28 passi in tutto, la dimensione dell'intero universo oggi conosciuto.

Si può dire quindi che, in scala logaritmica, i confini dell'universo sono molto meno lontani da noi della scala di Planck!

Ma guardare sempre più lontano (come si è fatto nell'ultimo decennio con gli esperimenti Boomerang – con importante partecipazione Italiana –, COBE e WMAP, che hanno studiato le minime asimmetrie della temperatura della radiazione di fondo dell'universo: fluttuazioni di un milionesimo di grado centigrado, su una temperatura media di 2,7 gradi sopra lo zero assoluto) significa guardare nel passato: la luce o la radiazione proveniente da oggetti lontani circa dieci miliardi di anni luce è stata emessa, appunto, dieci miliardi di anni fa; guardare oltre, alle distanze di circa tredici miliardi di anni luce da noi, dove possiamo vedere appunto solo la radiazione di fondo cosmico, significa guardare sempre più da vicino il "Big Bang", cioè esplorare l'universo conosciuto com'era nei suoi primissimi istanti, quando le sue dimensioni erano minuscole!

Come ha osservato Piergiorgio Odifreddi, ci troviamo quindi come Dante, che salito di cielo in cielo nel Paradiso, giunto all'Empireo, vede un punto senza estensione, dalla luminosità insostenibile, circondato da successivi anelli angelici, ma che in realtà avvolge tutto.

"In my beginning is my end", diceva Thomas Stearns Eliot nei "Quattro quartetti".

Spero di aver dato un'idea di quanto anche le più riposte ed ardite costruzioni delle scienze esatte, e forse la stessa Matematica, appaiano dominate dalla natura.

Ho parlato delle leggi della natura; ma di solito ci piace pensare che i nostri pensieri non obbediscano ad alcuna legge, se non quelle della nostra etica, del diritto, del nostro libero volere; ed il mondo che ci circonda sembra assolutamente estraneo a tutto ciò; e peraltro sembra

spesso sfuggire ad ogni legge deterministica, ed obbedire soltanto al caso.

Dunque in questa visione naturalistica sono solo le scienze che trovano un posto?

## 5. – Caso e naturalismo, dalla scienza all’etica. Una difesa della cultura.

Ho parlato del caso e del suo ingresso nelle predizioni della Meccanica Quantistica: ingresso di cui si potrebbe dire siamo soltanto noi i responsabili, se poniamo domande non lecite, come quale sia il valore simultaneo di due osservabili non compatibili; mentre l’evoluzione temporale determina esattamente, in modo cristallino, uno stato puro ad un tempo successivo in termini dello stato puro iniziale.

Ma questo determinismo diviene illusorio, sino a cedere il passo ad un caso sovrano, quando le condizioni iniziali non siano precisabili, perché il sistema è composto da un numero enorme di componenti, per il grado di disordine delle condizioni iniziali, o per la estrema sensibilità del processo di evoluzione rispetto a variazioni anche minime delle condizioni iniziali stesse (come David Ruelle ha argomentato per il fenomeno della turbolenza).

In tali situazioni l’evoluzione esatta, deterministica, perde di senso, e deve esser sostituita dall’evoluzione di dati statistici: che tipicamente è irreversibile; l’entropia, descritta da una celebre formula, scolpita sulla tomba di Ludwig Boltzmann a Vienna,

$$S = k \log W$$

(dove  $k$  è la costante di Boltzmann, cioè la costante dei gas diviso il numero di Avogadro, e  $W$  la molteplicità dello stato) non può decrescere; tutti abbiamo visto un bicchiere cadere a terra ed andare in frantumi, ma nessuno ha mai visto questo film girare all’indietro nella realtà. Questa “freccia del tempo termodinamica” è profondamente legata a quella “psicologica”, per cui sentiamo che il nostro passato è stato ed è concluso, ma ben altro è il futuro: ed anche la percezione del presente, che pare istantaneo, è in realtà di natura statistica. (A mio avviso, da non confondere con le precedenti è la freccia del tempo cosmologica).

In realtà il caso, così importante come sappiamo nella vita di ognuno, essenziale nel mondo biologico [22], è il maestro cui tutto dobbiamo: la diversificazione delle specie alla fine del proterozoico indotta dal calore liberato negli oceani dalla frammentazione in zolle continentali della pangea, e successivamente dalla pioggia di comete; lo sviluppo dei mammiferi dopo l'estinzione dei dinosauri, di nuovo probabilmente casuale in quanto provocata dall'impatto di una cometa: la divisione tra foresta africana e savana causata dalla formazione del Great Rift (dovuta ai movimenti tettonici del subcontinente Indiano verso quello Asiatico che hanno causato la formazione dell'Himalaya), e la probabile conseguente differenziazione tra ominidi e scimpanzè, . . .

E nella nostra mente? Da un lato, essa è il risultato del consolidamento di circuiti neurali dovuto alla pioggia di esperienze e stimoli cui l'individuo è soggetto, per lo più determinati dal caso, che rendono il singolo irripetibile, anche se vi fosse condivisione completa del patrimonio genetico, come in due gemelli monozigoti o, se mai si mettesse in opera un così disumano progetto, come sarebbe in un essere umano ed in un suo clone. D'altro canto, la liberazione di un neurotrasmettitore nello spazio intersinaptico da parte di una vescicola sinaptica (il processo elementare nei passi della trasmissione di un segnale neurale) è un processo "tutto o niente" che può avvenire o no con notevoli margini di casualità; come pure l'attivazione di circuiti neurali sembra avere anche un carattere statistico in cui il caso non è estraneo.

E nel funzionamento complessivo della nostra mente? Abbiamo l'illusione di esser padroni dei nostri pensieri, di decidere i nostri gesti. Certamente i gesti veloci ed automatici, codificati nella nostra memoria procedurale, come quelli di un giocatore di tennis o di chi corre in bicicletta, non sono causati (non converrebbe!) da una riflessione. Ma da diversi decenni Benjamin Libet ha mostrato in celebri esperimenti come la consapevolezza di aver deciso un gesto possa *sequire* di 2 o 3 decimi di secondo il comando neurale di esecuzione del gesto stesso. Il punto è che il processo di prender coscienza di una sensazione o di un pensiero dura nel tempo, ed è un processo statistico, che coinvolge molti e diversificati circuiti neurali nel nostro cervello (in alcuni casi evidenziati da una sorprendente esperienza di Edelman e Tononi [23]).

E la natura delle nostre decisioni, come hanno ben illustrato Oliver

Saks ed Antonio Damasio, è tutt'altro che logico-computazionale: procede per interazioni tra corteccia e quelli che Edelman chiama i centri di valore, che dal sistema limbico (sede di paure, piaceri, emozioni) scambiano messaggi con l'intera corteccia, e ne orientano in modo che poi chiamiamo "intuitivo" le scelte istantanee, senza calcolarle prima le conseguenze di tutte le scelte alternative, in processi in cui di nuovo il caso interviene.

Il problema del libero arbitrio non può allora essere neppure posto; l'affermazione:

"le condizioni iniziali del tutto determinano esattamente l'evoluzione successiva, e quindi non sono libero delle mie decisioni oggi, perché quel che farò è determinato ab initio,"

contiene un insostenibile presupposto: che le condizioni iniziali possano aver senso come un dato assolutamente preciso e conoscibile. Ed il problema si sposterebbe subito su un terreno metafisico e teologico, con la domanda se tale conoscenza potesse appartenere ad un dio onnisciente, "non muove foglia che Dio non voglia", o se, a prescindere dalla convinzione che ciascuno può avere della esistenza o non esistenza di un essere supremo, non dovessimo convenire con Senofane che "non si addicono a dio" tanti attributi umani, dei quali la conoscenza e la cura dello stato di moto di ogni particella dell'universo, o del suo stato quantistico complessivo, sarebbe null'altro che una proiezione. Più che un dio sarebbe un "diavoletto di Maxwell", che può violare i principi della termodinamica (e far riscaldare l'aria dell'una e raffreddare quella dell'altra in due stanze, inizialmente alla stessa temperatura, comunicanti attraverso un piccolissimo pertugio dove lui è il portiere) facendo passare a suo piacimento le molecole veloci solo in un senso e quelle lente solo nell'altro.

Tornando all'uomo, conviene dunque rivolgersi anche alla nostra realtà psicologica con lo stesso atteggiamento naturalistico: i nostri pensieri, il "Cogito ergo sum", non sono un *a priori*, ma il punto di arrivo di una lunga strada, che parta dai fenomeni neurali elementari, e porti, in una prospettiva lontana per ora, alla comprensione della coscienza: anzitutto la coscienza primaria, nostra e dei nostri fratelli minori, che si distinguono per minore elaborazione, ma sognano, come sa chi ha un cane, soffrono, hanno percezione del tempo come le ghiandaie, possono avere un'etica ed altruismo come i delfini ed alcuni

scimпанzè, od una cultura con le proprie tradizioni, come quella del repertorio dei canti nelle popolazioni di balene.

Ed il caso ha certo un ruolo essenziale nello studio dei meccanismi della coscienza, come in quello della formazione spontanea del DNA, e soprattutto dell'RNA, dagli amminoacidi (sulla formazione spontanea di questi ultimi già più di mezzo secolo fa avevano gettato una luce gli esperimenti di Miller; il passo più difficile da capire è attraverso quale meccanismo si possa essere da essi formato l'RNA; anche se non mancano modelli, per esempio quello di Cairns-Smith, basato sul ruolo ordinatore dei cristalli argillosi, e modelli più recenti basati su un ruolo della formazione spontanea di cristalli liquidi); problema che, vorrei ripetere, assieme a quello della spiegazione della coscienza ed a quello di una Teoria Quantistica della Gravitazione, mi sembra costituire la terna dei più profondi quesiti per il secolo da poco iniziato.

La natura, dicevamo, è la nostra maestra; seguendo, seppure sempre più a fatica, i suoi insegnamenti, sino ad ora troviamo che il mondo fisico è (misteriosamente) comprensibile.

Eppure la natura è indifferente se non minacciosa verso la nostra presenza, ed è sorda ed estranea all'etica, al diritto, alla nostra morale. Dunque in questa visione naturalistica sono solo le scienze che trovano un posto? Assolutamente no.

Il mondo che esploriamo come esseri umani, oltre ad essere anche e sopra tutto un mondo di relazioni e di relazioni affettive, aspirazioni e desideri, comprende in modo assolutamente essenziale un altro universo: quello della cultura dell'uomo, in tutte le sue diverse forme d'arte e pensiero, presenti e passate, spesso le une lontane dalle altre, e non solo geograficamente.

È la cultura che ci fa trovar bello un tramonto, che è più significativo se ricordiamo il quarto concerto per pianoforte e orchestra di Beethoven, o ci fa apprezzare in modo più profondo persino la bellezza di un volto, se ricordiamo la pittura del Rinascimento, come i quadri di Giovanni Bellini, o una poesia che ci ha commosso.

È questo un universo in cui dovremmo muoverci con lo stesso spirito naturalistico al quale ci induce la scienza: la nostra identità si precisa e si arricchisce proprio dal collocarsi in quell'universo. Dove dobbiamo collocarci senza presumere per noi alcuna centralità, né di essere in

possesso in partenza di alcuna verità definitiva, nemmeno per l'etica o per il diritto, ma con il solo desiderio di conoscere e di apprendere. Il che naturalmente non vuole affatto dire che ogni opinione, ogni valore vale qualunque altro: ma esattamente il contrario.

Vorrei sottolineare almeno tre aspetti per i quali la scienza pura è scuola di etica.

1. Proferire affermazioni sulla Fisica solo se è possibile corroborarle con verifica (almeno teorica, e in ultima analisi sperimentale), enunciare affermazioni matematiche solo se è possibile darne dimostrazione rigorosa, è una scuola ed esempio per la responsabilità individuale nel senso più ampio.

2. Come la scienza *tende* a verità universali, accettate da tutti, mossa alla ricerca di esse dal desiderio di conoscere, ma assistiti dal dubbio e dalla critica, così le certezze di valori etici e giuridici, validi per ogni essere umano, secondo il criterio di Kant, devono essere la meta cui tendiamo, mossi ancora dal dubbio e dalla critica, e non la cittadella dove pensiamo di essere già arroccati.

3. E la ricerca motivata solo dal desiderio, dalla necessità, di conoscere (a differenza del "neque enim quaero intelligere ut credam, sed credo ut intelligam" di Anselmo di Aosta, "Proslogion", I, 7) è per stretta analogia anche disciplina a ritenere, con gli Stoici e con Spinoza, che "beatitudo non est virtutis praemium sed ipsa virtus" ("Ethica", V, Propositio XLII).

Bisogna guardarsi dalle pericolose confusioni che vi sono nell'immaginario popolare tra ricerca pura da una parte, e tecnologia dall'altra, tra sapere ed applicazioni, e, soprattutto, tra le vie del sapere e le scelte a quali applicazioni dar corso; confusioni che insinuano pericolosi dubbi, come il dubbio se il dovere morale di non usare il conoscere come strumento pernicioso possa limitare il *dovere morale di conoscere*. "Wir muessen wissen. Wir werden wissen", "Dobbiamo sapere. Sapremo", è scritto sulla tomba di David Hilbert a Göttingen.

E come addentrandoci nello studio delle leggi esatte della natura e della matematica, quando si diradano le nebbie ed usciamo dalla boscaglia, troviamo un mondo di abbagliante bellezza, così è l'universo delle culture dell'uomo che ci permette di scoprire ed apprezzare la bellezza, tanto più significativa quanto più è riposta e quanto più richiede impegno, se non fatica, per accedervi.

È il fiutare il profumo di questa foresta sin da bambini che ci permette di apprezzare la bellezza; e qui vorrei pronunciare una parola difficile: felicità. La Costituzione degli Stati Uniti riconosce a tutti i cittadini il diritto di perseguirla. Più profondamente, la nostra Costituzione nell'articolo 3 indica tra i compiti della Repubblica rimuovere gli ostacoli al pieno sviluppo della persona umana.

Infatti, se ci chiediamo cosa sia la felicità, dobbiamo rispondere come S. Agostino sul tempo; ma è facile convincerci che quasi tutto ciò che ci verrebbe subito in mente, basato sul benessere economico e materiale, non è la felicità, ma ne è al più pre-condizione necessaria, come la salute e la sicurezza della serena sopravvivenza per i propri cari e per se stessi, e così via. Al di là di questo, ci può avvicinare a quell'idea solo il pieno godimento di un arricchimento interiore, che nessuno ci potrebbe poi togliere.

È la cultura un bene che arricchisce tanto di più allorché è più condiviso; "ché, per quanti si dice più li "nostro", / tanto possiede più di ben ciascuno," (Purgatorio, XV, 55-56); dal riconoscere a quel bene il valore centrale che dovrebbe avere, tutto dovrebbe, e può, discendere: l'amore per la scienza come per le arti, la giustizia, come l'etica, come l'anima che cerchiamo per l'Europa; e, sopra tutto, il rispetto assoluto per il ricettacolo ove la cultura nasce e dove il suo seme può sempre (sempre!) germogliare: vale a dire ogni essere umano. Indipendentemente dalla fede religiosa che ciascuno può avere o non avere, basterebbe questo per rifiutare ogni forma di violenza e sopraffazione, per non parlare della pena di morte.

Ma forse anche le gravi incertezze di oggi si potranno superare se mai si realizzerà un capovolgimento radicale di valori: non il *mercato*, ma la *cultura*, dovrebbe essere il motore della società, la spinta del suo (ragionevole!) progresso economico, e regola, legittimazione, dello stesso mercato. Solo allora la (abusata) parola *Libertà* acquisterebbe quel senso pieno per cui tanti nostri predecessori, cui non saremo mai abbastanza grati, hanno sacrificato la vita. Senso pieno, cui si riferisce appunto la nostra Costituzione nell'articolo citato.

Che non si tratti solo di una vuota utopia, lo mostrano molti esempi di iniziative culturali che hanno indotto attività economiche e benessere materiale (il MART a Rovereto, l'Auditorium della Musica a

Roma, . . .), ed il fatto, che tutti possono osservare, che la domanda di cultura qualificata da parte del pubblico è sempre superiore all'offerta.

Il naturalismo è di per sé in antitesi con la metafisica. A domande come “cosa sono le cose in sé, al di là delle nostre percezioni sensoriali di esse”, il naturalismo risponde che esse sono né più né meno che i loro *modi* descritti dalle equazioni del moto.

Ma quell'antitesi non può mai esser completa. Vorrei concludere con delle considerazioni, ancor più personali di quanto precede, su questo punto.

Anzitutto, la “conoscenza dei modi” che possiamo raggiungere è sempre parziale: si può rispondere, alla domanda “cos'è un elettrone?”, dicendo: “una particella di una determinata massa, dotata di una unità fondamentale di carica elettrica negativa, che interagisce solo con le forze elettrodeboli e gravitazionali. . .”; ma vediamo che nel corso della risposta, se la desideriamo completa, si insinua la necessità di una sottostante teoria, anch'essa completa, di tutte le forze, direttamente od indirettamente coinvolte.

La direzione cui il naturalismo ci porta, verso le leggi della natura, è infatti quella di un principio irraggiungibile. Le leggi della natura, se intese come leggi ultime, e non come quegli scenari che conosciamo, anche matematicamente perfetti, ma soggetti a continua revisione per raffinamenti ed arricchimenti concettuali successivi, cui la natura ci costringe (raffinamenti di cui beninteso ciascuno fa salvo lo schema precedente come una sua approssimazione, mai rigettata, ma confinata e circoscritta meglio nei limiti appunto delle approssimazioni sue proprie), sarebbero uno scenario irraggiungibile, se la successione di questi raffinamenti potesse, come sopra dicevamo, non avere una fine (l'affermazione che una “teoria del tutto” esista, o sia addirittura a portata di mano, sta rapidamente perdendo credito anche tra i suoi sostenitori più radicali).

Le leggi della natura sarebbero dunque *il limite induttivo* di quegli scenari. Questo irraggiungibile limite, che sarebbe per sua essenza ragione ultima di tutto ciò che esiste, potrebbe esser pensato come Deus seu Natura, secondo il detto di Spinoza, al quale pensava Einstein quando, richiesto quale fosse la molla ultima a studiare la Fisica, rispose “conoscere i pensieri di Dio”; aggiungendo, in altra occasione, di credere nel Dio di Spinoza, a noi estraneo e del tutto indifferente.

Le leggi quali noi le conosciamo illuminano una parte sempre più estesa del paesaggio naturale: dalle interazioni fondamentali tra le particelle elementari alla cosmologia ed al mondo dell'astrofisica, dalla geologia al mondo biologico ed alla sua evoluzione. Quanto per ora inaccessibile alla nostra mente, si colloca oltre i confini delle conoscenze attuali, confini da sempre in espansione. All'interno di essi, pur a prezzo di adeguamenti laboriosi, gradualmente si giunge a fare ovunque chiarezza.

Ma è stridente il contrasto che incontriamo se pretendiamo di trovare, accanto alle leggi naturali che regolano quei fenomeni, anche delle leggi morali o dei principi teleologici che governino la natura, l'evoluzione delle specie viventi (che ha portato verso equilibri ecologici che spesso comportano sofferenze atroci per innocenti animali, difficilmente imputabili a loro colpe ancestrali), le vicende di ogni essere umano, la storia. Dai testi di Voltaire sul terremoto di Lisbona del 1755, a quelli di Hans Jonas sulla Shoah, molto è stato scritto su questo problema.

Se invece di accontentarci dell'evoluzione e del caso rinunciando a quell'estremo antropocentrismo, insistiamo nella ricerca di una teleologia nella natura, accanto al mistero (secondo Einstein, come sopra ricordato) di un universo *comprensibile* per quanto attiene alle sue leggi fisiche, troviamo anche quello di un universo *insensato e crudele*.

Contraddizioni insanabili si annidano ovunque, salvo accettare, come un principio di fede, che tali principi teleologici e morali esistano nella natura, o presiedano ad essa, ma siano *totalmente* (e non solo per quanto si trova al di là del nostro attuale orizzonte delle conoscenze), inaccessibili alla nostra mente.

Sigieri di Brabante procedeva sulla via della ragione anche contro la fede, e "sillogizzò invidiosi veri" (Paradiso, X, 138), salvo scegliere, alla fine di ogni ragionamento, di piegarsi alla fede là dove la ragione da essa divergeva nelle sue conclusioni; scelta personale sempre possibile, purché, beninteso, non se ne traggano pretese di piegare allo stesso modo le norme della società civile.

Ma indipendentemente dalla fede profonda che può appartenere o non appartenere a ciascuno, l'atteggiamento naturalistico sopra accennato porterebbe naturalmente ad un interesse per *tutte* le religioni, nella loro genesi storica e nel loro contenuto di arricchimento spirituale: e sarebbe opportuno, in tempi di intolleranza e conflitti religiosi,

proporre agli studenti nelle scuole non il catechismo d'una particolare fede, ma un'esegesi delle più importanti religioni, con letture dei brani più significativi [24].

## RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] M. CASAMONTI, *Le leggi di natura*, Guerini e associati, 2006.
- [2] M. DORATO, *Cosa c'entra l'anima con gli atomi?*, Laterza, 2007.
- [3] F. DYSON, *Infinito in ogni direzione*, Rizzoli, 1989.
- [4] S. W. HAWKING - G. F. R. ELLIS, *The large scale structure of spacetime*, Cambridge U.P., 1975.
- [5] P. A. M. DIRAC, *Principi della Meccanica Quantistica*, Bollati-Boringhieri, 1971.
- [6] J. VON NEUMANN, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics*, Princeton University Press, 1955.
- [7] B. L. VAN DER WAERDEN, *Sources of Quantum Mechanics*, Dover, 2007.
- [8] J. SCHWINGER, *Selected Papers on Quantum Electrodynamics*, Dover, 1958.
- [9] R. HAAG, *Local Quantum Physics: Fields, Particles, Algebras*, Springer-Verlag, 1994.
- [10] H. ARAKI, *Mathematical Theory of Quantum Fields*, Oxford U. P., 1999.
- [11] C. ITZYKSON - J. B. ZUBER, *Quantum Field Theory*, Dover, 2006.
- [12] J. ZINN-JUSTIN, *Quantum Field Theory and Critical Phenomena*, Oxford, 2002.
- [13] L. O'RAIFEARTAIGH, *Group structure of gauge theories*, Cambridge University Press (1988).
- [14] G. K. PEDERSEN, *C\* Algebras and their Automorphism Groups*, Acad. Press, 1979.
- [15] M. TAKESAKI, *Theory of Operator Algebras I, II, III*, Enciclopedia of Mathematical Sciences **124**, **125**, **127**, Springer 2002.
- [16] A. CONNES, *Noncommutative Geometry*, Academic Press, 1994.
- [17] L. SMOLIN, *The trouble with physics*, Houghton-Mifflin e Penguin, 2006.
- [18] M. GASPERINI - J. MAHARANA (eds.), *String theory and fundamental interactions: Gabriele Veneziano and theoretical physics: historical and contemporary perspectives*, Springer, 2008.
- [19] S. DOPLICHER, *The principle of locality: effectiveness, fate and challenges*, J. Math. Phys. **51**, Fiftieth Anniversary Special Issue, 015218 (2010).
- [20] V. GIROTTI - T. PIEVANI - G. VALLORTIGARA, *Nati per credere*, Codice, 2008.
- [21] A. PAIS, *Sottile è il Signore*, Bollati Boringhieri, 1991.
- [22] J. MONOD, *Il caso e la necessità*, Mondadori, 1970.
- [23] G. M. EDELMAN - G. TONONI, *Un universo di coscienza*, Einaudi, 2000.
- [24] S. DOPLICHER, *L'ora che non c'è*, Sapere, anno **76**, n. 1, pag. 78-79, Febbraio 2010.

Sergio Doplicher

Dipartimento di Matematica, Università di Roma "La Sapienza"  
dopliche@mat.uniroma1.it

