
ATTI ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI
CLASSE SCIENZE FISICHE MATEMATICHE NATURALI

RENDICONTI

ELIGIO PERUCCA, CLAUDIA GENTILE

Espressione delle leggi dell'irraggiamento termico.

Nota II

Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. 32 (1962), n.4, p. 441-444.

Accademia Nazionale dei Lincei

http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1962_8_32_4_441_0

L'utilizzo e la stampa di questo documento digitale è consentito liberamente per motivi di ricerca e studio. Non è consentito l'utilizzo dello stesso per motivi commerciali. Tutte le copie di questo documento devono riportare questo avvertimento.

*Articolo digitalizzato nel quadro del programma
bdim (Biblioteca Digitale Italiana di Matematica)
SIMAI & UMI*

<http://www.bdim.eu/>

Fisica. — *Espressione delle leggi dell'irraggiamento termico.*
Nota II di ELIGIO PERUCCA e CLAUDIA GENTILE, presentata (*) dal
Socio E. PERUCCA.

3. — LEGGE DI PLANCK.

Per questa legge è più che mai necessario stabilire che ci limitiamo alle proprietà emissive di superficie del corpo nero nel vuoto (praticamente nell'aria). Vale ancora la (3), sia per l'emissione naturale che per l'emissione polarizzata.

Ma questo è anche il caso nel quale è più caro ai fisici l'impiego della energia volumica $\partial u/\partial \lambda$ nell'interno del corpo nero, per esempio nell'interno vuoto della cavità. Dimensionalmente è:

$$[u] = \frac{\text{joule}}{\text{m}^3}, \quad \left[\frac{\partial u}{\partial \lambda} \right] = \frac{\text{joule}}{\text{m}^4}.$$

Per le proprietà emissive di superficie la legge di Planck può essere scritta in quattro modi formalmente differenti:

in funzione dell'emittenza e per radiazione naturale:

$$(8) \quad \frac{\partial M_{e,\text{nero,nat}}(\lambda, \Theta)}{\partial \lambda} = \frac{2 \pi c_1}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{c_2/\lambda\Theta} - 1};$$

in funzione dell'emittenza e per radiazione polarizzata:

$$(9) \quad \frac{\partial M_{e,\text{nero,pol}}(\lambda, \Theta)}{\partial \lambda} = \frac{\pi c_1}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{c_2/\lambda\Theta} - 1};$$

in funzione della radianza (luminanza energetica) e per radiazione naturale:

$$(10) \quad \frac{\partial L_{e,\text{nero,nat}}(\lambda, \Theta)}{\partial \lambda} = \frac{2 \pi c_1}{\pi \lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{c_2/\lambda\Theta} - 1};$$

in funzione della radianza e per radiazione polarizzata:

$$(11) \quad \frac{\partial L_{e,\text{nero,pol}}(\lambda, \Theta)}{\partial \lambda} = \frac{\pi c_1}{\pi \lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{c_2/\lambda\Theta} - 1}.$$

La costante c_2 , detta *seconda costante dell'irraggiamento nero*, è la stessa in tutte queste forme e non dà alcun disturbo; c_2 ha significato, valore e simbolo univoci universali; essa è espressa in funzione di altre costanti universali (h costante di Planck, k costante di Boltzmann, c velocità delle onde elettromagnetiche nel vuoto) dalla:

$$c_2 = \frac{hc}{k} = (1,438 \ 80 \pm 0,000 \ 06) \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{°K}.$$

(*) Nella seduta del 10 marzo 1962.

La confusione imperante riguarda c_I e deriva dal non indicare in ogni caso chiaramente quali delle grandezze $M_{e,nero,nat}$, $M_{e,nero,pol}$, $L_{e,nero,nat}$, $L_{e,nero,pol}$ e quindi quali delle quattro costanti:

$$(12) \quad 2 \pi c_I, \quad \pi c_I, \quad 2 \frac{\pi}{\text{sr}} c_I, \quad \frac{\pi}{\text{sr}} c_I$$

viene utilizzato.

Si veda al n. 4 come mai non si scriva $\frac{\pi}{\text{sr}} = 1$; è $\frac{\pi}{\text{sr}} = 1 \text{ sr}^{-1}$; tale rapporto influisce sulle dimensioni delle due ultime costanti, non sulla loro misura.

Si noti che anche c_I , e quindi tutte e quattro queste costanti, si esprimono in funzione di costanti universali e precisamente di h e di c ; è:

$$c_I = hc^2 = (5,954 4 \pm 0,000 2) \cdot 10^{-17} \text{ watt} \cdot \text{m}^2.$$

quindi appaiono nelle (8)-(11) rispettivamente i quattro valori:

$$(13) \quad \left\{ \begin{array}{l} 2 \pi c_I = (37,412 6 \pm 0,001 3) \cdot 10^{-17} \text{ watt} \cdot \text{m}^2 \\ \pi c_I = (18,706 3 \pm 0,000 6) \cdot 10^{-17} \text{ watt} \cdot \text{m}^2 \\ 2 \frac{\pi}{\text{sr}} c_I = (11,908 8 \pm 0,000 4) \cdot 10^{-17} \frac{\text{watt} \cdot \text{m}^2}{\text{sr}} \\ \frac{\pi}{\text{sr}} c_I = (5,954 4 \pm 0,000 2) \cdot 10^{-17} \frac{\text{watt} \cdot \text{m}^2}{\text{sr}} \end{array} \right.$$

Per i due ultimi valori appare la dimensione sr^{-1} portata da π/sr e voluta dalla definizione di radianza (luminanza energetica). Esprimendo con le (12), (13) le quattro costanti si viene a dare una decisa preferenza a $c_I = hc^2$.

D'accordo con un gran numero di fisici e con la C.I.E. si stabilisce così che $hc^2 = c_I$, abbia significato di *prima costante dell'irraggiamento nero* ed a lei si riserva il simbolo c_I .

Di fronte alla molteplicità delle (8)-(11), nulla di strano, ma molto di spiacevole, che accanto al grande numero di aderenti alla proposta che ad hc^2 sia riservato il nome e il simbolo accennato c_I , sono però anche non pochi coloro che divergono, in particolare coloro che a $2 \pi hc^2$ danno tal nome e tal simbolo.

E allora se il lettore non fa prima una disamina accurata di come sia indicata e che significhi la grandezza dell'irraggiamento preferita tra le quattro delle (8)-(11), se non fa un'oculata cernita di quale delle suddette costanti sia stata consacrata dal nome di *prima costante* e incoronata dal simbolo c_I , è difficile che questo lettore esca dal ginepraio in cui viene a trovarsi e sarà giustificata la sua opinione di trovarsi di fronte ad una delle pagine più complicate della fisica.

No! È soltanto una pagina di simboli non unificati.

Quasi ciò non bastasse, ecco nel caso della legge di Planck dover riconoscere l'importanza di esprimerla in funzione della densità u di volume dell'energia (energia volumica), e vi è chi considera quella specifica rispetto

alla frequenza $\partial u/\partial \nu$ e chi considera quella specifica rispetto alla lunghezza d'onda $\partial u/\partial \lambda$.

Nella cavità vuota (o praticamente nell'aria) l'energia volumica non polarizzata, specifica rispetto alla frequenza, si indica con $\frac{\partial u_{\text{nero,nat}}(\nu, \Theta)}{\partial \nu}$, ed è:

$$\frac{\partial u_{\text{nero,nat}}(\nu, \Theta)}{\partial \nu} = \frac{8 \pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{c_2 \nu / c \Theta} - 1}$$

e le unità sono:

$$\left[\frac{\partial u}{\partial \nu} \right] = \frac{\text{joule}}{\text{m}^3} \text{ sec.}$$

Passando alla variabile $\lambda = \frac{c}{\nu}$, quindi $d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu$, la precedente diviene:

$$(14) \quad \frac{\partial u_{\text{nero,nat}}(\lambda, \Theta)}{\partial \lambda} = \frac{8 \pi c h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{c_2 / \lambda \Theta} - 1},$$

e le unità sono:

$$\left[\frac{\partial u}{\partial \lambda} \right] = \frac{\text{joule}}{\text{m}^4}.$$

Come si vede, è una illusione immaginare che tutte le relazioni riguardanti l'irraggiamento nero siano state esaurite nelle pagine precedenti.

E, nella (14) fa capolino la costante di radiazione $8 \pi h c$, ed anche essa ha i suoi proseliti per chiamarsi *prima costante dell'irraggiamento nero* e indicarsi con c_1 !

Taluni fisici considerano secondarie le questioni di nomenclatura e di simbolismo; ebbene, qui abbiamo un caso caratteristico delle conseguenze spiacevoli che ne seguono.

Queste pagine vorrebbero contribuire ad aumentare il numero di coloro che riconoscono l'utilità pratica di una unificazione, sia pure dichiarata « banale » perché semplicemente formale:

$c_1 = hc^2$, prima costante dell'irraggiamento nero;

M_e , emittenza energetica;

L_e , radianza (luminanza energetica, e non sono molti anni dacché si chiamava brillantezza energetica);

siano i soli e ben definiti simboli a ben definite grandezze in questo campo della fisica.

4. - Tutto filerebbe allora come un olio? Una curiosa questione dimensionale già comparsa al punto 3), formule (12), (13), ci dà ancora qualche perplessità.

Limitiamoci, come si è detto, al sistema S.I.; hc^2 ha le dimensioni $\text{joule} \cdot \text{sec} \cdot \text{m}^2 / \text{sec}^2 = \text{watt} \cdot \text{m}^2$.

Ricordando come nasca nella (8) il fattore 2π , si constata che esso è un numero puro, perché è il rapporto tra la misura 2π dell'area di un emisfero di raggio unitario (esempio: 1 m) e la misura di un'area unitaria, cioè

dell'area di un quadrato di lato 1 m; 2π vuol proprio dire $2 \cdot 3,14 \dots$ volte = $6,28 \dots$ volte l'area unitaria. E allora, come si è detto, il controllo dimensionale della (8) e della (9) conferma l'equidi mensionalità dei due membri; nella (8) è:

$$\left[\frac{\partial M_{e, \text{nero, nat}}(\lambda, \Theta)}{\partial \lambda} \right] = \frac{\text{watt}}{\text{m}^3} ; \left[\frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{c_2/\lambda\Theta - 1}} \right] = \left[\frac{2\pi c_1}{\lambda^5} \right] = \frac{\text{watt}}{\text{m}^3} .$$

Analogamente nella (9).

Ma passiamo alle formule di Planck espresse in funzione della radianza L_e , per esempio alla (11) ove si considera la radianza per radiazione polarizzata. Per questa formula si ha al primo membro:

$$\left[\frac{\partial L_{e, \text{nero, pol}}(\lambda, \Theta)}{\partial \lambda} \right] = \frac{\text{watt}}{\text{m}^3 \cdot \text{sr}} \quad \text{perché è } L_e = \frac{M_e}{\pi} .$$

Ma al secondo membro, se si semplifica π/π in 1 come vien naturale per chiunque non guardi la formula con la lente d'ingrandimento e non distingua π da π , si hanno le dimensioni:

$$\left[\frac{h c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{c_2/\lambda\Theta - 1}} \right] = \left[\frac{c_1}{\lambda^5} \right] = \frac{\text{watt}}{\text{m}^3}$$

e lo steradiante è sparito!

Per il controllo dimensionale o si conserva nelle (10), (11) il rapporto $\frac{\pi}{\pi} = \frac{1}{\text{sr}} \neq 1$ o scompare la possibilità di eseguire un corretto controllo, che comprenda tra le dimensioni anche lo steradiante (sr).

Conveniamo che chi non pensasse a questo microscopico segreto dimensionale dei simboli π e π , e volesse, d'accordo con i suggerimenti d'altronde legittimi della XI Conferenza Internazionale dei Pesi e Misure, esplicitare tra le dimensioni lo steradiante, si troverebbe in uno strano pasticcio.

Riteniamo non ancora da alcuno segnalata questa curiosità dimensionale introdotta dal fatto che nelle formule fisiche appare nello spazio talvolta π , numero puro « $3,14 \dots$ volte », e talvolta $\pi = 3,14 \dots$ sr; analogamente può apparire nel piano talvolta $\pi =$ numero puro = « $3,14 \dots$ volte » e talvolta $\pi = 3,14 \dots$ rd.

L'introduzione di un nome per l'unità di angolo solido e per l'unità di angolo piano ha reso dimensionate queste grandezze, da tempo considerate adimensionate. Malauguratamente ciò non è avvenuto per tutte le grandezze adimensionate nei sistemi prescelti ed utili in fisica; per esempio, nulla di simile si ha per l'indice di rifrazione, sicché, superato lo scoglio dell'angolo solido e dell'angolo piano grazie all'introduzione delle unità sr e rd, restano tutti gli altri casi nei quali è necessario usare e ben distinguere *numeri puri* e *grandezze adimensionate* ⁽¹⁾.

(1) E. PERUCCA, *Grandezze fisiche, dimensioni, sistema di misure*, « Atti Acc. Scienze », 79, tomo I, p. 45 (1943-44).