Atti Accademia Nazionale dei Lincei

Classe Scienze Fisiche Matematiche Naturali

Rendiconti

Gino Arrighi

La prima versione latina diretta dei primi due libri degli Elementi di Euclide (fine sec. XII)

Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti, Serie 8, Vol. **60** (1976), n.5, p. 545–556.

Accademia Nazionale dei Lincei

<http://www.bdim.eu/item?id=RLINA_1976_8_60_5_545_0>

Atti della Accademia Nazionale dei Lincei. Classe di Scienze Fisiche, Matematiche e Naturali. Rendiconti, Accademia Nazionale dei Lincei, 1976.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA ACCADEMIA NAZIONALE DEI LINCEI

Classe di Scienze fisiche, matematiche e naturali

Seduta dell'8 maggio 1976

Presiede il Presidente della Classe BENIAMINO SEGRE

SEZIONE I

(Matematica, meccanica, astronomia, geodesia e geofisica)

Storia della matematica. — *La prima versione latina diretta dei primi due libri degli* Elementi *di Euclide (fine sec. XII)* (*). Nota di GINO ARRIGHI, presentata (**) dal Socio B. SEGRE.

SUMMARY. — Communication of the first direct latin translation of the "Liber primus" and "Liber secundus" of Euclid's Elements.

Adelardo di Bath, nel XII secolo, ci dà la versione latina della traduzione araba degli *Elementi* di Euclide [1] e, attesi i tempi, sembra interessante un'altra versione latina, questa volta dei soli primi due Libri e ad opera di ignoto, la quale segue di poco la suddetta (forse sulla fine del secolo): una tale valutazione temporale è dovuta al tipo della scrittura e dal fatto che ben due volte vi è ricordato quello che fu detto uno dei più grandi nomi della scienza inglese [2].

(*) Lavoro compiuto nell'ambito del Gruppo di ricerca n. 25 del C.N.R. (Comitato delle matematiche).

(**) Nella seduta dell'8 maggio 1976.

(1) Vedi: PIETRO RICCARDI, *Saggio di una bibliografia euclidea*. Parte prima in «Memorie della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna», ser. IV, Tomo VIII (1888); p. 401; GINO ARRIGHI, *La prima volgarizzazione degli «Elementi» di Euclide (nel Cod. L. IV. 16 della Biblioteca degl'Intronati di Siena)*. In «Bollettino della Unione Matematica Italiana», ser. IV, *12* (1975), p. 410.

(2) Del codice, appartenente ad una biblioteca privata, ebbi a disposizione soltanto una riproduzione fotostatica ben capace di aver falsato alcune particolarità come, ad esempio, per la *e* caudate o meno in luogo del dittongo *ae*.

Esimi studiosi, da Michele Amari a Charles H. Haskins, hanno scritto sulla cultura nell'Italia meridionale e in Sicilia al tempo dei Normanni: dovremmo collocare in questo ambito anche il nostro traduttore?

Il testo, che occupa ventitré fogli membranacei di circa cm 18×11, è preceduto da un foglio che, al *recto*, porta la seguente scritta assai guasta: « Adi di febraro. 1474 / Questo. Libretto. fu di Maestro. giovanni da / fondi. laureato e bono. nigromante in / Bologna. / discrito nel. Mcccc° l xx iiij fu da me / mis. francescho. Mal ... / Higromantice / Scritto. in genova / Adi xxij. di giugno Mcccc°.Lxxiiij / Inisto.tempo.era Mio padre podesta di ... / Governatore.missere.guido. de visconti da m.no » (3).

Per un primo raffronto qualitativo e quantitativo circa le serie delle proposizioni, non avendo la disponibilità di compier quello diretto coi noti codici di Oxford contenenti lezioni della versione latina dell'Euclide attribuita ad Adelardo, ho tenuto presente l'incunabulo veneziano del 1482 contenente l'opera del Campano il quale com'è noto, per quanto riguarda il testo euclideo, si avvalse della traduzione di Adelardo: il divario si è mostrato subito in modo palese; di concordanza, invece, si può parlare, ad esempio, col testo fornito dal Commandino nel 1572 (4) e quello autorevole datoci da David Gregory nel 1703 (5). E, a questo punto, sarà opportuno precisare che ci troviamo dinanzi a due classi di lezioni, quella cui appartiene il presente manoscritto e l'altra di cui fa parte l'opera del Campano, le quali in ordine alle preposizioni del primo libro presentano i seguenti caratteri: la n. 45 della prima non compare nella seconda e la n. 48 della seconda non si trova nella prima, inoltre le preposizioni 45, 46 e 47 della seconda sono, ordinatamente, le preposizioni 46, 47 e 48 della prima. A conclusione di queste note riferisco il testo della proposizione 48 quale si legge nell'opera del Campano: « Propositis quibuscunque quadratis alteri illorum gnomonem reliquo equalem describere ».

Quando, fra le tante definizioni che sono in testa al primo Libro si viene a quella del rettangolo, il nostro autore si avvale di un nome greco, un nome

(3) Su Guido di Giambattista di Antonio Visconti e di Regola di Guido Galeazzi di Siena podestà di Milano, Pompeo Litta (*Famiglie celebri d'Italia*), Visconti di Milano, Tavv. XVI e XVII) ci dice: « Nel 1450, il dì in cui Francesco Sforza prese possesso del ducato di Milano, fece le funzioni di coppiere della duchessa e fu creato milite. Nel 1462 fu eletto commissario generale in Novara, nel 1466 governatore di Genova, nel 1467 commissario ducale in Alessandria, e nella provincia di Citra Po. Nel 1470 fu de' deputati al giuramento di fedeltà nel 1473 fu eletto governator di Cremona, e nel medesimo anno fu spedito per la seconda volta in qualità di governatore a Genova. Trovavasi colà nel 1476, quando i genovesi disgustati del duca di Milano, che erigeva una fortezza, si posero a tumultuare guidati da Giacomo Gentile. Ma in parte per l'abilità del governatore, e in parte per la mancanza di partigiani, il tumulto fu calmato. Guido nel seguente anno fu eletto consiglier ducale, e morì poco dopo in Genova ». Ebbe due mogli: Eleonora di Princisvalle Rotario d'Asti e Leta di Guidantonio Manfredi signor d'Imola.

(4) EVCLIDIS / ELEMENTORVM / LIBRI XV. / *Una cum Scholijs antiquis* / À FEDERICO / COMMANDINO / VRBINATE / NVPER IN LATINVM / conversi, commentarijsque / quibusdam illustrati. PISAVRI. MDLXXII. / Cum Priuilegio Pont. Max. In fondo si specifica: *APVD CAMILLVM FRANCISCHINVM.*

(5) ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ / ΤΑ ΣΩΖΟΜΕΝΑ. / EUCLIDIS / QUAE SUPERSUNT / OMNIA Ex Recensione DAVIDIS GREGORII M. D. / Astronomiae Professoris Saviliani, et R. S. S. OXONIAE, / E THEATRO SHELDONIANO, An. Dom. MDCCIII.

che ha ben più di un significato nel campo delle matematiche. Nell'ultimo periodo del secondo Libro viene fornito invece un nome latino concordemente a quanto Boezio scrive nel capitolo sui quadrilateri della *Geometria* (6): « Parte altera longius vero est, quod rectiangulum quidem est, sed aequilaterum non est ». E, se qualcuno avesse a dubitare della paternità di questa opera, vediamo quanto lo stesso Boezio, con riferimento ai numeri figurati, dice in *De institutione arithmetica* (7): « huiusmodi vero formas quales sunt, quae vocantur a Grecis ετερομηκεις, nos dicere possumus parte altera longiores. Quarum etc. ».

Nelle predette definizioni compaiono le forme *ronvos* e *ronvoides*: com'è noto in talune lingue la esplosiva labiale *b* finisce talvolta col divenire la labiodentale spirante *v*; onde quelle forme possono ritenersi come la lettura, con questo nuovo suono di β, delle parole ῥόμβος e ῥομβοειδές.

Lo gnomone, mentovato a chiusura del primo Libro, verrà definito nel secondo capoverso del successivo. Nel caso del parallelogramma, da un punto interno ad una sua diagonale (*diametros*), si conducano le parallele ai lati e si considerino i quattro parallelogrammi avente un vertice in quel punto: la figura costituita dai due non tagliati dalla diagonale e da uno degli altri due (*circa eandem diametrum consistunt*) è uno gnomone. Il suo carattere era già noto ad Aristotele che, nel capitolo delle *Categorie* dedicato al moto, dice (8):

> Ὡσαύτως δὲ καὶ τὸ αὐξανόμενον ἤ τινα ἄλλην κίνησιν κινούμενον, ἀλλοιοῦσθαι ἔδει· ἀλλ' ἔστι τινὰ αὐξανόμενα, ἃ οὐκ ἀλλοιοῦται, οἷον τὸ τετράγωνον, γνύμονος περιτεθέντος, ηὔξηται μέν, ἀλλοιότερον δὲ οὐδὲν γεγένηται· ὡσαύτως δὲ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων τῶν τοιούτων. Ὥσθ' ἕτεραι ἄν εἴησαν αἱ κινήσεις ἀλλήλων.

Sottolineate le due note esplicative di termini arabici con le quali si chiudono l'uno e l'altro libro e che testimoniano la importanza della presenza culturale degli Arabi, passo ad un altro punto, a mio avviso, di notevole interesse.

Nell'enunciato della proposizione 25 del primo libro compare la parola, certamente non latina, *alekaide* che ho preso a considerare concludendo con una proposta. Nella ipotesi, quasi certamente da escludersi, che in luogo della prima *e* venga a leggersi *c* (da fondersi con la *k* che segue?) si affaccia l'arabo qâ'id, participio attivo del verbo qâd *mandare*, onde il castigliano *alcaide*; ma qui non ha luogo per alcun governatore, pertanto mi porto al greco spezzando la parola predetta in tre parti così: ale–kai–de. La seconda

(6) Anicii Manlii Torquati Severini Boetii, *De institutione arithmetica libri duo. De Institutione musica libri quinque. Accedit Geometria quae fertur Boetii.* E libris manu scriptis edidit Godofredus Friedlein. Lipsiae, in aedibus B. G. Teubneri. MDCCCLXVII. P. 376.

(7) Vol. cit. in (6), 115.

(8) Aristotelis, *Opera omnia. Graece et latine cum indice nominum et rerum absolutissimo.* Volumen primum etc. Parisiis, Editore Ambrosio Firmin Didot, MDCCCXLVIII. p. 23.

e la terza parte potrebbero stare per le parole καὶ δή mentre la prima potrebbe provenire da un ἄλλη; con che il discorso ha significato; ma devo osservare che la proposta associazione di parole non si riscontra nelle lezioni degli *Elementi* edita da Heiberg [9] e in quella commentata da Proclo edita da Friedlein [10].

L'esame di questa scrittura porterà il lettore, anche se non linguista, a ritenere per certo che il traduttore abbia operato, questa volta, sopra un testo degli *Elementi* in lingua originale: si veda la frequenza di parole direttamente tolte dal greco... All'importanza notevolissima di aversi qui la prima traduzione diretta in latino fino ad ora conosciuta è da aggiungersi l'altra della speditezza caratterizzante le dimostrazioni.

Nella trascrizione, che risentirà (se pure in assai lieve misura) della condizione del testo a mia disposizione così come ho già detto, mi sono attenuto alle norme da sempre adottate e cioè: scioglimento delle abbreviature, ricostituzione delle parole, uso delle maiuscole, punteggiatura alla moderna salvo il rispetto della « andata a capo ».

In ordine ad informazioni di tal sorta, va aggiunto che l'originale della dimostrazione della proposizione 13 del primo Libro, oltre una chiara ripetizione, sembra portare una serie di puntolini al disotto delle parole poste in parentesi: il significato di cancellatura concorda col senso del ragionamento svolto.

[Liber primus]

Punctus est cuius pars non est. Linea vero longitudo sine latitudine, lineae autem termini sunt duo puncta. Recta linea est quae ex aequali his quae super ipsam sunt punctis adiacet. Superficies quidem est quod longitudinem et latitudinem tantum habet. Superficiei autem termini sunt lineae. Plana superficies est quae ex equali his quae super ipsam sunt rectis adiacet lineis. Planus angulus est duarum linearum tangentium se invicem in plano neque in rectitudine positarum ad invicem inclinatio. Cum lineae continentes angulum recte sunt, rectilineus angulus vocatur. Cum linea recta super lineam rectam steterit qui sunt invicem angulos equales facientes, super existens linea recta ei cui super eminet perpendicularis vocatur. Obtusus angulus recto maior est, acutus vero recto minor. Terminus est quod alicuius est finis. Figura erit quod ab aliquo sive aliquibus terminis continetur. Circulus est figura plana ab una linea contenta que vocatur circunferentia in cuius medio est punctus a quo omnes lineae exeuntes ad circunferentiam sunt aequales ad invicem. Centrum circuli punctus vocatur. Diameter autem est linea quedam recta per centrum ducta et ad utramlibet finiens partem sub ea que est circuli circunferentia, quae quidem in duas partes aequales circulum dividit. Semicirculus est figura quae continetur a diametro circuli et circunferentia circuli, quae quidem a diametro ipso comprehenditur. Portio circuli est quae continetur a linea recta et circuli circunferentia, maiore semicirculo vel minore. Figure rectilineae sunt que a rectis lineis continentur; trilatere quidem que a tribus, quadrilatere vero que a quatuor, multilatere vero que a pluribus quam a quatuor lineis continentur. Trilaterarum vero figurarum aequilaterus est triangulus qui aequalia tria habet latera, issoschiales autem quod duo tantum aequalia habet latera, scalinon autem quod tria inaequalia habet latera. At amplius trilaterarum figurarum rectangulus est triangulus qui

(9) Lipsia, Teubner, 1873; p. 60.

(10) Lipsia, Teubner, 1883; p. 344.

rectum habet angulum, ambligonium autem quod obtusum habet angulum, acutangulus quidem quod tres acutos habet angulos. Ceterum quadrilaterarum figurarum quadratus quidem est qui equilaterus est atque rectangulus. Eteromikies autem quod quidem est rectangulus et equilaterum vero non est. Ronvos est autem quod aequilaterum quidem rectangulum vero non est. Ronvoides autem quod opposita latera atque opositos angulos equales invicem habet neque equilaterum quidem nec rectangulum. Cetera preter dicta quadrilatera tarpesia vocitantur. Pararelli sunt autem recte lineae, que in eodem existentes plano in infinitum ad utranlibet pertracte, partem in neutra coincidunt.

Petitur ut ab omne puncto ad omne punctum rectam ducere liceat lineam, atque finitam lineam in continuum et rectitudinem ducere; quin etiam omne centro atque distantiae discribere circulum et omnes rectos angulos equales invicem esse; et quod si super lineas rectas recta incidat linea et intus qui sunt angulos atque hisdem partibus duobus rectis minores efficiat, in infinitum lineae ille educte versus illas concident partes quae habent duobus rectis minores angulos; et duas rectas lineas spatium non continere.

Omnes autem conceptiones sunt hec: que uni et eidem sunt aequalia sibi, invicem sunt aequalia, et si aequalibus aequalia addantur omnia sunt aequalia, et si ab aequalibus aequalia auferantur que relinquuntur sunt aequalia, et si inequalibus aequalia addantur omnia sunt inaequalia, et si ab inaequalibus aequalia aufferantur reliqua sunt inaequalia, et que unius et eiusdem sunt dupplicia sibi invicem sunt aequalia, et que unius et eiusdem sunt dimidia sibi invicem sunt equalia, et que sibi invicem congruunt sibi invicem sunt equalia, et totum sue partis maius est.

1. Super datam lineam finitam triangulum aequilaterum collocare.

Duobus terminis date linee ipsam lineam occupando cum circino duos circulos sese invicem secantes describe et ab ipsa comuni sectione circulorum ad duos terminos linee proposite duas rectas lineas dirige, deinde ex circuli descriptione argumentum elicetur.

A dato puncto ad terminum posite linee lineam rectam dirige et super eam triangulum equilaterum statue et ab eodem termino secundum spatium datae lineae circulum describe et rursus ab eodem termina latus trigonii equilateri ad circunferentiam recte pertrahe. Rursusque a vertice trianguli equilateri occupando punctum ubi incidit latus eius productum in circunferentiam alium maiorem circulum describe. Dein ex circuli descriptionis ultima parte et tertia conceptione et iterum ex eadem descriptione et prima conceptione argumentum elice. Et nota quod tres sunt partes quia potest punctus dare in termino linee proposite et iste modus est facillimus sic patet. Aut intra lineam et tunc non oportet pertrahere lineam rectam a termino lineae date usque ad punctum datum, quia iam pertracta est aut potest punctus dare extra lineam et hoc dupliciter aut directe super lineam aut a latere.

2. A dato puncto cuilibet lineae recte equam rectam lineam ducere.

3. Propositis duabus lineis inequalibus, de longiore earum equalem breviori abscindere.

A termino longioris equalem minori lineam rectam, sicut praemixa proponebat, ducito et ab eodem secundum spatium brevioris circulum describito et inde ex ultima circuli descriptione argumentum elicito.

4. Omnium duorum triangulorum quorum duo latere unius duobus lateribus alterius fuerint aequalia duoque anguli eorum illis equis lateribus contenti aequales erunt alter alteri, lateraque illorum reliqua respicientia sese aequalia, reliqui vero anguli unius reliquis angulis alterius equales.

Si propositione scilicet a penultima omnium conceptionum, quod si protervus perseveret aversarius, ex quinta petitione indirecta raciocinatione eum argue.

5. Omnes trianguli duum aequalium laterum angulos qui supra basim sunt aequales esse necesse est; quod si duo eius equa latera directe pertrahantur, fient quoque duo anguli sub basi invicem aequales.

De duobus aequis lateribus propositi trianguli directe adiectis aequas portiones reseca, itemque ab eisdem sectionibus ad duos angulos qui sunt sub basi duas lineas rectas se invicem secantes dirigito, deinde ergo ex premissa et comuni conceptione tertia argumentum sumito.

6. Si duo anguli alicuius trianguli equales fuerint, duoque latera eius angulos respicientia erunt aequales.

Hanc propositionem ex quarta argues indirecta raciocinatione illud duum laterum, quod adversarius esse mentietur longius ad mensuram brevioris resecando, ab uno duorum equalium angulorum ad illud latus rectam lineam ducendo. Est autem inpossible ad quod adversarii partem produces totalem angulum partiali esse aequalem, quod ultime comuni conceptioni patet esse contrarium.

7. Si a duobus punctis aliquam lineam terminantibus duae lineae ad punctum unum concurrentes exierint, ab eisdem punctis alias duas lineas singulas suis conterminalibus equales quam ad alium punctum concurrant in eadem parte educi inpossible est.

Ex quinta indirecta ratiocinatione ducetur ad impossible contrarium ultime conceptioni.

8. Omnium duorum triangulorum quorum duo latera unius doubus lateribus alterius fuerint aequalia basisque unius basi alterius aequalis, duos angulos aequis lateribus contentos equales esse necesse est.

Ex superpositione haec octava propositio arguitur, quod si nondum aequi esset per premissam indirecte raciocinationem cogetur dicendo quod concurrant ad eundem punctum cum sint conterminales aliis duabus et fiat probatio eodem modo quo in premissa.

9. Datum angulum per equalia secare.

De duabus lineis datum angulum continentibus equas portiones reseca eundem angulum continentes anguloque dato basim subtende duobus punctis sectionum terminatam atque super eandem basim ex altera parte triangulum aequilaterum statue et habebis quadrilaterum. In hoc itaque quadrilatero a dato angulo ad angulum oppositum lineam rectam ducito, hanc ergo rectam lineam comunem faciendo ex predictam ypotesi que est abscisas portiones illas aequales esse et ex premissa argumentum elice.

10. Proposita recta linea, eam per equalia dividere.

Super lineam propositam triangulum equilaterum statue atque ab angulo superiore eum per equalia dividendo ad lineam datam rectam lineam dirige, deinde ergo ex quarta argumentum elice.

11. Data linea recta a puncto in eam assignato perpendicularem extrahere doubus quidem angulis equalibus ac rectis utrique subnixam.

Super eande lineam duo puncta signata hinc unum inde alterum a dato puncto equaliter remota et, super lineam qua terminant, triangulum equilaterum statue. Atque a dato puncto ad suppremum angulum petitam perpendicularem dirige, deinde ergo ex duabus basis partibus ipsam erectam comunem faciens ex octava propositione a perpendiculares descriptione eandem rectam coniunces pependicularem esse.

12. A puncto extra assignato ad datam lineam indefinite quantitatis perpendicularem ducere.

A dato puncto circulum describe quem data linea secet dateque lineae portionem intra circulum apud circunferentiam terminatam per medium seca et, a medio puncto ad datum punctum, lineam rectam dirige et, ab eiusdem portionis duobus punctis terminalibus ad datum punctum, duas lineas rectas ducito. Age ergo eodem modo prorsus quo in premissa argumentum elice.

13. Omnis recte lineae super rectam lineam stantis duo utrobique anguli aut recti sunt aut aequales duobus rectis.

Per undecimam sint .a.b. d. tres anguli, .e. totalis angulus (ex .a.b. .e. totalis angulus) ex .b.d., argumentum .a.b. est aequale est aequale .c. sed .c.d. duo sunt recti, ergo .a.b.d. valent duos rectos; sed .b.d. est equale .e. ergo .a. .e. valent duos rectos.

14. Si due linee a puncto unius linee exierint in diversas partes que duos circum se angulos aut rectos aut aequales duobus rectis fuerint, illae due lineae sibi invicem directe coniuncte sunt et linea una.

Ex e secunda parte prime petitionis et premissa indirecte argue, sequitur etiam quod pars recti est rectus et preterea quod pars est equalis toti eo quod ones recti sunt aequales.

15. Omnium duarum linearum inter se secantium, omnes anguli contra se positi sunt equales.

Per teriam decimam et tertiam animi conceptionem.

16. Si quolibet laterum trianguli directe pertrahatur, faciet angulum extrinsecum utroque angulo trianguli sibi intrinsecus opposito maiorem.

Ab angulo recta linea fronte ex averso constituto sibi oppositum latus per aequalia secantem et ab eodem versa vice per aequalia sectam rectam lineam ducito, atque ab huius exteriore termino ad angulum extrinsecum lineam rectam dirigito; age ergo ex quarta et premissa propositione argumentum elicito.

17. Omnis trianguli duo quilibet anguli duobus rectis angulis sunt minores.

Hanc etiam per premissam et tertiam decimam argue.

18. Omnis trianguli longius latus maiori angulo oppositum est.

De longiore aequale brevioris seca et ab adverso angulo ad punctum sectionis lineam rectam dirige, deinde ex quinta ergo et sedecima argumentum elice.

19. Omnis trianguli longiori lateri maior angulus oppositus est.

Quod aequali non opponatur per quintam, quod vero non breviori per premissam argues.

20. Omnis trianguli duo quaelibet latera simul iuncta, reliquo sunt longiora.

A comuni eorum termino protrahens aequale brevioris in longum adde brevissimo hisque duobus aequis lateribus basim subtende; age ergo ex quinta et decimaoctava argumentum elice. Manifestum autem quod si duo latera equa fuerint ambobus pariter acceptis reliquum latus equum non esse, nullus enim ex eis tribus triangulus effici posset neque si maius ambobus esset.

21. Si de duobus punctis terminalibus unius lateris trianguli duae linee exeuntes intra triangulum ipsum ad punctum eedem duabus reliquis quidem trianguli lineis breviores erunt, maiorem vero angulum continebunt.

Trianguli infra alterum collocati alterutro latere ad latus maioris trianguli producito; per premissam his assumptam priorem propositionis partem argue, secundam vero partem per xvi^{am} his assumptam.

22. Propositis tribus rectis lineis quarum queque due simul iuncte reliqua sunt longiores, de tribus aliis rectis lineis sibi equalibus triangulum constituere.

Protrahe lineam quartam cuius alter terminus assignatus alter vero indefinitus sit, ex suis equalibus datarum sumptis seundim spatium prime et tertiae duos circulos se invicem secantes describe atque a comuni circulorum sectione a duos terminos mediae lineae duas rectas lineas dirige, deinde ergo ex circuli descriptione argumentum elice.

23. Data linea recta supra terminum eius cuilibet angulo proposito aequum angulum designare.

Angulo proposito basim subtende, habes ergo tres lineas triangulum continentes ex premissam itaque caetera require.

24. Omnium duorum triangulorum quorum duo latere unius duobus lateribus alterius aequalia, si fuerint angulorum sub illis equis lateribus contentorum alter altero maior basis quoque eiusdem alterius erit maior.

A puncto minoris trianguli sibi propinquo ei lateri equam lineam ducito angulum faciendo maiori angulo alterius trianguli equalem, cuius ipse brevior angulus sit pars et ab lineae exteriore termino ad duos terminos basis trianguli propositi duas rectas lineas dirige; age ergo ex viij^{a} et v^{a} et xviij^{a} argumentum elice.

25. Omnium duorum triangulorum quorum duo latera unius duobus lateribus alterius aequalia basis vero unius basi alterius maior fuerit; erit quoque angulus trianguli maioris, alekaide equis alterius lateribus contentus, angulo alterius se respiciente maior.

Erit, inquam, maior quia neque equus neque minor de equali per viiij^{a} de minori per premissam.

26. Omnium duorum triangulorum quorum duo anguli unius duobus angulis arterius uterque se respicienti aequalis fuerit latusque unius lateri alterius aequale fueritque latus illud inter duos angulos equales aut uni eorum oppositum, erunt quoque duo unius reliqua latera duobus reliquis lateribus alterius trianguli unumquodque se respicienti aequalia angulusque reliquus unius reliquo alterius angulo equalis.

Ex quarta propositione primum membrum disiuncte probabis primitus indirecta raciocinatione, resecando latus unius trianguli ad mensuram sui relati lateris alterius trianguli, deinde directa raciocinatione; secundum vero quemadmodum et primum ea sola differentia habita quod prius inpossibile est partialem angulum totali esse equalem secundum inpossibile est extrinsecum angulum intrinseco sibi opposito esse equalem.

27. Si linea super duas lineas ceciderit duosque angulos coalternos sibi invicem aequales fecerit, ille due linee erunt equidistantes.

Si enim non, convenirent erit itaque angulus angulo intrinseco sibi opposito equus quod est inpossibile.

28. Si linea una duabus lineis supervenerit fueritque angulus eius extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito aequalis aut duo anguli intrinseci ex una parte duobus angulis rectis aequales, ille due linee erunt equidistantes.

Ex xv^a et premissa priore disiuncte, alteram vero ex xvij^a et premissa.

29. Si duabus lineis equidistantibus linea supervenerit, duo anguli coalternati equales erunt angulusque extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito equalis itemque duo anguli intrinseci ex utraque parte duobus rectis equales.

Primam consequentiam sic, si enim non erit alter altero maior deinde ex xiij^a et quarta petitione patet inpossible, ex primo autem consequente secundum per xv^a, ex secundo denique tertium per xiij^a conclusione interponendo angulum.

30. Si fuerint plures lineae uni aequidistantes, eedem sibi invicem sunt aequidistantes.

Per premissam facile secundum hoc quod fuerint tote tres in superficie una.

31. A puncto extra dato lineam linee assignate equidistantem ducere.

A dato puncto ad datam lineam rectam lineam dirige qualitercumque cadat et super hanc lineam atque super punctum datum angulum statue angulo coalterno aequalem eamque lineam, qua angulum feceris, quantumlibet producito. Age ergo ex xxvij^a argumentum elicito, angulum autem illum statue hoc modo. Ei linee ex quam a dato puncto ad datam lineam duxeris et quantelibet portioni datae lineae basim subtende; deinde eidem lineae, a dato puncto ad datam lineam primum ducte aequale producte, predicti basis inferius directe adde superius vero aequale reliqui et ex xxij^a prosequere, talem oportet esse punctum datum quem non tangat linea si utrinque quantilibet protrahatur.

32 Omnis trianguli angulus extrinsecus duobus intrinsecis sibi oppositis est est aequalis, omnis autem tres angulos eius duobus angulis rectis equos esse necesse est.

Ab angulo extrinseco duc lineam equidistantem opposito lateri trianguli et per xxviiij^a primam et secundam partem primam partem huius proba, qua probata per eandem et per xiij^{am} reliquum comunem angulum interponens.

33. Si sumitatibus linearum aequidistantium aequalis quantitatis alie linee coniungantur utrobique aequales et equidistantes erunt.

Ducta ipotemussa ab angulo ad angulum oppositum in ipso tetragono ex vigesime none prima parte atque ex iiij^a et xxvij^a propositione huius xxxiij^e propositionis argumentum elice.

34. Omnis superficies equidistantibus contenta lateribus lineas atque angulos ex adverso collocatos habet aequales.

Primam partem xxviiij^a bis assumpta et xxvj^e primam partem.

35. Omnes superficies aequidistantium laterum super unam basim atque in eisdem alternis lineis constitute aequales esse probantur.

Per xxviiij^e secundam partem et per premissam comuni linea si res postulat interposita et per quartam duobus tringulis comunibus altero ab lato altero interposito.

36. Omnia pararellograma in basibus aequalibus atque in eisdem alternis lineis constituta aequalia esse necesse est.

Per premissam bis assumptam et per comunem scientiam uni et si ductis duabus ypotennissis cum eisdem equis basibus pararellogramum continentibus argue.

37. Equales sibi sunt cuncti trianguli qui super eandem basim atque inter duas lineas aequidistantes fuerint constituti.

Per xxxv^{am} bis assumptam et per comunem scientiam quorum tota et dimidia esse equalia probetur per quartam quod medietas est aequalis medietati si licet triangulus triangulo.

38. Si trianguli super bases aequales atque in duas aequidistantes lineas ceciderint, equales esse necesse est.

Per trigesimam vj^{am} bis assumptam et per predictam comunem scientiam scilicet quorum tota sunt aequalia et dimidia.

39. Omnes duo trianguli aequales, si in eandem basim ex eadem parte ceciderint, inter duas lineas aequidistantes erunt.

Ex xxxvij^a indirecta raciocinatione eum argue adversarium: a capite eius propositorum equalium triangulorum, quem dicet advertarius esse minus altum, duces lineam aequidistantem comuni basi usque ad proximum latus alterius trianguli quem mentitur altiorem esse atque inde ad comunem terminum remotioris lateris et basis rectam lineam dirigens eritque ad quod adversarium produces inpossibile istud partialem triangulum toti suo esse aequalem.

40. Si trianguli aequales super aequas bases unius lineae ex eadem parte fuerint constitui, necesse est eos inter duas aequidistantes contineri.

Ex trigesima viij^a propositione indirecta raciocinatione eum argue adversarium quemadmodum ex premissa xxvij^a.

41. Si parellogramum triangulusque in eadem basi atque in hisdem alternis lineis fuerint constituta, pararellogramum triangulo duplum esse conveniet.

Per xxxvij^{am} ducto diametro tetragoni.

42. Equidistantium linearum superficiem designare cuius angulus angulo assignato sit aequalis, ipsa vero superficies triangulo assignato equalis.

Dati trianguli basim per equalia seca ducens ab angulo suppremo ad basim lineam rectam, deinde a suppremo angulo dati trianguli sue basi equidistantem lineam ducito, deinde super dimidium basis pararellogramum ipsi triangulo aeque altum statue cuius angulus super terminum lineae basim partientis statutus dato angulo sit equalis. Age ergo ex xxxviij^a et premissa propositione et ex comuni scientia scilicet quorum dimidia aequa sunt ipsa quoque sibi invicem esse aequalia argue.

43. Omnis paraglilogrami spatii eorum quae circa diametrum sunt paralellogramum suplementa sibi invicem equa esse necesse est.

per equalitatem

Date linee tamquam dimidii basis datim trianguli

Per equalitatem triangulorum qui bina et bina et bini sufficienter equaliter dividunt tria quadrata, scilicet totale et duo partialiaque tria diametros per medum secat.

44 Proposita linea recta super eam superficiem aequidistantium laterum cuius angulus sit angulo assignato aequalis, ipsa vero superficies triangulo assignato aequalis designare.

Date lineae cunquamdiu dimidium basis dati trianguli aducito directe atque super adiectum pararellogramum equale dato triangulo cuius angulus supra comunem terminum date atque ad dite linee statutus dato angulo fiat equus compleaturque figura in cuius spatio inventum pararellogramum sit unum supplementum et alterum super datam lineam; itaque per xlj^{am} atque premissam promissum evenire necesse est, sic autem super ad rectam statues pararellogramum equale angulo dato, protrahe eam donec equatur toti basi dati trigoni, deinde super duos terminos totius adiecte lineae fac duos angulos aequales illis duobus qui sunt super basim dati trianguli et conclude triangulum quem ex xxvj^a convinees esse aequalem dato triangulo itaque per xlij^{am} perfice.

45. Date figure rectilineae equalem pararellogramum constituere habentem angulum aequalem angulo dato.

Divisa rectilinea illa figura in triangulos, tunc per xlij^{am} *et huius constitues pararellogramum aequalem uni ex illis triangulis habentem angulum dato angulo equalem, exinde lateri pararellogrami illius pararellogramum alium equalem reliquo rectilinee figure triangulo constitues, deinde per xxxviij*^{am} *et xxxiij*^{dm} *et triangulis constitutum pararellogramum esse probatis.*

46. Ex data linea quadratum describere.

A termino datae lineae aequam lineam ortogonaliter duces itaque ex xxxj^{a} *atque xxxij*^{a} *atque tertio membro xxviiij*^{e} *caetera proventur.*

47. In omni triangulo rectangulo quadratum quod a latere recto angulo opposito in se ipsum ducto describitur aequum est duobus quadratis que ex duobus reliquis lateribus conscribuntur.

Ab angulo recto ipsius trianguli ad unam basim maximi quadrati tres lineas rectas dirige: unam perpendicularem, duas vero ypotemnissas ad duos terminos. Itemque a duobus reliquis eiusdem trianguli angulis ad duos angulos minorum quadratorum duorum duas lineas rectas dirige intra ipsam sese vicissim secantes. Age ergo ex xlj^{a} *bis assumpta ex iiij*^{a} *bis et iterum bis argumentum elice.*

48. Si quod ab uno trianguli latere in se ipsum producitur aequum fuerit duobus quadratis que a duobus reliquis lateribus describuntur, rectus est angulus cui latus illud opponitur.

Si enim ab angulo controversie linea recta ortogonaliter ducatur aequalis ei cui directe videtur adiacere et adiacet quidem ut earum quadrata aequalia esse convincantur, deinde ipsi angulo recto basis subtendatur a termino adiecte lineae ad angulum dati trianguli, dein quadrato perpendicularis facto comuni, ex premissa propositione atque triplici positione scilicet unum quadratum duobus aequum esse, item lineam ortogonaliter ductam esse itemque ei cui adiecta est esse aequalem atque ex viij^{a} *propositione angulus rectus esse ex necessitate convincetur.*

Nota pararellogramum idem esse quod superficiem equidistantium laterum. Nota quoque quod nos gnomonem id arabes elaale dicunt.

[Liber secundus]

Omne pararellogramum rectangulum sub duabus lineis, angulum rectum ambientibus, dicitur contineri.

Omnis pararellogrami spatii ea quidem que diametros per medium secat parellograma diametrum circa eandem consistere dicuntur; eorum vero pararellogramorum que circa eandem diametrum consistunt quodlibet unum, cum duobus supplementis, gnomo nominatur.

Nota de solo rectangulo hic ubique agi.

1. Si due linee fuerint quarum una in quotlibet partes dividatur, illud quod ex ductu unius earum in alteram fiet aequum erit his que ex ductu linee indivise in unamquamque partem linee particulatim divise rectangula producentur.

Si enim a terminis linee divise ortogonaliter ducantur linee eique quae indivisa erat aequales atque a punctis sectionum his equales et equidistantes per primam descriptionem quae habet [...] *contineri quod propositum est evidentissimum fiet.*

2. Si fuerit linea in partes divisa, illud quod ex ductu totius linee in se ipsam aequum erit his que ex ductu eiusdem in omnes suas partes.

Descripto totius quadrato atque de puncto setionis vel una vel pluribus lineis equidistanter, ductis res patebit.

3. Si fuerit linea in duas partes divisa, illud quod ex ductu totius in alterutram partem aequum erit his que ex ductu eiusdem partis in se ipsam et alterius partis in alteram.

Descripto quadrato ex ea parte in quam totalem lineam ducere queritur, patebit quod propositum est si deinde superficies compleatur.

4. Si fuerit linea in duas partes divisa, illud quod ex ductu totius in se ipsam aequum erit his quae ex ductu utriuscque partis in se ipsam et alterius in alteram bis. Ex hoc autem manifestum est quia in omni quadrato due superficies quas diametros per medium secat sunt ambe quadrate.

Descripto alterutrius quadrato partis et secundum reliquae partis ductum gnomone addito quod propositum est nec non et corolarium per pulcrum manifeste proveniet.

5. Si recta linea per duo equalia duoque inaequalia secetur, quod sub inequalibus totius sectionis rectangulum continetur cum eo quadrato quod ab ea describitur quae inter utrasque est sectiones aequum est ei quadrato quod a dimidio totius linee describitur.

Descripto quadrato ex dimidio totius linee de puncto inaequalis sectionis linea ducatur aequidistanter, deinde diameter a totius termino extrinseco ubi autem erit earum collisio ibidem alia linea priorem secans aequidistanter ducatur. Erunt ergo duo supplementa equalia et quod sub duabus inaequalibus portionibus continetur toti gnomoni erunt aequum; quod autem reliquum est eius quod inter utrasque sectiones est quadratum esse manifestum est.

6. Si recta linea in duo equa dividatur, alia vero ei in longum linea addatur, quod ex ductu totius iam composite in eam quae adiecta est cum eo quod ex ductu dimidie in se ipsam equum est ei quadrato quod describitur ab ea que constat adiecta atque dimidia in se ipsam ducta.

Descripto quadrato eius que constat ex adiecta atque dimidia et in eodem gnomone predicto modo distincto, patebit quod propositum est adiuvante xxxvj propositione primi libri hic et superius caeterisque sequentibus.

7. Si linea in duas partes dividatur, quod ex ductu totius in se ipsam cum eo quod ex ductu alterutrius partis in se ipsam aequum est ei quadrato quod describitur ab ea quae constat adiecta his quae ex ductu totius linee in eandem partem bis et ex ductu alterius partis in se ipsam.

Descripto quadrato totius lineae et in eo sicut superius gnomone diffinito, quod propositum est Adelardi patet ingenio.

8. Si linea in duas partes dividatur eique in longum aequalis uni dividentium linea iungatur, quod ex ductu totius iam posite in se ipsam fiet aequum erit his quae ex ductu prioris linee in eam que sibi adiaecta est quater et quod ex ductu alterius dividentis in se ipsam.

Totius iam posite linee descripto quadrato atque in eodem secundum geminam predicte linee sectionem gnomone distincto duplici, Adelardi quod propositum est patebit acumini.

9. Si linea in duo aequalia duoque inequalia dividatur, que fiunt ex ductu inequalium in se ipsas pariter accepta duplum sunt utrisque pariter acceptis quod quidem ex dimidia eaque que utrique sectioni interiacet quadratis describuntur.

A medio puncto lineae aequam dimidio perpendicularem educes a cuius sumitate ad ambo totius lineae terminos duas rectas lineas produces, deinde inequalis sectionis ad latus trianguli lineam perpendiculari predicte equidistantem et ab eius summo ad perpendicularem lineam duces aequidistantem prime lineae et ab eodem summo ad remotiorem terminum prime linee proposite lineam dirige, deinde ex xxviiij[a] *primi bis assumpta et xxxij*[a] *primi quater et penultima primi ter et vj*[a] *primi bis et xxv*[a] *primi semel propositum liquet.*

10. Si linea in duo aequalia dividatur eique in longum alia linea addatur, quadratum quod describitur a tota cum addita et quod ab ea que addita est utraque quadrata pariter accepta ei quadrato quod a dimidia eique quod ab ea producitur quae ex dimidia adiectaque consistit utrisque quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

A medio equidistantis perpendicularem educes ut superius et triangulos perfice equos et de summo perpendicularis aequam et equidistantem dimidie cum addita et ab huius termino aequidistantem perpendiculari predicte eamque protrahe quousque conveniat cum latere retanguli a summo a summo perpendicularis ducto. Quod item directe protrahes et a conventu ad alterum terminum lineae prime lineam rectam duces erunt que duobus angulis rectis opposita; deinde ex primo libro argumentare.

11. Datam lineam rectam sic secare ut quod sub tota et una portione rectangulum continetur equum sit ei quod fit ex reliqua sectione quadratum.

Eius quadrato descripto, basim per medium seca et a medio puncto duc ypotemnissam ad angulum superiorem postea dimidiam basim protrahe donec equetur ypotemnisse atque additionis quadratum describe latusque huius superius protrahe directe secando quadratum maius, deinde ex sexta secundi argumentum elice.

12. In his triangulis que obtusum habent angulum, tanto ea quaem obtusum habet subtendit angulum ambobus lateribus amplius potest quae obtusum continent quantum est quod continetur bis sub uno eorum atque ea que sibi directe iuncta ad obtusum angulum perpendiculari extra deprenditur.

Ex iiij^{a} *secundi atque penultima primi libri huius argumentum elice.*

13. Omnis exogonii tanto ea quae acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest quantum est quod bis continetur sub uno eorum cui perpendicularis intra superstat eaque sui parte quae perpendiculari anguloque acuto interiacet.

Ex vij^{a} *secundi atque penultima primi arguere ducta perpendiculari ab angulo supremo ad basim.*

14. Dato trigonio equum quadratum describere.

Dato trigonio aequum pararellogramum rectangulum designabis per xlij^{um} *primi, deinde longiori lateri aequale breviori in directum adicies atque super eam totam semicirculum describes breviusque latus pararellogrami ad circunferentiam directe protrahes et a centro ad idem punctum circunferentie ypotemnissam ducito atque ex v*^{a} *secundi argumentum elicito. Nota quod quia hinc inveniri potest latus tetragonicum quod dicunt elgideher cuislibet parte altera longioris.*

Explicit liber secundus.